
KAPITA SELEKTA
Matematika
JENJANG PENDIDIKAN MENENGAH
Kelas7-12
Tim Penyusun : Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika FKIP Universitas Bengkulu ANGKATAN 2017 B

KAPITA SELEKTA
MATEMATIKA JENJANG PENDIDIKAN MENENGAH

Kelas 7 – 12

Tim penyusun

Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika
FKIP Universitas Bengkulu
ANGKATAN 2017 B

PENERBIT CV. ZIGIE UTAMA

KAPITA SELEKTA MATEMATIKA JENJANG PENDIDIKAN MENENGAH
Kelas 7 – 12

PENULIS:

Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika FKIP
Universitas Bengkulu Angkatan 2017 B

Editor :

Dr.Hanifah, M.Kom

Desain layout
Fatrima Santri Syafri, M.Pd.Mat

ISBN 978-623-7558-21-7

18x25 cm, vi+294 hlm

Diterbitkan Oleh
Penerbit CV. Zigie Utama
Anggota IKAPI Nomor : 03/Bengkulu/2019
Jln. Pancur Mas, RT 8 RW 2
Kel.Sukarami Kec.Selebar Kota Bengkulu
Telp. 0736 5511533 SMS/WA. 0853-6917-9919
www.zigie.co.id

Cetakan Pertama, Desember 2019

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim. Puji dan syukur kami haturkan kehadirat Allah SWT, yang telah memberikan rahmat, hidayah serta inayah-Nya sehingga kami dapat menyelesaikan *Buku "Kapita Selekta Matematika Jenjang Pendidikan Menengah"*. Buku ini hanya menjelaskan satu materi dari masing-masing semester di kelas 7 sampai kelas 12 jenjang SMP dan SMA, materinya bisa dilihat di daftar isi. Buku ini terdapat beberapa kesulitan atau masalah siswa dari materi-materi yang di dapat dari pengamatan di SMP dan SMA di kota Bengkulu.

Dengan diselesaikannya buku ini, perkenankanlah kami untuk mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang setingi - tingginya atas segala bimbingan, bantuan, dukungan dan pengarahan yang telah diberikan oleh berbagai pihak yang telah banyak membantu dalam menyelesaikan buku ini, terutama kepada Dosen Pembimbing dan sebagai Editor yaitu Ibu Dr. Hanifa, M.Kom.

Buku ini tentunya sangat jauh dari sempurna, sehingga diharapkan saran dan kritik yang membangun untuk Buku ini. Akhir kata, semoga buku ini dapat bermanfaat bagi semua pihak, termasuk penulis pada khususnya dan pembaca pada umumnya.

Bengkulu, Desember 2019

Penulis

DAFTAR ISI

BAB 1
PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN LINEAR SATU VARIABEL

$$\begin{pmatrix} Oleh: \\ Vania\ Ulfa\ Shabrina\ (A1C017016) \\ Nisa\ Oktaviani\ (A1C017036) \end{pmatrix}$$

1.1 Materi

A. Persamaan Linear Satu Variabel

Telah dijelaskan bahwa **persamaan linear satu variabel** adalah persamaan yang terdiri dari satu variabel dan pangkat terbesar dari variabel tersebut adalah satu.

Contoh :

- x + 6 = 14
- 4 + 5y = 19

Kedua kalimat di atas disebut persamaan.

Persamaan adalah kalimat terbuka yang menyatakan hubungan = (sama dengan).

Penyelesaian persamaan linear satu variable

Contoh:

Tentukan persamaan dari 2x - 1 = 5

Penyelesaian :

2x - 1 = 5

2x-1+1=5+1 (Kedua ruas sama-sama ditambah 1)

2x = 6

2x/2 = 6/2 (kedua ruas sama-sama dbagi 2)

x = 3

Tentukan persamaan dari 2λ + 5 = 5λ – 10

$2\lambda + 5 = 5\lambda - 10$

$2\lambda + 5 - 5 = 5\lambda - 10 - 5$ (Kedua Ruas sama-sama dikurang 5)

$2\lambda = 5\lambda - 15$

$2\lambda - 5\lambda = 5\lambda - 15 - 5\lambda$ (Kedua ruas sama-sama dikurang 5λ)

$-3\lambda = -15$

$-3\lambda/-3 = -15/-3$ (Kedua ruas sama-sama dibagi -3)

$\lambda = 5$

B. Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

Pertidaksamaan linear satu variabel adalah pertidaksamaan yang memuat satu variabel dan pangkat terbesarnya adalah satu.

Pertidaksamaan linear satu variabel menggunakan tanda <, >, ≤, dan ≥.

Keterangan:

- < kurang dari
- > lebih dari
- ≤ kurang dari sama dengan
- ≥ lebih dari sama dengan

Contoh:

- Tentukan penyelesaian dari pertidaksamaan dari .
  $5x + 2 > 8$
  $\Leftrightarrow 5x + 2 - 2 > 8 - 2$ (Kedua ruas sama-sama dikurangi 2)
  $\Leftrightarrow 5x > 6$
  $\Leftrightarrow 5x/5 > 6/5$ (Kedua Ruas sama-sama dibagi 5)
  $\Leftrightarrow x > 1{,}2$

Pokok bahasan Persamaan dan pertidaksamaan linear dengan satu peubah merupakan salah satu pokok bahasan yang harus dipelajari oleh para siswa SLTP kelas 1. Pokok bahasan ini diberikan pada caturwulan 2 terbagi ke dalam 3 subpokok bahasan, yaitu: (1) Kalimat terbuka, (2) Persamaan linear dengan satu peubah, dan (3) Pertidaksamaan linear dengan satu peubah (DEPDIKBUD, 1994, h. 12). Pokok bahasan ini termasuk termasuk ke dalam bidang pokok matematika yang disebut Aljabar. Pokok bahasan pada bidang aljabar sebelumnya yang telah dipelajari siswa di caturwulan 1 adalah Operasi hitung pada bentuk aljabar (DEPDIKBUD, 1994, h. 8).). Pokok bahasan Persamaan dan pertidaksamaan satu peubah merupakan pokok bahasan awal dan menjadi prasyarat untuk mempelajari pokok bahasan aljabar selanjutnya. Pada pokok bahasan ini dipelajari konsep dan prinsip-prinsip aljabar yang sangat mendasar, yang sangat diperlukan untuk mempelajari aljabar maupun matematika selanjutnya. Berdasarkan laporan the National Assessment of Educational Progress (NAEP) tahun 1988 menyimpulkan bahwa; pada umumnya siswa SLTP nampaknya telah mempunyai pengetahuan konsep dasar keterampilan dalam aljabar dan geometri.

Namun demikian para siswa seringkali tidak dapat mengaplikasikan pengetahuannya dalam situasi pemecahan masalah, juga tidak menampakkan kemngertiannya tentang bermacam struktur yang bersesuaian dengan konsep dan keterampilan matematika itu. Untuk menutupi kekurangan pengertiannya siswa berusaha menghafal aturan dan prosedur, bahkan mereka meyakini bahwa aktivitas tersebut merupakan esensi dari aljabar. Keadaan ini bukan hanya ditemui hasil evaluasi NAEP saja, tetapi juga laporan dari berbagai negara (Brown, 1992). Berdasarkan pendapat guru, pokok bahasan persamaan dan pertidaksamaan satu peubah merupakan pokok bahasan yang penting tetapi sukar untuk diajarkan di SLTP (Utari, 1999). Selanjutnya Utari dalam laporan penelitiannya mengemukakan "… terdapat beberapa kelemahan yang terungkap dalam PBM antara lain: beberapa KBM kurang menggambarkan keaktifan siswa; terdapat guru yang kurang luwes dan penyajian materinya kurang jelas serta pemberian tugas kepada siswa kurang memadai; penyajian bahan tampak bersifat teknis dan kurang menanamkan pemahaman konsep; materi yang disajikan terlalu mudah sehingga kurang mengundang siswa kritis; …". Dengan demikian diperlukan upaya-upaya untuk memperbaiki kelemahan- kelemahan tersebut secara kreatif agar kemampuan siswa dapat berkembang secara optimal.

Dari uraian di atas muncul pertanyaan antara lain: (1) Adakah materi (content) dari pokok bahasan persamaan satu peubah itu yang merupakan sumber kesulitan ? Atau cara mengajar yang menyebabkan siswa tidak mengerti subyek yang dipelajari ? (2) Bagaimanakah pola pembelajaran yang efektif untuk pokok bahasan persamaan satu peubah ? Untuk memperoleh jawaban dari persoalan di atas, penulis mencoba membahasnya berdasarkan studi literatur yang relevan, kemudian mencoba merancang dan uji coba satuan pelajaran di lapangan.

Istilah prosedural merujuk kepada operasi aritmatik. Contoh, misalkan diberikan ekspresi aljabar $3x + y$ kemudian x dan y diganti nilainya masing-masing dengan 4 dan 5 maka hasilnya 17. Contoh lain, menyelesaikan $2x + 5 = 11$ dengan mencoba mensubsitusi nilai x sehingga diperoleh pernyataan yang benar. Istilah struktural merujuk kepada himpunan operasi bukan kepada bilangan, tetapi kepada ekspresi aljabar. Contoh, $3x + y + 8x$ dapat disederhanakan menjadi $11x + y$. Persamaan $5x + 5 = 2x - 4$ dengan mengurangkan kedua ruas oleh 2x diperoleh $3x + 5 = -4$.

Kieran dalam Grouws (1992) menyatakan bahwa cara siswa menentukan penyelesaian suatu persamaan satu peubah diklasifikasikan dalam berbagai tipe sebagai berikut: (a) menggunakan fakta bilangan (b) menggunakan teknik membilang (c) cover-up (menutupi) (d) (working backwards) bekerja mundur (e) subsitusi coba-coba (f) mengubah urutan (pindah ruas –ganti tanda) (g) melakukan operasi yang sama pada ke dua ruas. Dua cara yang terakhir sering disebut sebagai metode formal, mengubah urutan dipandang sebagai penyingkatan dari melakukan operasi yang sama pada kedua ruas. Sebagai contoh, menyelesaikan $5 + n = 8$ dengan mengingat kembali fakta 5 ditambah 3 sama dengan 8 merupakan cara menggunakan fakta bilangan. Menyelesaikan persamaan tersebut dengan dengan membilang meneruskan bilangan 5 kemudian 6, 7, 8 dan mencatat ada tiga bilangan berurutan hingga sampai kepada bilangan 8 (setelah bilangan 5) merupakan contoh cara menyelesaikan menggunakan teknik membilang. Cara menutupi (cover-up) dalam menyelesaikan persamaan $2x + 9 = 5x$ adalah sebagai berikut: Karena jumlah 2x dan 9 adalah 5x, juga karena jumlah $2x + 3x = 5x$ maka maka 9 harus sama dengan 3x dan $x = 3$. Cara bekerja mundur (working backwards) dalam menyelesaikan persamaan $2x + 4 = 18$, siswa bertitik tolak dari bilangan 18 sebagai hasil dari 2x ditambah 4, sebelum ditambah 4 bilangan itu adalah 14 dengan kata lain $2x = 14$ atau $x = 7$. Cara subsitusi coba-coba, siswa mencoba mensubsitusi dua nilai yang berbeda, sehingga dapat diduga penyelesaian persamaan itu terletak di antara dua nilai tersebut. Misalnya untuk menyelesaikan persamaan $2x + 5 = 13$, siswa mencoba dengan mensubsitusi x dengan 2 dan 6. Jika x disubsitusi dengan 2 ruas kiri lebih kecil dari ruas kanan, sedangkan jika x disubsitusi dengan 6 ruas kiri lebih besar dari ruas kanan. Dengan demikian agar ruas kiri sama dengan ruas kanan, maka nilai pengganti x antara 2 dan 6 yaitu 4.

Sedangkan jenis masalah (problem) pada persamaan satu peubah terdiri dari dua jenis, yaitu: (1) Masalah yang dapat diselesaikan melalui aritmatik dan (2) masalah yang hanya dapat diselesaikan melalui aljabar. Sebagai contoh, Nenek memberi Daniel uang Rp.1.500,- Kemudian Daniel membeli buku seharga Rp.3.200,-. Jika uang Daniel tinggal Rp. 2.300,- berapakah uang Daniel sebelum diberi Nenek ? Persoalan seperti ini dapat diselesaikan para siswa sekolah dasar dengan menggunakan cara bekerja mundur.

Dalam aritmatik yang penting bagaimana menemukan jawaban. Selanjutnya perhatikan persoalan berikut: Perusahaan rental video menyusun dua cara menyewakan video. Cara penyewaan yang pertama adalah menari iuran Rp. 22.500,- per tahun dengan uang sewa video Rp. 2.000,- per keping. Cara penyewaan yang kedua adalah bebas iuran tahunan dengan uang sewa video Rp. 3.250,- per keping. Berapa keping video yang mesti tersewakan agar biaya cara yang pertama sama dengan biaya cara sewa yang kedua ? Penyelesaian persoalan ini tidak dapat dilakukan melalui cara menyelesaikan persoalan yang pertama di atas. Untuk menyelesaikan persoalan ini harus terlebih dahulu dibuat model persamaannya yang berbentuk ax b = cx dan menggunakan suatu prosedur penyelesaian melakukan operasi yang sama pada kedua ruas pada persamaan (obyek aljabar) itu. Lech, Post dan Behr dalam Kieran (1992) membedakan problem solving aljabar dari problem solving aritmatika dengan ciri bahwa dalam persoalan aljabar disyaratkan” pertama rumuskan dan kemudian hitung”.

1.2 Permasalahan Pembelajaran Pada Pokok Bahasan (di *SMPN 7 Kota Bengkulu* kelas VII semester 1)

1. HASIL BELAJAR

   Berdasarkan hasil pengamatan dan hasil wawancara di SMPN 7 Kota Bengkulu diperoleh bahwa hasil belajar siswa siswi tentang persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel dapat dikatakan masih sangat kurang. Siswa-siswi SMPN 7 Kota Bengkulu masih banyak yang mendapatkan nilai dibawah KKM. Nilai KKM di SMPN 7 Kota Bengkulu untuk sistem persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel yaitu 75.

