

ISBN(13) 978-979-19544-9-5

**Pekan Fisika I Jurusan Fisika FMIPA  
UNIVERSITAS SRIWIJAYA**



# **PROSIDING** **Seminar Nasional Fisika**

**Aula Pascasarjana UNSRI, 4 Juli 2012**

*Energi, Lingkungan, dan Teknologi Masa Depan:  
Tantangan dan Peluang Ilmu Fisika*

**Fisika Teori, Fisika Komputasi, Fisika Material,  
Fisika Instrumentasi & Pengukuran, Geofisika, Biofisika,  
Fisika Energi & Lingkungan, Fisika Nuklir & Medis  
Pendidikan Fisika**

**Editor: Assaidah, Erni, dan Supardi**

**Jurusan Fisika FMIPA  
UNIVERSITAS SRIWIJAYA 2012**



**PT. MITRA INTIMARGA**  
SUPPLIER FOR LABORATORIES & RESEARCH INSTITUTES

**SIMETRI**  
Percetakan & Penerbitan

## LUMINOSITAS BINTANG BEROTASI PADA KEADAAN KRITIS

Iwan Setiawan

Prodi Pendidikan Fisika Universitas Bengkulu  
Email: iwanphysics@gmail.com

### Abstrak

Konfigurasi kesetimbangan mekanis pada bintang-bintang berotasi ditelaah melalui model Roche. Pada kajian ini bintang diperlakukan sebagai benda tegar, sedangkan geometrinya ditentukan berdasarkan persamaan equipotensial. Keadaan kritis suatu bintang ditentukan berdasarkan ketiadaan gaya gravitasi total yang mengimbangi tekanan termodinamis. Dalam hal ini terdapat dua kemungkinan, percepatan gravitasi efektifnya lenyap atau batas Eddington-nya terlampaui. Batas Eddington yang terlampaui akan mempengaruhi luminositas bintang.

Kata kunci: rotasi bintang, keadaan kritis, luminositas

### PENDAHULUAN

Bintang mengalami rotasi seperti juga Bumi. Diketahui bahwa akibat rotasi, jejari equatorial Bumi 21,4 km lebih panjang dibanding jejari kutubnya [2]. Bintang yang memiliki rotasi tinggi, jejari katulistiwa bahkan dapat mencapai 1,5 jejari polar [1]. Ini menunjukkan bahwa rotasi berpengaruh pada bintang. Mekanisme kesetimbangan pada bintang yang berotasi sudah dipelajari sejak lama, beberapa model telah dikembangkan. Contohnya adalah model Mclaurin, yang menganggap kerapatan bintang yang tetap dan model Roche, yang beranggapan sebaliknya (kerapatan bintang tidak tetap). Terdapat perbedaan yang cukup mencolok antara kedua model ini. Dalam model Mclaurin, perubahan mekanisme kesetimbangan terjadi pada rotasi yang tinggi. Nilai maksimum percepatan sudut (dianggap rotasi benda tegar) adalah  $\Omega_{\max}^2 = 0,4494G\pi\rho$  [2], kenyataannya akan terjadi ketidakstabilan sebelum mencapai batas kecepatan angular ini. Pada model Roche dengan  $\Omega$  konstan (bintang dianggap sebagai rotasi benda tegar), perubahan kesetimbangan juga akan terjadi. Didapatkan bahwa perbandingan antara jejari kutub dan jejari equatorial akan mencapai 2/3 pada percepatan sudut maksimum yaitu  $= 0,7215G\pi\bar{\rho}$ , dengan  $\bar{\rho}$  adalah kerapatan rata-rata. Pendekatan dengan model Roche biasanya lebih banyak digunakan karena lebih dekat kepada fakta yang ada.

Permukaan bintang adalah daerah ekipotensial, yakni  $\Psi = \text{tetapan}$ . Andaikan kita tinjau sebuah bintang dengan massa total  $M$  dan  $R(\theta)$  jejari bintang itu pada kolatitud  $\theta$ . Karena gaya sentrifugal di daerah kutub bernilai nol, maka potensial pada kutub bintang itu adalah  $-GM/R_p$ , dengan  $R_p$  jejari kutub bintang. Oleh karenanya, nilai potensial di berbagai tempat di permukaan bintang itu adalah

$$\frac{GM}{R_p} = -\frac{GM}{R(\theta)} - \frac{1}{2}\Omega^2 R(\theta)^2 \sin^2 \theta. \quad (1)$$