   Siswa masih perlu peningkatan mutu materi pelajaran agar nilai yang dicapai semakin meningkat. Proses pembelajaran yang dilakukan oleh guru SMPN 7 Kota Bengkulu masih kurang kondusif. Dikarenakan siswa disana banyak yang bandel, sehingga ribut saat proses pembelajaran berlangsung. Hal tersebut juga mempengaruhi pemahaman siswa terhadap materi yang disampaikan oleh gurunya.

2. MODEL/METODE

   Model atau metode yang digunakan untuk mengajar yaitu mode ceramah, tanya jawab dan latihan. Model pembelajaran seperti itu masih dapat dikatakan model klasik. Dalam keadaan zaman yang semakin canggih, guru diharuskan untuk menggali inovasi-inovasi baru agar siswa lebih mudah memahami materi pembelajaran.

3. SISWA

   Di SMPN 7 Kota Bengkulu, siswa kesulitan dalam pembelajaran sistem persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel. Kesulitan-kesulitan tersebut antara lain : sulit dalam pengerjaan soal yang mengandung variabel, sulit dalam berhitung, dan sulit dalam membedakan simbol matematika.

Berdasarkan uraian di atas dapat dikemukakan beberapa hal sebagai berikut: (1) Bagi siswa SMP kelas VII dengan sebaran usia 12 – 13 tahun memperoleh kesukaran dalam menyelesaikan persamaan satu peubah yang berbentuk $ax \pm b = cx$ dan $ax \pm b = cx \pm d$ karena mereka belum bisa memahami proses melakukan operasi yang sama pada kedua ruas, tahap berpikir mereka ada dalam masa transisi dari prosedural ke struktural.

(2) Dalam merencanakan pembelajaran persamaan linear satu satu peubah itu harus disadari betul bahwa masa transisi anak dari berpikir prosedural ke struktural mungkin cukup lama, oleh karena itu diperlukan format pembelajaran yang bervariasi seperti belajar kelompok, diskusi, problem solving dan lain sebagainya

4. GURU

Proses pembelajaran yang dilakukan guru masih menggunakan metode-metode yang kurang modern. Guru menggunakan metode ceramah, tanya jawab dan latihan. Pada prosesnya guru lebih mengedepankan ketercapaian target belajar dari pada pemahaman siswa.

Hal yang demikian seharusnya ditinggalkan oleh guru dengan menambahkan inovasi pembelajaran yang mudah dan dapat mempercepat proses pemahaman serta proses pembelajaran di kelas.

Contoh kesalahan-kesalahan yang sering dilakukan dalam mengerjakan sistem persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel.

① $\frac{(x-3)}{x+2} < x-1$

$\frac{x-3}{x+2} - (x-1) < 0$? pengurangnya utk apa ?)

$\frac{x-3}{x+2} - \frac{(x+1)\cdot(x+1)}{x+1} < 0$

$\frac{(x-3)(x+1) - (x+1)(x+1)(x+2)}{(x+2)(x+1)} < 0$

$\frac{x^2+x-3x-3 - (x^2+x+x+1)(x+2)}{(x+2)(x+1)} < 0$

$\frac{x^2+x-3x-3 - (x^3+2x^2+2x^2+4x+x+2)}{x+2\ (x+1)} < 0$

$\frac{x^2 - 2x - 3 - x^3 - 2x^2 - 2x^2 - 4x - x - 2)}{x+2\ (x+1)} < 0$

$\frac{-x^3 - 3x^2 - 7x - 5}{x+2\ (x+1)}$

??

RHECA NURAHMA ANGELINA

A1C017008

③ Tentukan HP dari

$\frac{(x-3)}{x+2} < (x-1)$

$\frac{(x-3)}{x+2} - (x-1) < 0$

$\frac{(x-3) - (x-1)(x+2)}{x+2} < 0$

$\frac{(x-3) - (x^2+x-2)}{x+2} < 0$

$\frac{-x^2-1}{x+2} < 0$

??

•) $-x^2 - 1 < 0$

$-x^2 < 1$

$x^2 < -1$ (tidak ada x yg memenuhi)

•) $x+2 > 0$

$x > -2$

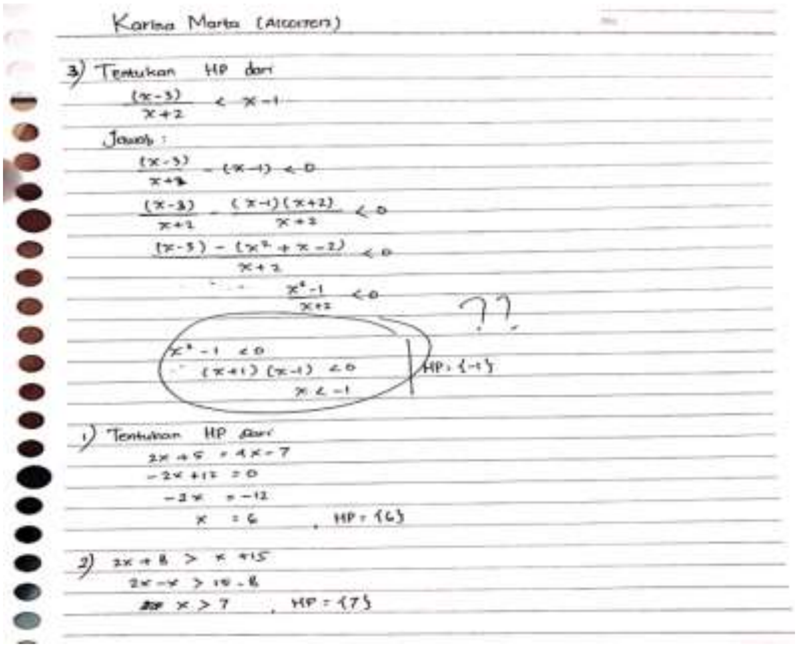
Jadi, HP: $\{x > -2\}$

① $2x+5 = 4x-7$

$2x - 4x = -7 - 5$

$-2x = -12$

$x = 6$ Hp: $\{x = 6\}$



Kesulitan yang dialami dalam pembelajaran system persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel :

1. Bingung mengurangi kedua ruas

   Contoh :

   2x+3=5

   Siswa bingung kedua ruas harus dikurangi dengan angka apa. Padahal seharusnya sama-sama dikurangi angka 3. Sehingga menjadi :

   2x+3 = 5

   2x+3-3=5-3 (kedua ruas sama-sama dikurangi 3)

   2x=5-3

   2x=2

   $\frac{2x}{2} = \frac{2}{2}$ (kedua ruas sama-sama dibagi 2)

   x = 1

2. Sering lupa ketika variabel bernilai negatif maka tanda pertidaksamaan berubah

   Contoh :

   -x<1

Siswa tidak merubah bentuk pertidaksamaan. Padahal seharusnya, tanda pertidaksamaan berubah karena kedua ruas sama-sama dikalikan dengan -1. Sehingga menjadi:

$-x < 1$

$-x(-1) < 1(-1)$ (kedua ruas sama-sama dikalikan dengan -1)

$x > -1$

3. Mencari himpunan penyelesaian ketika bertemu dengan pertidaksamaan

   Contoh :

   $x^2 - 3x + 2 \leq 0$

   Siswa bingung mencari himpunan penyelesaiannya. Padahal seharusnya dioperasikan dengan mencari faktornya. Sehingga menjadi :

   $x^2 - 3x + 2 \leq 0$

   $(x-1)(x-2)=0$ (difaktorkan)

   Sehingga diperoleh HP={$1 \leq x \leq 2$}

4. Bingung dalam mengoperasikan apabila fungsinya dalam bentuk pecahan

   Contoh :

   $$\frac{3x^2 + 1}{2} > 2x^2 - 2$$

   Siswa tidak tahu cara mengoperasikannya. Padahal tinggal jadikan persamaannya menjadi >0

5. Tidak tahu jika variabel berada disebelah kiri dan konstanta berada disebelah kanan

   Contoh :

   $2x-5 < x+1$. Siswa biasanya langsung saja mengerjakan pertidaksamaan sehingga menjadi $-6<-x$. Padahal seharusnya :

   $2x-5 < x+1$

   $2x-5+5 < x+1+5$ (Kedua ruas sama-sama ditambah 5)

   $2x < x+6$

$2x - x < x + 6 - x$ (Kedua ruas sama-sama dikurangi x)
$x < 6$

1.3 Solusi

Dalam menyelesaikan masalah-masalah yang dihadapi oleh siswa, yaitu mulai dari proes pembelajaran, pemahaman dan kesulitan-kesulitan lainnya seharusnya guru mengembangkan inovatif pembelajaran sehingga meningkatkan daya berpikir siswa serta menambah semangat siswa dalam pembelajaran.

(a) Bagi para siswa yang mempunyai kemampuan dan kecepatan belajar yang memadai akan lebih baik bila mereka melakukan belajar secara mandiri melalui buku sumber, dan dipersilahkan menanyakan secara individu mengenai hal-hal yang kurang jelas saja. Hal ini dilakukan agar perkembangan kemampuan dan kecepatannya tidak terganggu oleh situasi yang tidak menguntungkan dari teman-teman sekelasnya.

(b) Dalam menyajikan subpokok bahasan Kalimat terbuka tentang materi : Menentukan himpunan penyelesaian dari suatu kalimat terbuka sebaiknya kalimat terbuka yang disajikan berupa persamaan satu peubah saja tidak menyajikan kalimat terbuka berupa pertidaksamaan. Persamaan yang diberikan dibatasi yang berbentuk $x \pm b = c$ dan $ax \pm b = c$ untuk a, b dan c bilangan bulat. Kemudian berilah kesempatan yang luas kepada para siswa untuk menjelaskan langkah-langkah pengerjaannya. Hal ini agar daya intuisi matematiknya berkembang, selain mengembangkan kemampuan bernalar dan komunikasi juga dapat melihat apakah semua ragam cara menyelesaikan persamaan itu muncul ?

(c) Aturan- aturan dalam manipulasi sebaiknya dikonstruksi melalui diskusi antara guru dan siswa melalui model timbangan atau berbagai cara yang memiliki konteks sehingga matematika menjadi familiar bagi anak.

(d) Soal-soal cerita yang disajikan pada subpokok bahasan (Persamaan linear dengan satu peubah) adalah soal-soal cerita yang dapat dikerjakan secara prosedural kemudian baru beralih kepada soal cerita yang hanya dapat dikerjakan secara struktural .

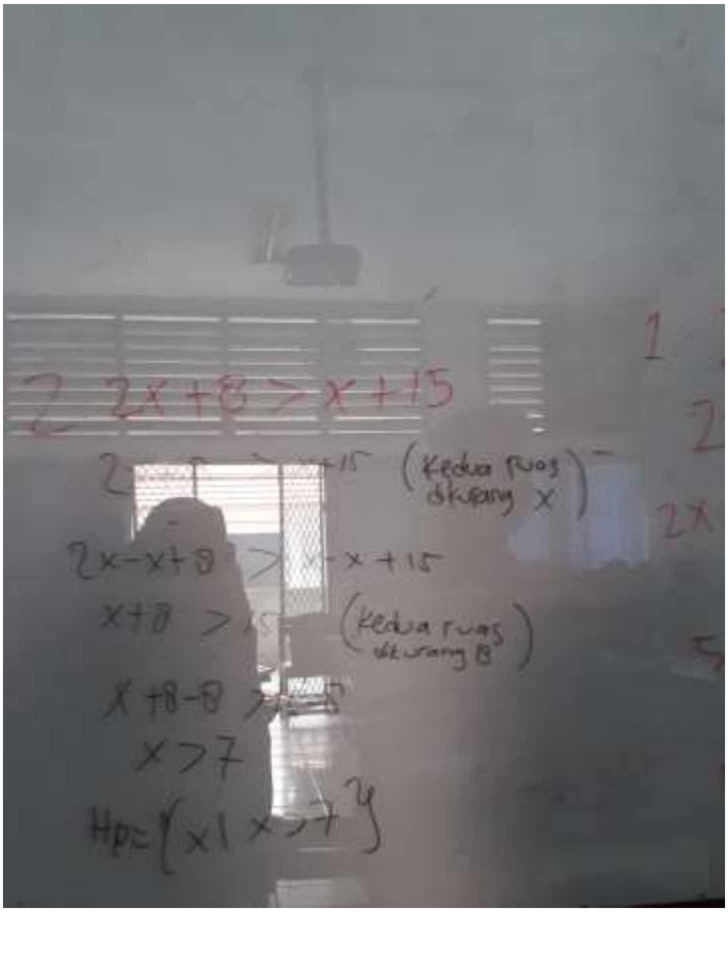
(e) Menambah keterangan pada pembahasan soal

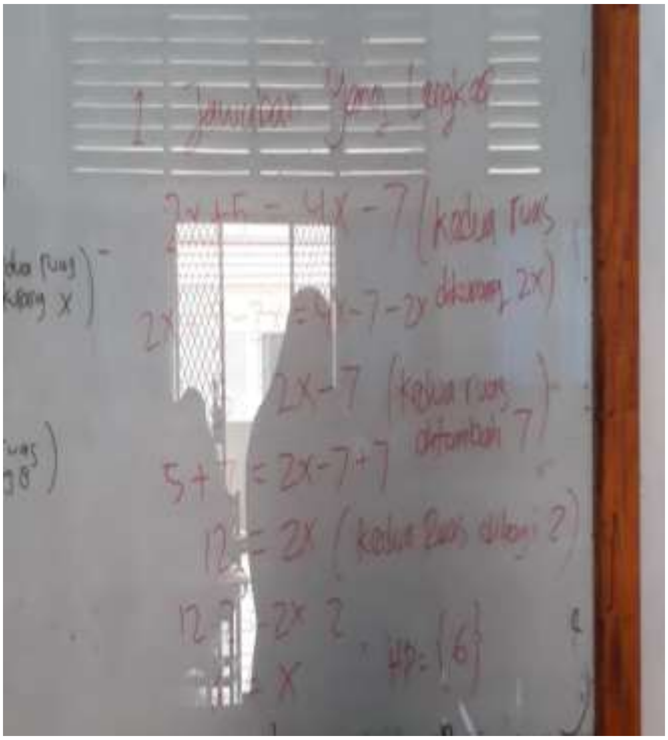
(f) Menggunakan Alat Peraga

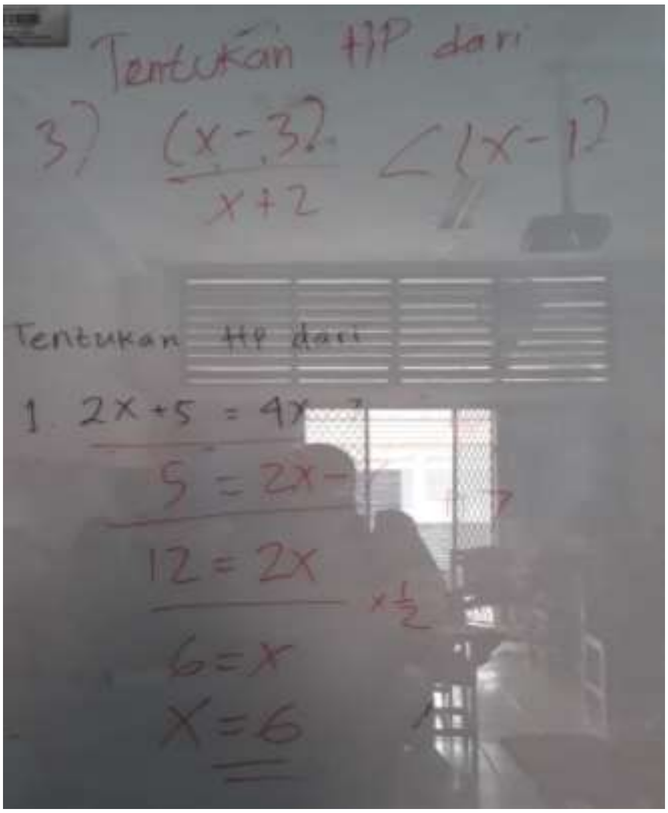
(g) Variabel diganti dngan makanan/buah/dengan hal yang mudah dipahami

(h) Sebelum pelajaran dimulai, guru harus menekankan perbedan konstanta dengan variabel

Solusi yang benar :




5+7 = 2x-7+7
12 = 2x
HP = {6}


Tentukan HP dari
3) (x-3) / x+2 < (x-1)
Tentukan HP dari
1. 2x+5 = 4x-7
5 = 2x-
12 = 2x
x ½
6 = x
x = 6

BAB 2

ARITMATIKA SOSIAL

$$\begin{pmatrix} Oleh: \\ Fika\ Syahtarina\ (A1C017046) \\ Venny\ Aulia\ Putri\ (A1C017068) \end{pmatrix}$$

2.1 Materi

Aritmatika Sosial adalah salah satu materi matematika yang berhubungan dengan kehidupan sehari-hari seperti untung, rugi, harga jual dan harga beli. Pada zaman dahulu kala apabila seseorang ingin membeli suatu barang, maka ia harus menyediakan barang miliknya sebagai ganti atau penukar barang yang diinginkan tersebut. Misalnya seorang petani ingin membeli pakaian, maka petani tersebut bisa menukarnya dengan tiga ekor ayam atau membelinya dengan dua karung beras. Pembelian dengan cara tukar menukar dikenal dengan istilah *barter*.

Kemudian dengan berkembangnya pengetahuan dan peradaban umat manusia, jual beli dengan cara barter mulai ditinggalkan. Kegiatan jual beli dilakukan dengan memberi nilai atau harga terhadap suatu barang. Setelah mengalami proses, akhirnya manusia menemukan benda yang disebut mata uang.

Sejalan dengan perkembangan dengan dalam kehidupan sehari-hari, kita sering mendengar istilah-istilah perdagangan seperti harga pembelian, harga penjualan, untung dan rugi. Demikian pula, istilah *impas, rabat (diskon), bruto, neto, tara,* dan *bonus*. Istilah-istilah ini merupakan bagian dari Matematika yang disebut ***aritmetika sosial***, yaitu yang membahas perhitungan keuangan dalam perdagangan dan kehidupan sehari-hari beserta aspek-aspeknya. Berikut ini adalah pengertian dari istilah-istilah dalam aritmatika sosial:

a) **Harga pembelian** adalah harga barang dari pabrik, grosir, atau tempat lainnya. Harga beli sering disebut modal. Dalam situasi tertentu, modal adalah harga beli ditambah dengan ongkos atau biaya lainnya. Atau harga pembelian adalah sejumlah uang yang dikeluarkan untuk membeli atau memperoleh suatu barang.

b) **Harga penjualan** adalah sejumlah uang yang diterima sebagai pengganti dari barang yang dijual. Atau harga penjualan adalah harga barang yang ditetapkan oleh pedagang kepada pembeli.

- Rumus-rumus yang digunakan untuk harga beli dan harga jual adalah sebagai berikut:

  Jika Untung :

  Untung = Persen Untung x harga beli

  Harga beli = $\frac{100\ \%}{persen\ untung}\ x\ untung$

  Harga beli = harga jual - rugi

  Harga jual = Harga beli + untung

  Jika Rugi :

  Rugi = Persen Rugi x harga beli

  Harga beli = $\frac{100\ \%}{persen\ rugi}\ x\ Rugi$

  Harga beli = harga jual + untung

  Harga jual = Harga beli + rugi

Contoh soal :

1. Pak Amat menjual rumah dengan keuntungan 15%. Awalnya dia membeli rumah tersebut seharga Rp 300.000.000. Hitung harga penjualannya? Jawab:

   Persentase untung = (Harga penjualan – Harga Pembelian)/ Harga pembelian x 100%

   15% = (Harga penjualan – 300.000.000) / 300.000.000 x 100%

   Harga penjualan = (15% x 300.000.000) + 300.000.000
   = 45.000.000 + 300.000.000
   = Rp 345.000.000

2. Seorang pedagang membeli 200 butir telur dengan harga Rp550,00 per butir. Kemudian telur tersebut dijual lagi dengan harga Rp600,00 per butir, tetapi ada 20 telur yang dibuang karena rusak, tentukan besar kerugiannya!

Jawab:
Harga pembelian seluruhnya = 200 x Rp550,00 = Rp110.000,00

Harga penjualan seluruhnya = (200 – 20) x Rp600,00

= 180 x Rp600,00

= Rp108.000,00

Besar kerugiannya = Hb – Hj = Rp110.000,00 – Rp108.000,00
=Rp2.000,00

c) Untung (laba)

Untung (laba) adalah keadaan yang terjadi bila harga jual lebih tinggi dari harga beli. Besarnya untung dalam rupiah sama dengan selisih antara harga jual dengan harga beli.

Untung = harga penjualan – harga pembelian

Persentase untung = % Untung = $\frac{Untung}{Harga\ Beli}$ *x 100 %*

<u>Contoh soal</u>:

1. Seorang pedagang membeli beras dengan harga Rp.150.000,- per kuintal. Jika beras itu dijual dengan harga Rp.2.500,- per kilogram, berapakah besar keuntungan yang diperoleh pedagang tersebut.

Diketahui:

Harga beli setiap 1 kuintal beras adalah Rp.200.000,00

Harga jual setiap 1 kilogram beras adalah Rp.2.500,00.

Penyelesaian:

jika 1 kuintal = 100 kilogram, maka harga jual setiap 1 kuintal beras adalah :

100 x Rp.2.500,00 = Rp.250.000,00.

sehingga besar keuntungan adalah:

U = J – B = Rp.250.000,00 – Rp.200.000,00 = Rp.50.000,00.

- Jadi besar keuntungan yang diperoleh pedagang beras tersebut adalah Rp.50.000,00.

2. Ibu membeli 1 lusin pensil dengan harga Rp 20.000,-. Jika pensil tersebut dijual lagi oleh ibu dengan harga Rp 2.000,- per batang, maka persentase untung yang diperoleh ibu dari penjualan seluruh pensil adalah …
   Jawab:

Pembahasan :

Harga penjualan :

⇒ Harga jual = Rp 2.000,- x 12

⇒ Harga jual = Rp 24.000,-

Keuntungan :

⇒ Untung = harga jual − harga beli

⇒ Untung = Rp 24.000,- − Rp 20.000,-

⇒ Untung = Rp 4.000,-

Persentase keuntungan :

⇒ % untung = untung x 100%

harga beli

⇒ % untung = Rp 4.000,- x 100%

Rp 20.000,-

⇒ % untung = 20%

d) **Rugi** adalah selisih antara harga penjualan dengan harga pembelian jika harga penjualan kurang dari harga pembelian.

Rugi = harga pembelian – harga penjualan

Persentase rugi = % Rugi = $\frac{Rugi}{Harga\ Beli}$ $x\ 100\ \%$

Contoh Soal:

1. Suatu barang dibeli dengan harga Rp.27.500,00. kemudian dijual lagi. Tentukan kerugian yang diderita pedagang itu jika barang tersebut dijual lagi dengan harga Rp.20.500,-!

Jawab: Harga beli (B) = Rp.27.500,00

Harga jual (J) = Rp.20.500,00

Maka besarnya kerugian adalah:

R = B – J = Rp.27.500,00 – Rp.20.500,00 = Rp.7.000,00

- Jadi, kerugian yang diderita pedagang itu adalah Rp.7.000,00

e) Impas

Impas adalah keadaan pulang pokok (kembali modal), yakni keadaan dimana harga penjualan sama dengan harga pembelian.

f) Rabat (diskon)

Rabat (diskon) merupakan potongan harga jual suatu barang pada saat transaksi jual beli. Perbedaan antara rabat dan diskon adalah potongan harga pada jumlah barangnya. Rabat untuk potongan harga dari barang yang jumlahnya lebih dari satu atau barang grosir sedangkan diskon adalah potongan harga untuk sebuah barang. Tujuan dari pengadaan rabat (diskon) adalah sebagai ajang promosi agar pembeli mempunyai minat yang besar. Istilah ini sering dijumpai dalam perdagangan buku, alat-alat tulis dan kantor, pakaian, perumahan, dan produk lainnya.

Harga Bersih = Harga kotor – Rabat (diskon)

- Harga kotor adalah harga sebelum didiskon
- Harga bersih adalah harga setelah didiskon

Contoh soal:

Sebuah toko memberikan diskon 15 %, budi membeli sebuah rice cooker dengan harga Rp 420.000. berapakah harga yang harus dibayar budi?

Jawab: Harga sebelum diskon = Rp 420.000
Potongan harga = 15% x Rp 420.000 = Rp 63.000
Harga setelah diskon = Rp 420.000 – Rp 63.000 = Rp 375. 000
Jadi, budi harus membayar Rp 375.000

g) Bruto, Neto, Tara

Bruto adalah berat kotor (berat produk + berat kemasan),
Netto adalah berat bersih (berat barangnya saja) dan
Tara adalah berat kemasan barang.

- Misalnya, dalam sebuah karung yang berisi pupuk tertera tulisan berat bersih 50 kg sedangkan berat kotor 0,08 kg, maka berat seluruhnya = 50kg + 0,08kg = 50,8kg. Berat karung dan pupuk yaitu 50,8 kg disebut bruto (berat kotor)
  Berat karung 0,08 kg disebut disebut tara
  Berat pupuk 50 kg disebut berat neto (berat bersih)
  Jadi hubungan bruto, tara, dan neto adalah:

Bruto = Neto + Tara

Neto = Bruto – Tara

Tara = Bruto - Neto

Contoh Soal:

1. Ibu membeli 5 kaleng susu. Di setiap kaleng itu tertulis neto 1 kg. Setelah ditimbang ternyata berat seluruh kaleng susu tersebut 6 kg. Berapakah bruto dan tara setiap kaleng ?

Jawab:
Bruto setiap kaleng = 6 kg : 5 = 1,2 kg
Tara setiap kaleng = 1,2 kg – 1 kg
= 0,2 kg

h) Bunga Tunggal

Jika kita menyimpan uang di bank, jumlah uang kita akan bertambah. Hal itu terjadi karena kita mendapatkan bunga dari bank. Jenis bunga tabungan yang akan kita pelajari adalah bunga tunggal, artinya yang mendapat bunga hanya modalnya saja, sedangkan bunganya tidak akan berbunga lagi. Apabila bunganya turut berbunga maka jenis bunga tersebut disebut bunga majemuk. Jadi, **Bunga tunggal** adalah bunga uang yang diperoleh pada setiap akhir jangka waktu tertentu yang tidak mempengaruhi besarnya modal.

Rumus Bunga Tunggal:

Jika modal sebesar M ditabung dengan bunga b % setahun, maka besarnya bunga tunggal (B) dirumuskan sebagai berikut.

a. Setelah t tahun, besarnya bunga:

$$B = M \times \frac{b}{100} \times t$$

b. Setelah t bulan, besarnya bunga:

$$B = M \times \frac{b}{100} \times \frac{t}{12}$$

c. Setelah t hari (satu tahun adalah 365 hari), besarnya bunga:

$$B = M \times \frac{b}{100} \times \frac{t}{365}$$

Keterangan :

B = Besar bunga

M = Modal (Uang Awal)

b = Persentase bunga

t = waktu (lama menabung atau meminjam)

Contoh soal:

1. Tentukanlah besar bunga tunggal yang diterima Ibu Sumiati jika ia menabung uangnya sebesar Rp20.000.000,00 selama 5 tahun, apabila bunga tunggal yang diberikan bank sebesar 5% setahun!

Penyelesaian

Diketahui:

M = 20.000.000

t = 5 th

b = 5%

Ditanya besar bunga tunggal...?