$\mathbf{e}_r$  dan  $\mathbf{e}_\theta$  merupakan vektor satuan dalam arah radial dan arah bujur, maka vektor percepatan gravitasi efektif pada permukaan bintang dapat dituliskan sebagai

$$\mathbf{g}_{ef} = \left[ -\frac{GM}{R(\theta)^2} + \Omega^2 R(\theta) \sin^2 \theta \right] \mathbf{e}_r + \left[ \Omega^2 R(\theta) \sin \theta \cos \theta \right] \mathbf{e}_\theta. \quad (2)$$

Teorema von Zeipel menyatakan hubungan antara fluks radiasi pada kolatitud  $\theta$  di permukaan bintang yang berotasi dengan percepatan gravitasi efektif lokal [3]. Jika kita tinjau bintang yang berotasi seperti rotasi benda tegar, fluks radiasi dapat dituliskan sebagai

$$\mathbf{F}(\Omega, \theta) = -\chi \nabla T(\Omega, \theta), \quad (3)$$

dengan

$$\chi = \frac{4acT^3}{3\kappa\rho}. \quad (4)$$

Karena bintang berada dalam keadaan barotropik, maka

$$\mathbf{F}(\Omega, \theta) = -\frac{dT}{dP} \nabla P(\Omega, \theta) = -\rho\chi \frac{dT}{dP} \mathbf{g}_{ef}. \quad (5)$$

Dengan demikian, dari hubungan antara luminositas bintang dan fluks radiasi, didapatkan

$$\mathbf{F}(\Omega, \theta) = -\frac{L}{4\pi GM_*} \mathbf{g}_{ef}(\Omega, \theta), \quad (6)$$

dengan

$$M_* = M \left( 1 - \frac{\Omega^2}{2\pi G \rho_m} \right), \quad (7)$$

dan  $\rho_m$  rapat massa rata-rata bahan pada permukaan bintang itu.

Pada bintang yang berotasi, percepatan gravitasi total bintang merupakan penjumlahan beberapa percepatan : percepatan gravitasi murni, percepatan sentrifugal, dan percepatan oleh tekanan radiasi [3]. Hal ini dinyatakan dalam persamaan berikut

$$\mathbf{g}_{tot} = \mathbf{g}_{ef} + \mathbf{g}_{rad} = \mathbf{g}_{gr} + \mathbf{g}_{rot} + \mathbf{g}_{rad}, \quad (8)$$

dengan  $\mathbf{g}_{rad}$  diberikan oleh

$$\mathbf{g}_{rad} = \frac{1}{\rho} \nabla P_{rad} = \frac{\kappa(\theta)\mathbf{F}}{c}. \quad (9)$$

Faktor  $\kappa(\theta)$  adalah kedekatan bahan pada kolatitud  $\theta$ . Dengan memanfaatkan persamaan (6) dan (8) didapatkan persamaan berikut

$$\mathbf{g}_{tot} = \mathbf{g}_{ef} \left[ 1 - \frac{\kappa(\theta)L(P)}{4\pi c GM_*} \right]. \quad (10)$$

Pada persamaan ini efek rotasi muncul pada  $\mathbf{g}_{ef}$  dan pada ungkapan di dalam kurung. Jika kita tinjau batas fluks secara lokal, yaitu keadaan dengan  $\mathbf{g}_{tot} = 0$  [3], maka  $\mathbf{g}_{rad} = -\mathbf{g}_{ef}$ . Batas fluks, oleh karena itu, diberikan oleh

$$\mathbf{F}_{lim}(\theta) = -\frac{c}{\kappa(\theta)} \mathbf{g}_{ef}(\theta). \quad (11)$$

Dari persamaan ini, jika faktor Edington lokal  $\Gamma_\Omega(\theta)$  didefinisikan sebagai nisbah (rasio) antara besarnya fluks sebenarnya dengan besarnya fluks batas lokal, maka didapatkan

$$\Gamma_{\Omega}(\theta) = \frac{\kappa(\theta)L(P)}{4\pi cGM(1 - \frac{\Omega^2}{2\pi G\rho_m})}. \quad (12)$$

Jika bintang tidak mengalami rotasi (yakni jika  $\Omega$  bernilai 0), maka  $\Gamma_{\Omega}(\theta)$  akan sama dengan faktor Eddington Global  $\Gamma$ . Persamaan (10), selanjutnya, dapat ditulis sebagai

$$\mathbf{g}_{tot} = \mathbf{g}_{ef} (1 - \Gamma_{\Omega}(\theta)). \quad (13)$$

Persamaan ini mengungkapkan bahwa pada bintang yang berotasi, percepatan gravitasi total dipengaruhi oleh percepatan gravitasi efektif  $\mathbf{g}_{ef}$  (yang melibatkan ungkapan tentang kecepatan rotasi bintang) dan oleh luminositas bintang.