Jawab:

B = 20.000.000 x (5%) x 5

B = 20.000.000 x 0.05 x 5

B = 5.000.000

Jadi besar bunga yang di dapatkan adalah 5.000.000

2. Anto menabung di bank A sebesar Rp 200.000,00 dengan bunga tunggal 12 % per tahun. Ani menabung di bank B sebesar Rp 250.000,00 dengan bunga tunggal 10% per tahun. Setelah 6 bulan, mereka mengambil uangnya. Berapakah selisih bunga uang mereka?

   Penyelesaian

   Diketahui:

   Anto menabung di bang A (M1) = Rp. 200.000,-

   b1= 12%/thn

   Ani Menambung di bank B (M2) = Rp. 250.000

   b2=10%

   lama menabung (t) = 6 bln

   Ditanyakan selisih uang Anto dan Ani setelah 6 bulan?

   Jawab:

   Bunga Uang Anto (B1) = M1 x (12%) x (6:12)

   B1 = 200.000 x 0,12 x 0,5 = 12.000

   Besar bunga tabungan Anto = Rp. 12.000,-

   Jadi besar Uang Anto setelah 6 bulan adalah Rp. 200.000 + Rp. 12.000

   = Rp. 212.000,-

   Bunga Uang Ani (B2) = M2 x (10%) x (6:12)

   B2 = 250.000 x 0,1 x 0,5 = 12.500

   Besar bunga tabungan Ani = Rp. 12.500

   Jadi Besar Uang Ani setelah 6 bulan adalah Rp. 250.000 + Rp. 12.500 = Rp. 262.500,-

   Sehingga selisih uang mereka adalah Rp. 262.500 – Rp. 212.000 = Rp. 50.500,-

i) Pajak

Pajak adalah suatu kewajiban dari masyarakat untuk menterahkan sebagian kekayaannya pada negara menurut peraturan yan di tetapkan oleh negara. Pegawai tetap maupun swasta negeri dikenakan pajak dari penghasilan kena pajak yang disebut pajak penghasilan (PPh).

Sedangkan barang atau belanjaan dari pabrik, dealer, grosor, atau toko maka harga barangnya dikenakan pajak yang disebut pajak pertambahan nilai (PPN).

a. Pajak Penghasilan (PPh)

Pajak penghasilan adalah potongan dari Gaji pekerja untuk diberikan pada pemerintah sebagai pemenuhan kewajiban pekerja kepada Negara

Gaji yang diterima = Gaji mula-mula - pajak penghasilan (Rp)

Pajak penghasilan dihitung dari gaji mula-mula. **Contoh :**

Gaji Bayu mula-mula Rp. 2.000.000,00. Ia harus kena pajak penghasilan 20%. Berapa gaji yang diterima Bayu?

Jawab:

Pajak (Rp) = Persen Pajak × Gaji mula-mula
= 20% × 2.000.000
= 400.000

Gaji yang Diterima = Gaji mula-mula – pajak (Rp)
= 2.000.000 – 400.000
= 1.600.000

Jadi, gaji yang diterima Bayu adalah Rp. 1.600.000,00

b. Pajak Pertambahan Nilai (PPN)

Pajak pertambahan nilai adalah penambahan harga bayar sebagai pemenuhan kewajiban konsumen pada pemerintah.

Contoh : Riyo membeli sebuah Laptop dengan harga. Rp. 3.500.000. Ia dikenakan pajak sebesar 10%. Berapa Rupiah yang harus dibayar Riyo?

Jawab:

Pajak (Rp) = Persen Pajak × Harga Barang

= 10% × 3.500.000

= 350.000

Harga yang harus dibayar = Harga Barang + Pajak

= 3.500.000 + 350.000

= 3.850.000

Jadi, Riyo harus membayar Rp. 3.850.000,00

Contoh soal:

Seorang ibu mendapat gaji sebulan sebesar Rp 1.000.000,00 dengan penghasilan tidak kena pajak Rp 400.000,00. Jika besar pajak penghasilan (PPh) adalah 10 %, berapakah gaji yang diterima ibu tersebut?

Jawab:

Besar penghasilan Rp 1.000.000,00

Penghasilan tidak kena pajak Rp 400.000,00

Pengahasilan kena pajak = Rp 1.000.000,00 – Rp 400.000,00

= Rp 600.000,00

Pajak penghasilan 10 %

Besar pajak penghasilan = 10 % x Rp 600.000,00

= Rp 60.000,00

Jadi besar gaji yang diterima ibu tersebut adalah

= Rp 1.000.000,00 – Rp 60.000,00

= Rp 940.000,00

2.2 Permasalahan Pembelajaran Pada Pokok Bahasan (di *SMPN 3 Kota Bengkulu* kelas VII Semester 2)

A. Hasil belajar

Berdasarkan hasil observasi wawancara terhadap salah satu guru matematika di SMP Negeri 3 Kota Bengkulu, rata-rata hasil belajar yang dicapai siswa pada materi aritmatika sosial dikatakan mencapai KKM (Kriteria Ketuntasan Minimal), namun ada beberapa siswa menunjukkan hasil belajar yang masih dibawah KKM. Hal ini tentunya disebabkan oleh beberapa faktor, yaitu:

1. Faktor dari dalam diri siswa yang besar sekali pengaruhnya terhadap hasil belajar yang dicapai siswa
2. Motivasi belajar, sikap dan kebiasaan belajar
3. Faktor lingkungan yang menunjukkan ada faktor-faktor lain diluar diri siswa yang mempengaruhi hasil belajar

yang dicapai siswa, salah satunya yaitu kualitas pengajaran.

Berikut adalah penjelasan permasalahan yang dialami siswa pada tiap sub bab Aritmatika Sosial :

a. Permasalahan pada materi harga pembelian

Siswa kesulitan menentukan harga beli saat diketahui harga jual dan presentase kerugian. Saat menemukan bentuk soal seperti itu, siswa biasanya menjumlahkan atau mengurangkan presentase kerugian dengan harga jual.

- Misalnya jika diketahui soal :

Sebuah televisi terjual dengan harga Rp.1.800.000. jika penjual mengalami kerugian sebesar 10%, maka berapa harga pembelian televisi tersebut?

Namun siswa menjawab :

Rugi = Presentase Rugi x Harga beli

Rugi = $\frac{10}{100} \times 1.800.000$

Rugi = 180.000

HB = 1.800.000 + 180.000

HB = 1.980.000

Atau

HB = 1.800.000 – 180.000

HB = 1.620.000

b. Permasalahan pada materi harga penjualan

Siswa tidak mengalami kesulitan pada materi harga jual. Biasanya guru membawa permasalahan ke kehidupan sehari-hari sehingga siswa lebih mudah. Jika siswa telah memahami permasalahannya, ia tinggal menghitungnya dengan rumus yang diberikan.

c. **Permasalahan pada materi Untung (laba)**

Siswa tidak mengalami kesulitan pada materi untung (laba). Siswa memahami bahwa suatu jual beli dikatakan mengalami keuntungan jika harga jual lebih dar harga beli. Siswa dapat menjawab soal dengan menggunakan rumus yang telah diberikan guru. Untuk lebih mudah, guru juga membawa permasalahan di kehidupan sehari hari.

d. **Permasalahan pada materi kerugian** .

Siswa tidak mengalami kesulitan pada materi kerugian. Siswa memahami bahwa suatu jual beli dikatakan mengalami kerugian ketika harga jual lebih rendah dari harga beli. Dalam menentukan persentase kerugian pun siswa tidak kesulitan karena siswa dapat menggunakan rumus yang telah diberikan.

e. **Impas**

Siswa juga tidak mengalami kesulitan dalam menentukan suatu jual beli dikatakan impas. Siswa paham ketika disampaikan bahwa impas adalah keadaan dimana suatu jual beli tidak untung dan tidak rugi. Siswa menyebut impas dengan balik pokok.

f. **Rabat (diskon)**

Tidak ditemukan kesulitan dala materi diskon. Siswa biasanya diminta mendatangi toko seperti Matahari, kemudian mewawancarai kasir yang bekerja di toko tersebut untuk menanyakan harga sebelum diskon, besar diskon dan harga sesudah diskon. Kemudian menerapkan

g. **Bruto, Netto, Tara**

Tidak ada kesulitan dari siswa untuk menentukan nilai bruto, netto, tara karena siswa sudah mengetahui rumus nya. Tinggal siswa memasukkan angkanya ke rumus. Atau untuk lebih memahami, siswa diminta mempraktikannya langsung dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya menimbang berat kardus mie, berat mie beserta kardusnya dan berat mie dalam kardus untuk menjelaskan mana itu bruto, netto dan tara.

h. Bunga Tabungan

Siswa bisa menyelesaikan soal atau permasalahan yang berkaitan dengan bunga tunggal. Guru langsung memberi rumus. Sehngga siswa tinggal memasukkan angka-angka yang diketahui di soal. Selanjutnya tinggal keahlian siswa untuk mengali dan membagi untuk menentukan jawaban sdari soal yang diberikan.

i. Pajak

Siswa juga tidak mengalami kesulitan dalam sub materi ini. Biasanya, siswa diminta melihat slip gaji orang tua untuk mengetahui pajak penghasilan, atau saat membeli makanan di salah satu tempat makan, misalnya KFC, dilihat pajak untuk tokonya. Dilihat berapa pertambahan uang yang harus dibayar.

B. Model atau media

Berdasarkan pengalaman Ibu Nur dalam mengajar materi aritmatika sosial dari tahun ke tahun telah menerapkan berbagai macam model pembelajaran. Model pembelajaran yang diterapkan oleh Ibu Nur yaitu model pembelajaran ceramah, kooperatif, dan adanya tugas proyek.

Pada pembelajaran dengan metode ceramah, materi yang diajarkan pada pertemuan pertama yaitu tentang penjualan, pembelian, keuntungan, dan kerugian, pada pertemuan pertama tersebut guru membagi siswa dalam kelompok yang terdiri dari 4 orang pada masing-masing kelompok. Secara umum, proses pembelajaran pada pertemuan pertama masih ditemui beberapa kendala pada saat pembelajaran. Dikarenakan siswa masih beradaptasi dengan lingkungan, begitupun siswa masih canggung dengan guru yang mengajar karena belum terbiasa. Hal tersebut menyebabkan pada proses pembelajaran kurang maksimal. Namun, siswa sudah memahami materi yang tekah dijelaskan oleh guru, dibuktikan dengan hasil latihan siswa pada saat pembelajaran.

Pada pembelajaran kooperatif, mendorong siswa aktif menemukan sendiri pengetahuannya melalui ketarampilan proses. Materi yang diajarkan yaitu persentase keuntungan, kerugian, dan bunga tunggal. Siswa belajar dalam kelompok-kelompok kecil. Dalam menyelesaikan tugas kelompok, setiap anggota saling bekerja sama dan membantu dalam memahami suatu permasalahan pembelajaran. Menurut Ibu Nur, dengan menerapkan model pembelajaran kooperatif ini siswa terlibat secara aktif dalam pembelajaran, dibuktikan pada saat diskusi kelompok dan guru memberikan kesempatan untuk bertanya tentang apa yang kurang dipahami oleh siswa. Dan kendala yang terjadi dibandingkan dengan metode ceramah sudah berkurang, sehingga siswa sudah mulai antusias mengikuti setiap kegiatan pembelajaran berlangsung.

Ibu Nur juga menerapkan tugas proyek pada siswa. Siswa langsung menerapkan pembelajaran tersebut dalam kehidupan sehari-hari, dimana materi aritmatika sosial berkaitan dengan perekonomian atau perdagangan serta transaksi jual beli, serta dalam penerapan contoh soalnya berupa soal cerita. Pada penerapan konsep aritmatika sosial, siswa diharapkan mampu mengerjakan mengerjakan tugas proyek secara berkelompok dengan menggunakan kurun waktu yang telah ditentukan hasil tugas proyek tersebut berupa sebuah laporan untung rugi beberapa pedagang di pasar sekitar tempat tinggal siswa.

- Adapun langkah-langkah kerjanya sebagai berikut:
    1. Siswa membentuk beberapa kelompok sekitar 4 – 5 orang.
    2. Masing-masing kelompok mendatangi beberapa pedagang dengan jenis barang yang sama di pasar, misalnya kelompok A mendatangi beberapa pedagang beras, kelompok B mendatangi beberapa pedagang buah, kelompok C mendatangi beberapa pedagang ikan, dan seterusnya.
    3. Jadi setiap kelompok mengumpulkan informasi dengan melakukan wawancara tentang berapa modal yang dikeluarkan untuk berdagang setiap harinya dan menanyakan apa yang dialami pedagang setiap hari dari hasil penjualannya, untung atau rugi?? Kemudian masing – masing kelompok harus menentukan besar persentase keuntungan atau kerugian yang dialami setiap pedagang selama 1 minggu.
    4. Kegiatan ini dilakukan selama 1 minggu dan masing-masing kelompok pada akhir waktu harus mengumpulkan hasil laporannya.
    5. Dan Masing – masing kelompok kemudian mempresentasikan hasil laporan dari tugas proyek yang diberikan.

Penerapan tugas dalam bentuk proyek sangat bermanfaat dalam proses pembelajaran matematika. Membiasakan siswa untuk tidak sekedar menghafal materi pelajaran tetapi juga harus mampu menerapkan apa yang telah dipelajari sebelumnya. Di dalam pembelajaran langsung siswa dilatih untuk mandiri, tidak hanya menghafal materi pelajaran saja. Kebanyakan latihan mandiri yang diberikan kepada siswa adalah pada fase akhir pertemuan dalam kelas, yang berupa pekerjaan rumah. Namun, pekerjaan rumah dalam bentuk proyek disini dimaksudkan berlatih secara mandiri, hal ini merupakan kesempatan bagi siswa untuk menerapkan keterampilan baru yang diperolehnya secara mandiri, dan memperpanjang waktu belajar belajar bagi siswa.

Media pembelajaran yang digunakan Ibu Nur dalam mengajar pada materi aritmatika sosial, menggunakan alat peraga timbangan/neraca yang biasa digunakan di pasar. Timbangan tersebut digunakan untuk mengukur berat bahan, pada materi aritmatika sosial, timbangan dapat digunakan untuk mengukur Neto, Bruto, Tara. Bruto adalah berat kotor, yaitu berat suatu barang beserta dengan tempatnya. Sedngkan Neto adalah berat bersih yaitu berat suatu barang setelah dikurangi dengan tempatnya. Dan Tara adalah potongan berat, yaitu berat kemasan suatu barang. Jadi, dengan adanya alat peraga berupa timbangan, membuat siswa lebih memahami langsung karakteristik dari Bruto, Neto, tara.

Namun Ibu Nur masih kesulitan untuk menampilkan media pembelajaran khususnya yang berbasis TIK, karena jumlah proyektor di sekolah sangat terbatas. Sehingga guru harus bergantian dengan guru lain jika ingin menggunakan proyektor untuk menampilkan suatu media atau hal pendukung lainnya. Akses internet di sekolah juga masih kurang memadai. Belum ada Wi-Fi untuk digunakan.

C. Siswa

Kami tidak melakukan wawancara langsung terhadap siswa kelas VII dikarenakan materi aritmatika sosial adalah materi yang dipelajari di semester 2, sedangkan wawancara ini dilakukan pada semester 1. Sehingga kami hanya dapat mewawancarai guru matematika.

Berdasarkan hasil wawancara dengan Ibu Nur, permasalahan pembelajaran yang dialami siswa pada pokok bahasan Aritmatika sosial yaitu adanya beberapa siswa yang kesulitan dalam memecahkan soal aritmatika sosial. Seperti yang sudah dijelaskan bahawa ada faktor-faktor yang mempengaruhinya. yang kedua belajar dalam bentuk sebuah kelompok belajar karna biasanya terdapat beberapa siswa yang cenderung malu bertanya pada guru sehingga terbentuknya kelompok belajar akan menjadikan antar siswa saling belajar dan mengajari. Kesulitan juga terjadi pada materi, yaitu siswa masih sulit menentukan harga penjualan dan pembelian dalam menjawab soal, dan siswa masih kurang paham pengaplikasian soal dalam bentuk soal cerita.

Kemudian dukungan dari orangtua juga sangat berpengaruh, maka dari itu orang tua diharapkan mempu memberi motivasi dalam belajar siswa seperti memberikan belajar tambahan ke tempat tempat les, dan memantau perkembangan belajar anak.

D. Guru

Menurut Ibu Nur, permasalahan pembelajaran guru pada materi Aritmatika Sosial, yaitu pada buku bahan ajar K13 yang digunakan, Guru harus mengembangkan ide-ide kreatif dalam memilih metode pembelajaran, dan menemukan juga kegiatan alternatif apabila kondisi yang terjadi kurang sesuai dengan perencanaan. Dalam K13 juga pembelajaran semestinya berpusat pada siswa, artinya siswa tidak hannya menerima kucuran ilmu atau konsep pembelajaran sepenuhnya dari guru, tetapi siswa juga terlibat dan berusaha menemukan sendiri konsep materi yang dipelajari. Untuk itu diharapkann agar guru dapat membimbing dan membantu siswa dalam kegiatan pembelajaran. Guru harus mengupayakan untuk memasukkan Kompetensi Inti (KI) dan KII dalam semua kegiatan pembelajaran.

Guru diharapkan melakukan penguatan untuk mendukung pembentukan sikap, pengetahuan, dan perilaku positif. menurut Ibu Nur, banyak sekali guru-guru yang belum siap secara mental dengan kurikulum 2013 ini, karena kurikulum ini menuntut guru lebih kreatif, pada kenyataannya sangat sedikit para guru yang seperti itu, sehingga membutuhkan waktu yang panjang agar bisa membuka cara berfikir yang baru bagi guru, Guru banyak salah kaprah, karena beranggapan dengan kurikulum 2013 guru tidak perlu menjelaskan materi kepada siswa di kelas, padahal banyak mata pelajaran yang harus tetap ada penjelasan dari guru.

2.3 Solusi

A. Hasil Belajar

Dari kesulitan yang dialami siswa dalam materi harga pembelian saat diketahui persentase kerugian, guru menanamkan kepada siswa bahwa harga beli adalah harga utuh (100%). Jadi setiap membeli barang, anggap 100%.

- Misalnya dengan contoh soal yang sama yaitu :

Sebuah televisi terjual dengan harga Rp.1.800.000,00 . Jika penjual mengalami kerugian sebesar 10%, maka berapa harga pembelian televisi tersebut?

Diketahui : Harga Jual (HJ) = 1.800.000

Presentase rugi = 10%

Ditanya : Harga Beli ?

Penyelesaian :

Harga Beli (HB)= Harga Jual + Persen Rugi

Karena guru menawarkan solusi bahwa anggap harga beli adalah utuh 100%, maka:

100%HB = 1.800.000 + 10% HB

100%HB – 10% HB = 1.800.000

90% HB = 1.800.000

HB = 1.800.000 : $\frac{100}{90}$

HB = 2.000.000

Jadi, harga beli televisi tersebut adalah Rp.2.000.000,00

Solusi dari penulis adalah, dengan menekankan pada siswa bahwa pada rumus harga beli (jika diketahui persentase rugi) yaitu : Harga Beli = Harga Jual + % Rugi

Rugi dalam hal ini adalah bukan persentase dari harga jual, melainkan persentase dari **harga beli**. Kesalahan siswa adalah menganggap persentase tersebut adalah persentase dari harga jual sehingga saat menghitung harga beli siswa mengalikan persentase dengan harga jual kemudian menjumlahkan atau mengurangkannya dengan harga jual. sehingga jawaban siswa tidak tepat.

B. Model atau Media

Tidak ada permasalahan terkait model pembelajaran. Guru-guru sudah memahamii macam-macam model pembelajaran yang dapat digunakan di kelas. Sedangkan untuk media pembelajaran, solusi yang ditawarkan adalah dengan meningkatkan fasilitas yang ada di sekolah, misalnya akses internet yang baik dan menambah jumlah proyektor untuk menampilkan media-media yang mendukung proses belajar mengajar.

C. Siswa

Solusinya adalah dengan membuat hubungan antara guru dan siswa lebih baik, sehingga siswa tidak malu atau segan untuk bertanya. Atau dengan mengarahkan siswa untuk membentuk kelompok belajar dimana siswa dengan kemampuan tertinggi dibagi rata. Sehingga jika siswa malu bertanya pada guru, dapat menanyakan hal yang belum ia pahami kepada teman sebayanya. Selain itu, dukungan orang tua juga sangat berpengaruh dalam menyemangati siswa dalam belajar.

D. Guru

Solusi yang ditawarkan adalah dengan mengadakan kembali sosialisasi atau pelatihan untuk guru-guru terkait Kurikulum 2013 sehingga guru dapat menjalankan k13 dengan baik dan sesuai arahan atau aturan yang berlaku. Guru-guru juga dapat saling berdiskusi dengan guru lain untuk mencari solusi dan inovasi terkait pmbelajaran. Guru juga sebaiknya pandai memilih dan menggunakan model dan atau media pemelajaran yang dapat mendukung proses belajar mengajar.

BAB 3

PERSAMAAN GARIS LURUS

$$\begin{pmatrix} Oleh: \\ Karina\ Marta\ (A1C017012) \\ Saprida\ Yani\ Harahap\ (A1C017050) \end{pmatrix}$$

3.1 Materi

A. Pengertian dan Bentuk Umum Persamaan Garis Lurus

Persamaan garis lurus adalah persamaan yang membentuk garis lurus saat digambarkan dalam bidang kartesius. Bentuk umum persamaan garis lurus adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{y = mx + c}$$

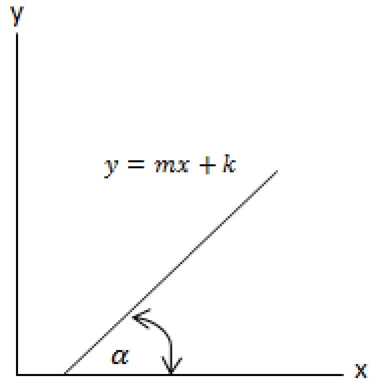
m = Gradien/ kemiringan garis

x, y = Variabel

c = Konstanta

B. Gradien Persamaan Garis Lurus

Gradien menunjukkan kemiringan dari suatu persamaan terhadap garis x. gradient dinotasikan dengan hurug m. berdasarkan gambar berikut:



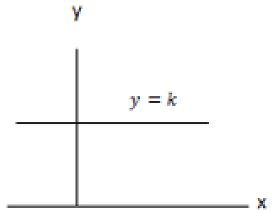
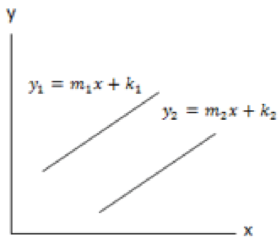
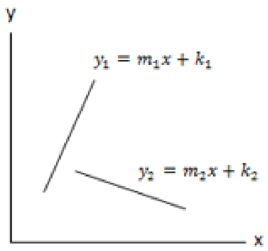
Kemiringan atau gradient adalah perbandingan antara jarak garis yang diproyeksikan kesumbu y terhadap proyeksi garis terhadap sumbu x. sehingga:

m = tan α

untuk beberapa bentuk persamaan, gradient diperoleh dengan

BENTUK PERSAMAAN	GRADIEN	KETERANGAN
$y = mx + k$	m	m koefisien k konstanta
$ax + by = c$	$m = -\frac{a}{b}$	a dan b koefisien c konstanta
Melalui 2 titik : $P(x_1, y_1)$ dan $Q(x_2, y_2)$	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	Jika diketahui 2 titik

Dalam hubungannya suatu persamaan garis lurus dengan garis lainnya, gradien memiliki persamaansebagai berikut:

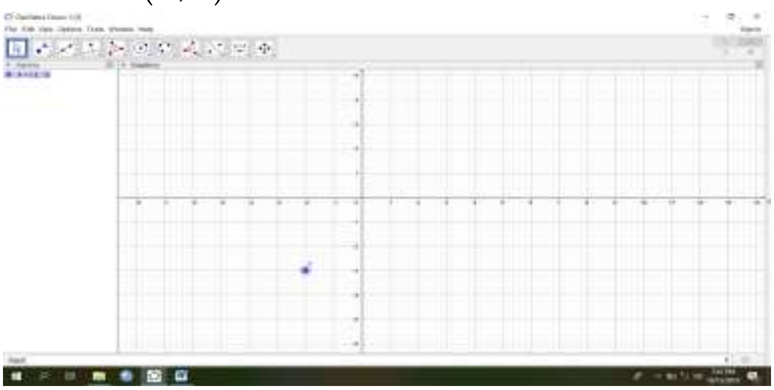
BENTUK GARIS	GAMBAR	GRADIEN
Suatu garis yang sejajar sumbu x		$m = 0$
Dua garis yang sejajar		$m_1 = m_2$
Dua garis yang saling tegak lurus		$m_1 . m_2 = -1$

C. Menentukan Persamaan Garis Lurus

Ada dua hal yang perlu diperhatikan saat ingin membuat persamaan garis lurus. Pertama, kamu harus tahu nilai gradien dari garis tersebut dan kedua, kamu harus tahu sedikitnya satu titik yang dilalui garis itu. Berikut ini merupakan dua kondisi yang dapat dicari tahu bentuk persamaan garis lurusnya:

1) **Jika diketahui gradien dan satu titik yang dilalui garis**
Misalnya, suatu garis melalui sebuah titik, yaitu (x_1,y_1). Kamu dapat menentukan persamaan garis lurusnya dengan rumus: $y - y_1 = m(x - x_1)$

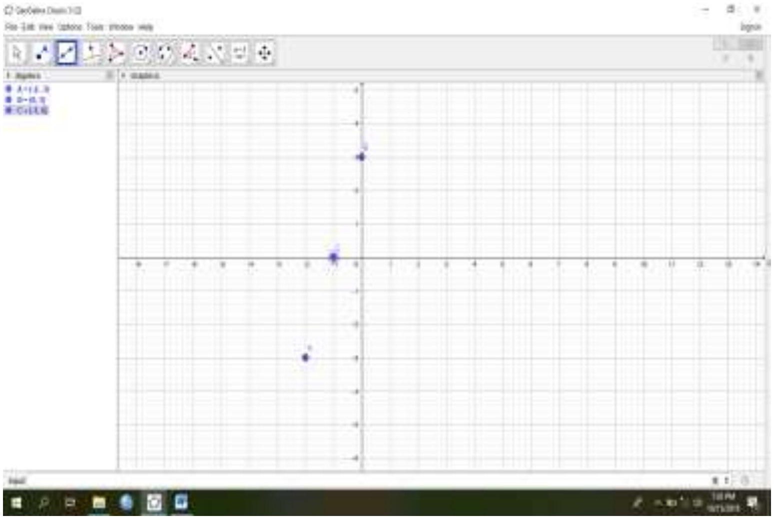
Contoh :
Tentukan persamaan garis yang bergradien 3 dan melalui titik (-2,-3)!
Penyelesaian:
Diketahui :
m = 3
$(x_1,y_1) = (-2,-3)$.
Ditanya : Persamaan garis lurus
Penyelesaian :
$y - y_1 = m(x - x_1)$, masukkan nilai m, x_1 dan y_1 kedalam persamaan
$y - (-3) = 3(x - (-2))$
$y + 3 = 3x + 6$, kurangkan kedua ruas dengan 3
$y + 3 - 3 = 3x + 6 - 3$
$y = 3x + 3$
Jadi, persamaan garis lurusnya adalah **y = 3x + 3**.
Grafik persamaan tersebut adalah sebagai berikut:
a. Buat titik (-2,-3)



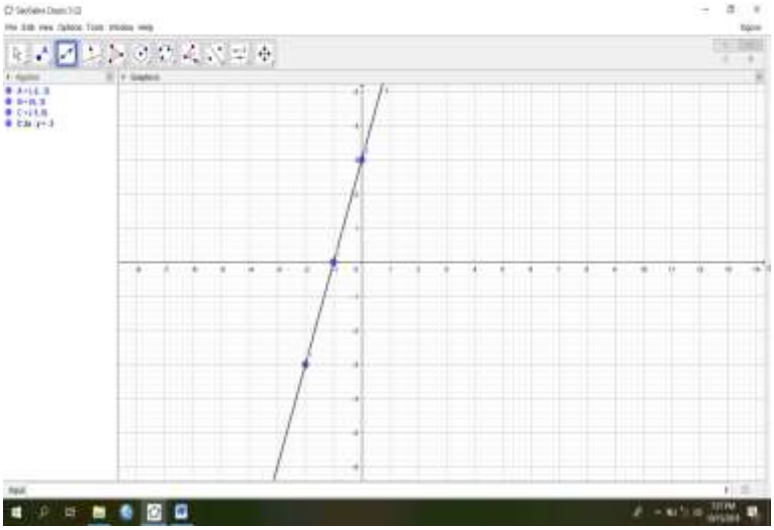
b. Cari titik potong dari persamaan garis y = 3x + 3

X	0	-1
Y	3	0

c. Buat titik potong yang didapatkan tersebut kedalam bidang kartesius



d. Hubungkan setiap titik tersebut dengan menggunakan garis sehingga terlihat seperti gambar berikut:



2) Jika diketahui dua titik yang dilalui garis

Misalnya, suatu garis melalui dua buah titik, yaitu (x_1,y_1) dan (x_2,y_2). Kamu bisa menggunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui persamaan garisnya.