Melalui ungkapan persamaan (13), keadaan ambang (*critical state*) dapat diperkirakan. Pada keadaan kritis ini percepatan gravitasi total lenyap sehingga tidak ada lagi percepatan atau gaya yang mengimbangi tekanan termal dari dalam bintang. Akibatnya, bahan-bahan bintang akan lari (buyar). Hal ini tentu saja mengakibatkan persamaan (13) akan mempunyai dua akar, yaitu  $\mathbf{g}_{ef} = 0$  atau  $\Gamma_{\Omega}(\theta) = 1$ . Keadaan ini mengakibatkan adanya batas (limit) tertentu pada kecepatan rotasi bintang, selain bergantung pada beberapa parameter lain seperti massa bintang dan jejari bintang. Keadaan  $\mathbf{g}_{tot} = 0$  juga akan memberikan adanya batas pada luminositas bintang sebagaimana dijelaskan di atas, yang disebut sebagai Batas Eddington [5]. Keadaan ambang  $\mathbf{g}_{ef} = 0$  akan dinamakan keadaan ambang pertama, sedangkan keadaan pada  $\Gamma_{\Omega}(\theta) = 1$ , disebut keadaan ambang kedua.

Keadaan ambang  $\mathbf{g}_{tot} = 0$  menurut persamaan (2) diperoleh hanya pada wilayah katulistiwa ( $\theta = \pi/2$ ). Keadaan ini memberikan ungkapan

$$\Omega_{krit}^2 = \frac{GM}{R_{e,krit}^3}, \quad (14)$$

dengan  $R_{e,krit}$  jejari bintang di ekuator ketika keadaan kritis itu.

## KEADAAN AMBANG KEDUA

Keadaan Ambang kedua didapatkan ketika nisbah Eddington local,  $\Gamma_{\Omega\theta}$ , pada persamaan (13) bernilai 1. Sehingga persamaan (12) dapat dituliskan menjadi

$$\frac{\kappa(\theta)L(P)}{4\pi cGM} = 1 - \frac{\Omega^2}{2\pi G\rho_m} \quad (15)$$

Melalui persamaan ini, dapat ditunjukkan bahwa luminositas pada bintang yang berotasi bergantung pada suku kedua ruas kanan persamaan (19), sehingga kecepatan rotasi bintang memenuhi

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho_m} < 1, \quad (16)$$

Dengan menggunakan ungkapan  $\rho_m = M/V$ , dapat ditunjukkan bahwa

$$\Omega^2 < \frac{2\pi GM}{V}. \quad (17)$$

Persamaan (21) menunjukkan bahwa, untuk menjamin keberlangsungan luminositas pada bintang yang berotasi, maka kecepatan rotasi bintang tersebut harus lebih kecil dari hasil kali antara besaran  $2\pi$  dengan tetapan gravitasi umum  $G$  dan kerapatan rata-rata permukaan bintang yang ditinjau. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa kecepatan rotasi bintang juga memengaruhi luminositas atau kecerlangan bintang, nilai kecepatan rotasi ini dibatasi oleh suku kedua ruas kanan persamaan (21). Inilah yang disebut sebagai keadaan kritis kedua.

## KESIMPULAN DAN SARAN

Kecepatan sudut rotasi bintang berpengaruh besar pada bentuk tampang bujur bintang itu. Terdapat dua macam ambang bagi kecepatan sudut rotasi bintang. Tampang bujur bintang pada kecepatan ambang pertama sangat khas. Jika kecepatan sudut rotasi bintang melampaui kecepatan ambang pertama, maka kesetimbangan hidrostatis pada bintang akan dilanggar, yakni tidak ada lagi kesetimbangan hidrostatis. Keadaan ambang kedua dicapai pada saat kecepatan rotasi bintang sebanding dengan  $2\pi GM/V$ . Jika kecepatan kritis pada keadaan kritis kedua dilampaui, maka bintang akan "padam", yakni luminositasnya nol.

## DAFTAR PUSTAKA

- Ekstrom, S, Meynet G, Maeder, A, Barblan F. 2008. Evolution Towards the Critical Limit and the Origin of Be Stars. *arXiv:0711.1735v1*.
- Maeder, A. 2009. Physics, *Formation and Evolution of Rotating Stars*. Springer. Verlag Berlin Heidelberg, Germany. Pp. 22-80.
- Maeder, A, Meynet, G. 2000. The Eddington and  $\Omega$ -Limits, the rotational mass loss for OB and LBV stars. *Astronomy & Astrophysics*, 361 159-166 (2000).
- Meynet, G, Maeder, A. 1996. The Computational Method and Inhibiting Effect of the  $\mu$ -Gradient. *Astronomy & Astrophysics*. 321, 465-476 (1997).
- Meynet, G. 2008. Physics of Rotation in Stellar Models. *arXiv:0801.2944v1*.