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

Contoh soal:

Tentukan persamaan garis yang melalui titik A (-4 , 7) dan B (2 , -2) dan persamaan garis yang sejajar dengan garis yang dibentuk titik A dan B dan melalui titik (2,3)?

Diketahui :

Titik A (-4,7) dan titik B(2,-2). x_1 = -4, y_1 = 7, x_2 = 2, y_2 = -2

Ditanya :

a. Persamaan garis lurus
b. Persamaan yang sejajar dengan garis AB dan melalui titik (4,0)

Penyelesaian :

a. $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$

$\frac{y-7}{-2-7}=\frac{x-(-4)}{2-(-4)}$

$\frac{y-7}{-9}=\frac{x+4}{6}$ (kedua ruas dikalikan dengan 6)

$\left(\frac{y-7}{-9}\right)6=\left(\frac{x+4}{6}\right)6$

$\frac{6y-42}{-9}=x+4$ (kedua ruas dikalikan dengan -9)

$\left(\frac{6y-42}{-9}\right)(-9)=(x+4)(-9)$

6y – 42 = -9x -36 (kedua ruas ditambahkan dengan 42)

6y – 42 + 42 = -9x -36 + 42

6y = -9x + 6 (kedua ruas dikali $\frac{1}{6}$)

$y = \frac{-9x+6}{6}$

b. Dari persamaan $y = \frac{-9x+6}{6}$, didapat

$m = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$

karena persamaan garisnya sejajar, maka $m_1 = m_2 = -\frac{3}{2}$

persamaan garis yang sejajar dengan garis $y = \frac{-9x+6}{6}$ dan melalui titik (2,3) yaitu:

$y - y_1 = m (x - x_1)$

$y - 3 = -\frac{3}{2} (x - 2)$

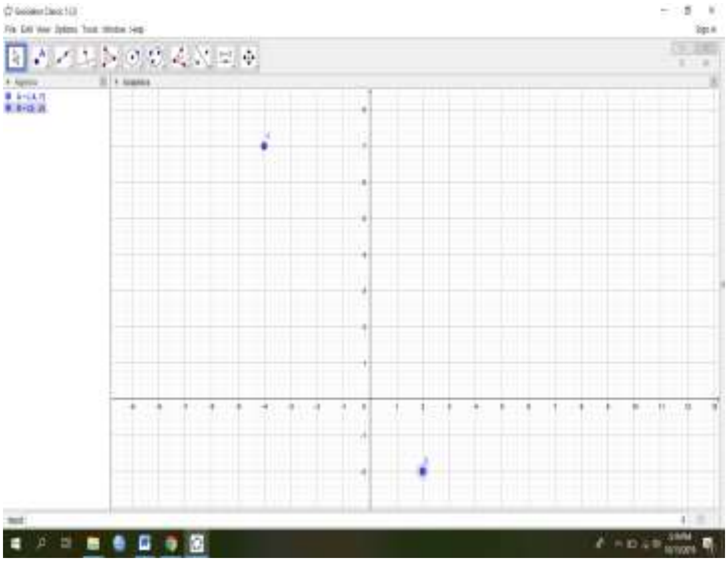
$y - 3 = -\frac{3}{2}x + \frac{6}{2}$, kedua ruas di tambahkan 3

$y - 3 + 3 = -\frac{3}{2}x + \frac{6}{2} + 3$

$y = -\frac{3}{2}x + \frac{12}{2}$

Grafik persamaan garis lurusnya, yaitu sebagai berikut:

1. Buat titik A (-4,7) dan titik B (2,-2)



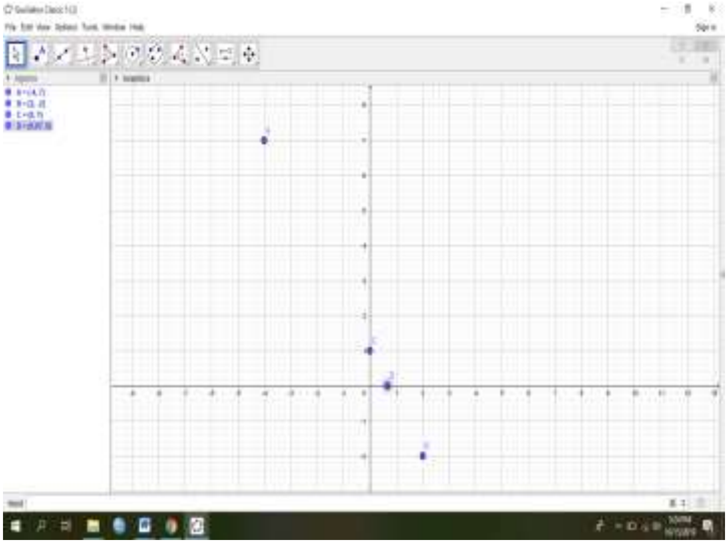
2. Cari titik potong sumbu x dan sumbu y dari persamaan garis

$y = \frac{-9x+6}{6}$

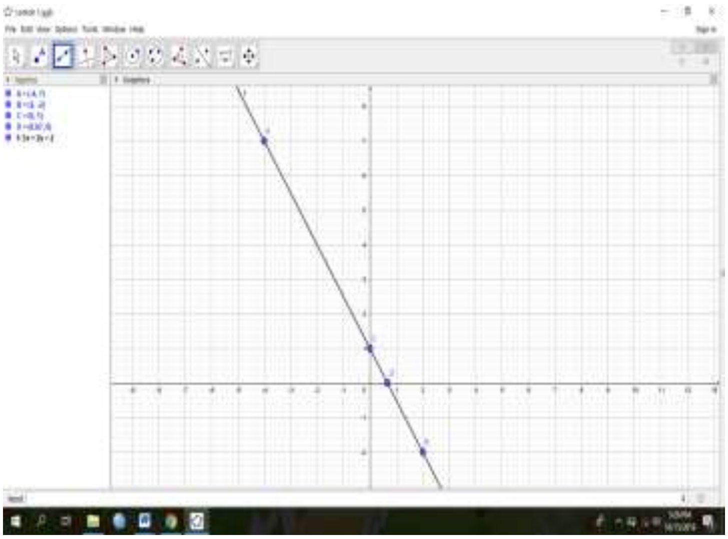
x	0	$\frac{2}{3}$

y	1	0

3. Lalu masukkan titik potong yang didapat kedalam grafik



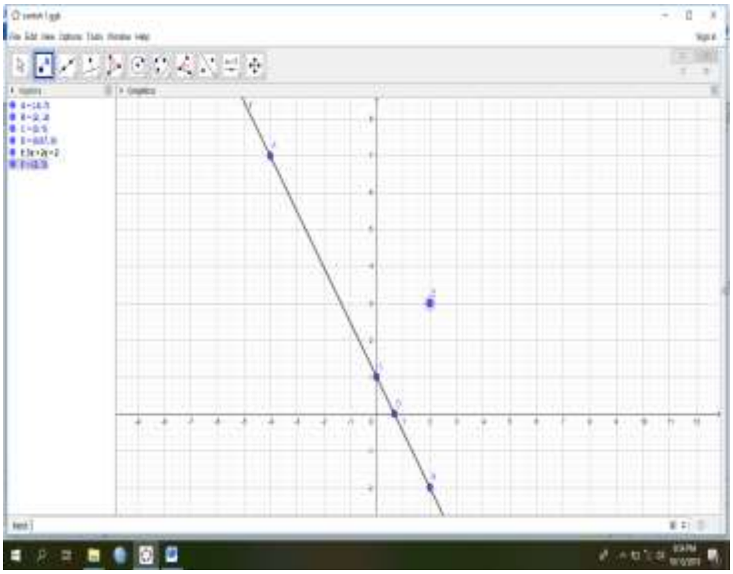
4. Kemudian, hubungkan setiap titik dengan garis. Sehingga didapat gambar seperti berikut



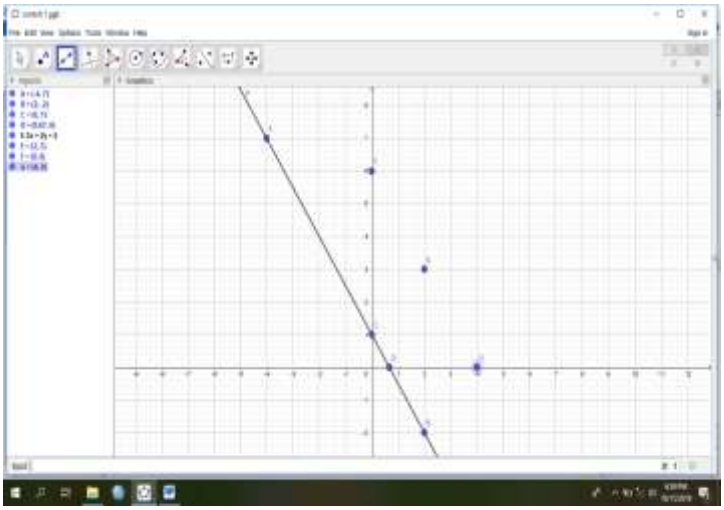
5. Buat titik potong dari persamaan $y = -\frac{3}{2}x + \frac{12}{2}$

x	0	4
y	6	0

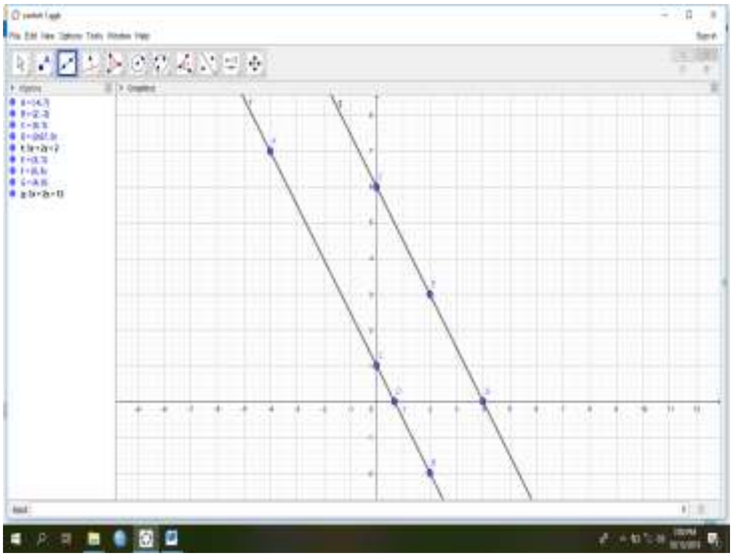
6. Buat titik (2,3) pada bidang kartesius



7. Lalu gambarkan titik potong yang didapat pada bidang kartesius



8. Hubungkan setiap titik dengan garis



Sehingga terlihat bahwa persamaan garis y = $-\frac{3}{2}$x + $\frac{12}{2}$ sejajar dengan y = $\frac{-9x+6}{6}$

D. Menggambar Grafik Dari Persamaan Garis Lurus

Terdapat tiga langkah dalam membuat grafik dari persamaan garis lurus, yaitu:

1. Cari titik potong sumbu x
2. Cari titik potong sumbu y
3. Gambarkan kedua titik potong dengan garis

Contoh Soal:

Gambarlah grafik dari persamaan garis lurus y = 3x - 9!

Penyelesaian:

Diketahui : persamaan garis lurus y = 3x – 9

Ditanya : Grafik Fungsi

Jawab :

1. **Cari titik potong di sumbu x**
   Cara mencari titik potong pada sumbu x adalah dengan **membuat variabel y menjadi 0**.

y = 3x – 9 , ubah variabel y nya menjadi 0

0 = 3x – 9, kuarangkan kedua ruas dengan 3x

-3x = 3x – 9 – 3x

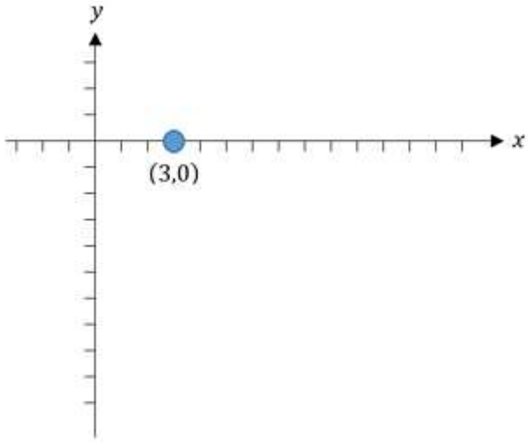
-3x = -9, kalikan kedua ruas dengan dengan $-\frac{1}{3}$

-3x $(-\frac{1}{3})$ = -9 $(-\frac{1}{3})$

x = 3

Jadi, saat y = 0, nilai x yang dihasilkan adalah 3.

Sehingga, diperoleh **titik potong di sumbu x** adalah **(3,0)**.



2. **Cari titik potong di sumbu y**

   Tidak jauh berbeda dengan cara mencari titik potong pada sumbu x, untuk mencari titik potong di sumbu y, kita harus **mengganti variabel x menjadi 0**.

   y = 3x – 9 , ubah variabel x nya menjadi 0

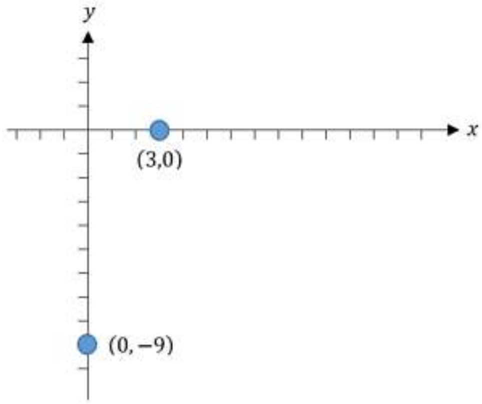
   y = 3(0) – 9

   y = 0 – 9

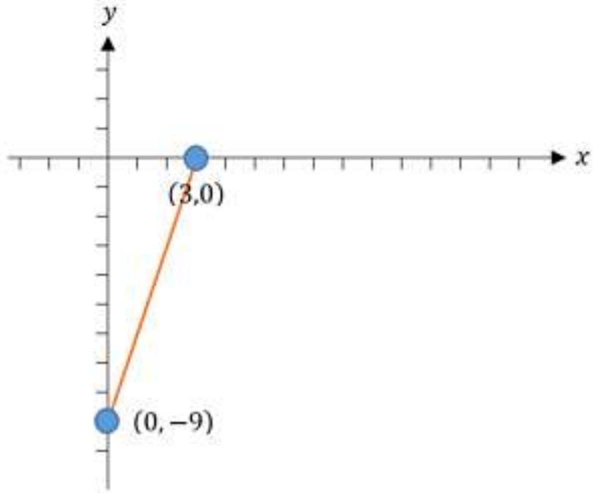
   y = -9

   Jadi, saat x = 0, nilai y yang dihasilkan adalah -6.

   Sehingga, diperoleh **titik potong di sumbu y** adalah **(0,-9)**.



3. **Gambar garis yang menghubungkan titik potong tersebut**
   Setelah diperoleh dua buah titik potongnya, kita bisa tarik garis lurus yang menghubungkan kedua titik potong tersebut. Sehingga, hasilnya akan seperti ini.



3.2 Permasalahan Pembelajaran Pada Pokok Bahasan (di *SMPN 22 Kota Bengkulu* kelas VIII semester 1)

Persamaan garis lurus adalah salah satu bab pembelajaran pada matematika kelas 8 sekolah menengah pertama semester ganjil. Pemahaman konsep persamaan garis lurus sangat menentukan pemahaman anak terhadap konsep ilmu lainnya yang lebih tinggi seperti integral, turunan, menghitung volume benda putar dan sebagainya. Berikut akan kami paparkan kesulitan belajar yang dialami peserta didik dalam memahami konsep persamaan garis lurus yang kami dapat dari mewawancari ibu EvaAvrianti, S.Pd seorang guru matematika kelas 7 dan 8 di SMPN 22 Kota Bengkulu.

Berdasarkan wawancara yang kami lakukan ibu Eva menggunakan metode ceramah, berdasarkan hasil pengamatan ibu Eva masuk kelas dan menjelaskan terlebih dahulu konsep mengenai materi yang diajarkan sementara peserta didik akan memperhatikan dan mencatan seperti biasa lalu akan diberikan contoh soal sebagai penguat pemahaman lalu Ibu Eva akan memberikan soal untuk dijawab oleh peserta didik didepan kelas, jika peserta didik tidak dapat menjawabnya maka akan dilempar ke peserta didik lainnya dan bagi peserta didik yang bisa menjawab akan diminta menjelaskannya kedepan kelas.

A. Hasil Belajar

Berdasarkan hasil wawancara Ibu Eva mengungkapkan bahwa hasil belajar dinilai tidak merata ada anak yang nilainya bagus diatas 70 namun ada juga yang jauh dibawah.

B. Kesulitan Belajar yang dialami peserta didik

Menurut hasil wawancara yang kami lakukan, Ibu Eva memaparkan bahwa sebenarnya peserta didik sudah memahami konsep gradien hanya saja mereka akan kesulitan jika diberikan soal bercerita yang memerlukan analisis lebih dan soal yang diminta untuk menggambarkan grafik. Beliau memaparkan bahwa banyak dari peserta didik yang masih sukar membedakan sumbu X dan sumbu Y dan susah membedakan titik di sumbu X dan titik di sumbu Y jika diberikan titik koordinat dan diminta untuk membuat gambar dari persamaan garisnya. Karena materi ini belum dipelajari anak kelas 8 saat ini cukup susah bagi saya mencari anak kelas 9 untuk diwaancarai bagaimana pendapat mereka dalam memahami konsep persamaan garis lurus karena mayoritas dari mereka sudah lupa. Namun berdasarkan pengamatan yang kami lakukan adalah peserta didik tidak memahami secara keseluruhan konsep matematika yang dasar seperti persamaan aljabar dan perkalian. Tentu hal ini akan mempersulit peserta didik dalam mengerjakan soal-soal persamaan garis lurus. Tidak hanya itu menurut saya motivasi belajar dan atmosfer belajar di SMPN 22 Kota Bengkulu juga masih kurang yang mungkin ini adalah dampak dari factor eksternal.

Contoh :

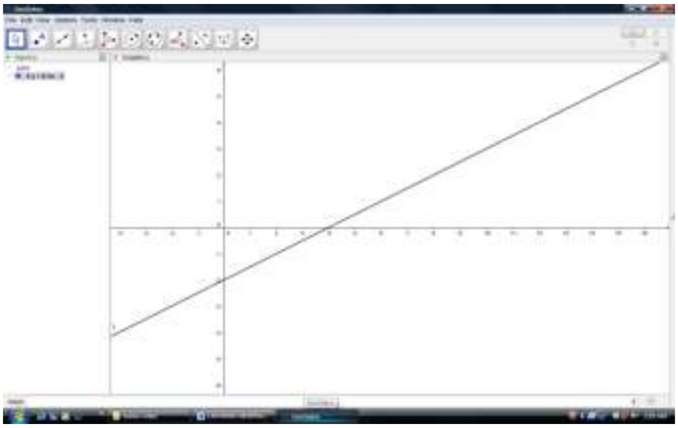
1. Persamaan garis lurus yang sejajar dengan garis $y = \frac{1}{2}x + 5$ dan melalui titik P (-1,2) tentukan persamaan garis yang sejajar dan lukiskan grafiknya!

   Jawaban peserta didik :

   Penyelesaian :

   1. **Kasus 1**
      - $y - y_1 = m(x - x_1)$
      - $x = 2$ & $y = -1$
      - $y - (-1) = \frac{1}{2}(x - 2)$
      - $y + 1 = \frac{1}{2}x - 1$
      - $y = \frac{1}{2}x - 2$

X	0	4
Y	-2	0



Diagnosa kesalahan :

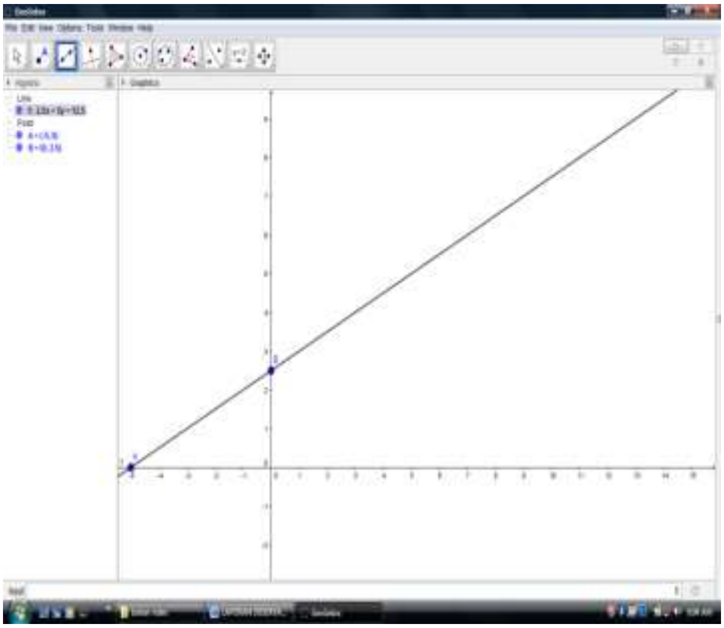
1. Peserta didik tidak tau titik x dan y yang benar sehingga salah memasukkan angka kedalam formula.
2. Peserta didik tidak menggambar persamaan garis yang tertera di soal sehingga tidak tampak apakah kedua garis sama-sama sejajar

2. Kasus 2

- $y - 2 = m(x - (-1))$
- $x = -1$ & $y = 2$
- $y - 2 = \frac{1}{2}(x - (-1))$
- $y - 2 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
- $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} + 2$
- $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$
- Menentukan titik potong persamaan garis terhadap sumbu x dan sumbu y

x	0	-5
y	$\frac{5}{2}$	0

Menggambar grafik



Diagnosa kesalahan :

1. Peserta didik tidak mengetahui sumbu x dan sumbu y yang benar
2. Peserta didik tidak menggambarkan persamaan awal sehingga tidak tampak bahwa kedua garisnya sejajar

3.3 Solusi

Persamaan garis lurus yang sejajar dengan garis $y = \frac{1}{2}x + 5$ dan melalui titik P (-1,2) tentukan persamaan garis yang sejajar dan lukiskan grafiknya!

Jawab :

Diketahui :

Persamaan garis : $y = \frac{1}{2}x + 5$

Titik yang dilalui : P (-1,2) → x = -1 , y = 2

Ditanya : Persamaan garis yang sejajar

Penyelesaian :

1. Mencari Gradien Persamaan garis
   $y = \frac{1}{2}x + 5$ → $y = mx + cy$
   Maka m = $\frac{1}{2}$
   Garis sejajar
   $M_1 = M_2$
   Maka m = $\frac{1}{2}$
2. Mencari persamaan garis lurus yang melalui titip P (-1,2)
   $y - y_1 = m(x - x_1)$
   $y - 2 = \frac{1}{2}\left(x - (-1)\right)$ (masukkan nilai x dan y pada titik P)
   $y - 2 = \frac{1}{2}(x + 1)$ (perkalian negatif dan negative adalah positif jadi didapat x + 1)
   $y - 2 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ (Kali ½ kedalam (x + 1)
   $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} + 2$ (Kedua ruas ditambahkan 2)
   $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} + \frac{4}{2}$ (Samakan penyebut bilangan 2 dan ½)
   $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ (jumlahkan ½ dan 4/2 didapat 5/2)

3. Menggambar grafik
   - Mencari titik potong kedua persamaan terhadap sumbu x dan xumbu y
   - $y = \frac{1}{2}x + 5$

x	0	-10
y	5	0

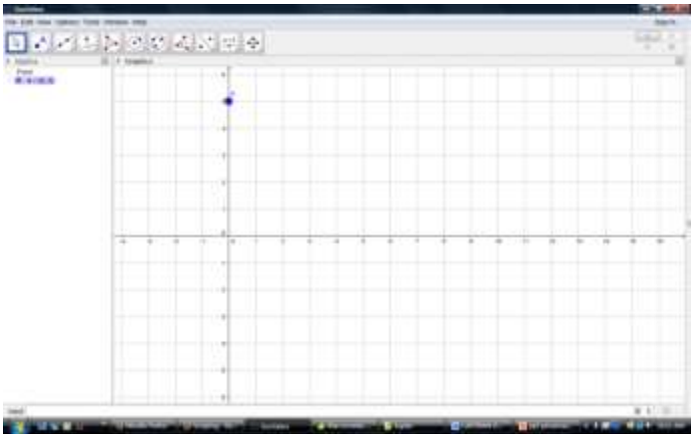
$$y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

Jadi titik potongnya adalah (0,5) dan (-10,0)

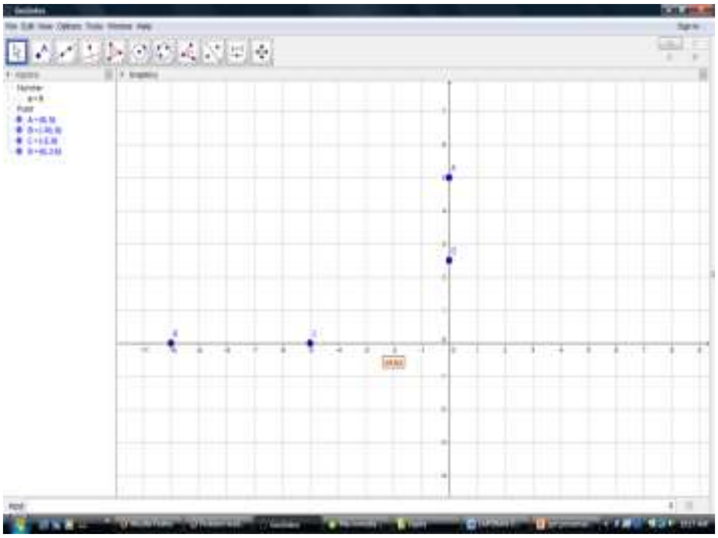
x	0	-5
y	$\frac{5}{2}$	0

Jadi titik potongnya adalah (0, 5/2) dan (-5,0)

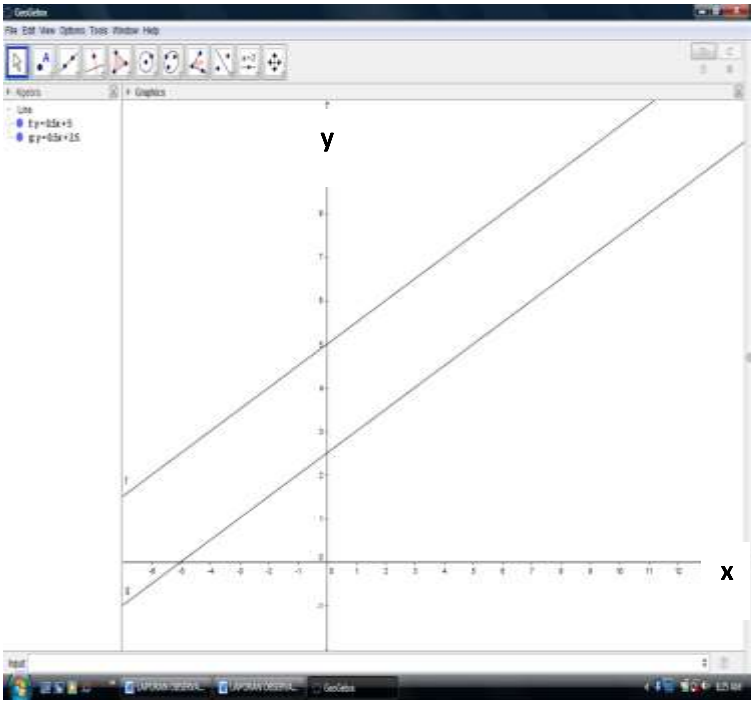
- Selanjutnya lukis titik potong pada grafik kartesius Untuk titik (0,5) pilih nilai x = 0 dan pindahkan sebanyak 5 langkah keatas (jika nilai y positif maka titik bergerak keatas)



- Lakukan hal yang sama untuk titik (-10,0) , (0, 5/2) dan (-5,0)



kemudian hubungkan kedua titik yang berpasangan, yaitu hubungkan titik (0,5) dan (-10,0) dan hubungkan titik (0, 5/2) dan (-5,0) sehingga didapat gambar seperti berikut ini :



Sehingga solusi untuk permasalahan belajar diatas adalah dengan menjelaskan langkah-langkah penyelesaian dengan sangat detail kepada peserta didik dan menjelaskan dengan metode pembelajaran yang lebih menarikseperti diskusi bukan hanya menggunakan metode ceramah yang membuat peserta didik menjadi pasif dan mudah bosan.

BAB 4

BANGUN RUANG SISI DATAR

$$\begin{pmatrix} Oleh: \\ Tri\ Mardianti\ Atikah\ Putri (A1C017034) \\ Adetia\ Permatasari\ (A1C017062) \end{pmatrix}$$

4.1 Materi

A. Pengertian Bangun Ruang Sisi Datar

Bangun ruang sisi datar adalah suatu bangun ruang dimana sisi yang membatasi bagian dalam atau luar berbentuk bidang datar. Macam macam bangun ruang sisi datar adalah sebagai berikut:

a. Kubus
b. Balok
c. Limas
d. Prisma

B. Unsur Unsur pada Bangun Ruang Sisi Datar

1. Sisi (bidang sisi)

   Bidang sisi atau sisi pada bangun ruang adalah bidang yang membatasi bagian dalam atau bagian luar suatu bangun ruang.

2. Rusuk

   Rusuk adalah ruas garis yang dibentuk oleh perpotongan dua bidang sisi yang bertemu. Rusuk pada bangun ruang dapat berupa garis lurus atau garis lengkung. Rusuk terletak pada satu bidang dan tidak berpotongan dinamakan rusuk-rusuk yang sejajar. Rusuk – rusuk yang berpotongan tetapi tidak terletak dalam satu bidang disebut rusuk-rusuk yang bersilangan.

3. Titik sudut

   Titik sudut adalah titik pertemuan 3 atau lebih rusuk pada bangun ruang.

4. Diagonal sisi

Diagonal sisi adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut yang terletak pada rusuk – rusuk berbeda pada satu sisi bidang.

5. Diagonal ruang

Diagonal ruang adalah luas garis yang menghubungkan dua titik sudut yang masing – masing terletak pada sisi atas dan sisi alas yang tidak terletak pada satu sisi kubus atau balok.

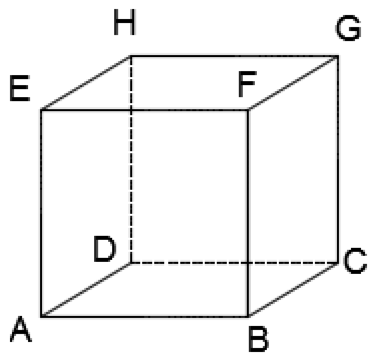
C. Macam Macam Bangun Ruang Sisi Datar

1. Kubus

a. Pengertian Kubus

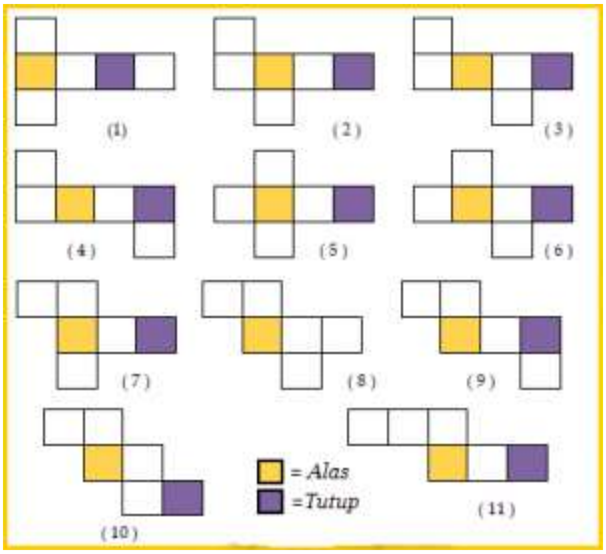
Kubus adalah bangun ruang tiga dimensi yang dibatasi oleh enam bidang sisi yang berbentuk bujur sangkar. Sifat-sifat kubus menurut Soenarjo (2008: 234) sebagai berikut:

1. Mempunyai enam buah sisi.
2. Sisi ABCD, EFGH, ABFE, dan seterusnya memiliki bentuk persegi dan memiliki luas yang sama.
3. Memiliki 12 rusuk, dan semua rusuk kubus berukuran sama panjang.
4. Memiliki 8 titik sudut.
5. Setiap digonal bidang pada kubus memiliki ukuran yang sama panjang.
6. Setiap diagonal ruang pada kubus memiliki ukuran sama panjang.
7. Setiap bidang diagonal pada kubus memiliki bentuk persegi panjang



Gambar 2

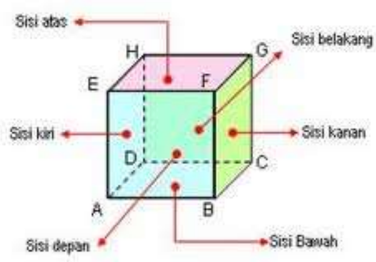
b. Jaring Jaring Kubus



c. Unsur Unsur Kubus

1. Sisi/bidang

Sisi kubus adalah bidang datar yang membatasi kubus. Banyaknya sisi yang dimiliki oleh kubus adalah enam sisi, yaitu:



a. sisi alas (ABCD)
b. sisi depan (ABEF)
c. sisi atas (EFGH)
d. sisi belakang (CDGH)
e. sisi kiri (ADEH)
f. sisi kanan (BCFG)

2. Rusuk

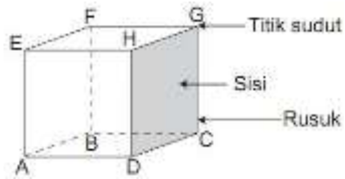
Rusuk kubus adalah garis potong antara 2 sisi bidang kubus dan terlihat seperti kerangka yang menyusun kubus.

Berdasarkan Gambar 2, Kubus ABCD.EFGH memiliki 12 rusuk, yaitu:

1. Rusuk Alas : AB, BC, CD, AD
2. Rusuk Tegak : AE, BF, CG, DH
3. Rusuk Atas : EF, FG, GH, EH

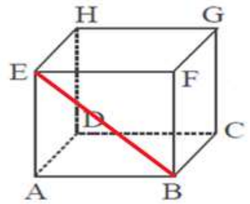
3. Titik sudut

Titik sudut kubus adalah titik potong antara 2 rusuk. Kubus ABCD EFGH memiliki 8 buah titik sudut yaitu sudut A, B, C, D, E, F, G, dan sudut H.



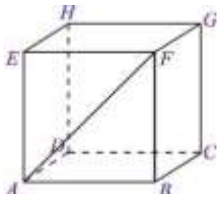
4. Diagonal bidang

Diagonal bidang adalah garis yang menghubungkan titik A dan F yang saling berhadapan dalam satu sisi atau bidang.



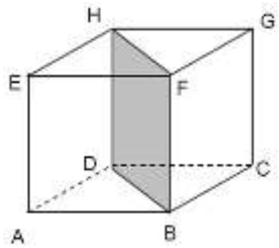
5. Diagonal ruang

   Pada kubus ABCD.EFGH terdapat ruas garis HB yang menghubungkan 2 titik sudut yang saling berhadapan dalam 1 ruang, ruas garis tersebut dinamakan diagonal ruang.



6. Bidang diagonal

   Pada kubus ABCD.EFGH terdapat diagonal bidang yaitu AC dan GE. Diagonal AC dan GE beserta 2 rusuk sejajar yaitu AE dan CG membentuk suatu bidang di dalam ruang kubus bidang ACGE pada kubus ABCD. Bidang ACGE disebut sebagai bidang diagonal.



d. Luas Permukaan Kubus

   Luas permukaan kubus adalah jumlah luas sisi-sisi kubus. Kalian ingat bahwa kubus mempunyai 6 sisi dengan panjang rusuk (s). Sedangkan sisi kubus merupakan bangun datar yaitu persegi. Jadi, untuk mencari luas permukaan kubus adalah 6 kali luas persegi. Atau dengan rumus : **6 x s²**

keterangan:

L = luas permukaan kubus

s = panjang rusuk kubus

e. Volume Kubus

Rumus Volume Kubus: V = sisi x sisi x sisi atau V = S^3

f. Contoh soal

1. Andi akan membuat membungkus kado dengan kertas karton. Jika kado tersebut berbentuk kubus dengan rusuk 7 cm, maka luas minimal kertas karton yang dibutuhkan adalah …

   Diketahu : rusuk kubus=7 cm

   Ditanya :Berapakah luas minimal kertas karton yang dibutuhkan?

   Penyelesaian :

   L = $6s^2$

   = $6(7\text{ cm})^2$

   = $6\ (49\text{ cm}^2)$

   = 294 cm^2

2. Balok

a. Pengertian Balok

Balok adalah bangun ruang yang dibentuk oleh tiga pasang persegi panjang dimana tiap pasang persegi panjang mempunyai bentuk dan ukuran yang sama dan persegipanjang yang sehadap adalah kongruen. Tiga pasang persegi panjang inilah disebut sisi-sisi balok. Sifat-sifat balok menurut Soenarjo (2008: 234) sebagai berikut:

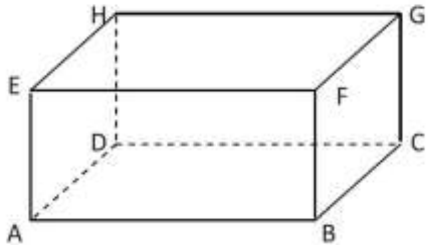
a) Mempunyai enam buah sisi.

b) Mempunyai 12 rusuk.

c) Mempunyai 8 titik sudut.

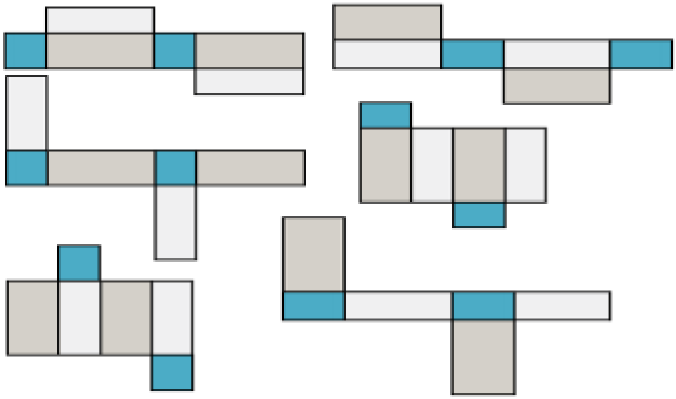
d) Sisi-sisi pada balok berbentuk persegi panjang.

Berikut adalah gambar balok ABCD.EFGH.



Gambar 2

b. Jaring Jaring Balok

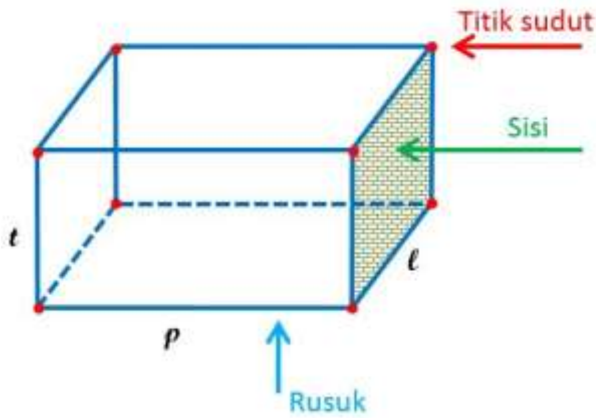


c. Unsur Unsur Balok

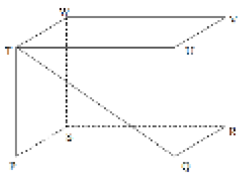
Sama halnya dengan kubus, balok juga memiliki unsur-unsur sebagai berikut:

1. Sisi/Bidang

Sisi balok adalah bidang yang membatasi suatu balok. Balok ABCD.EFGH memiliki 6 buah sisi berbentuk persegi panjang yaitu sisi bawah = ABCD, sisi atas = EFGH, sisi depan = ABFE, sisi belakang = DCGH, sisi samping kanan = ADHE , dan sisi samping kiri = BCGF. Keenam sisi balok diatas saling berpasangan sehingga membentuk 3 pasang sisi yang saling berhadapan yang sama bentuk dan besarnya yaitu ABFE berpasangan dengan DCGH, ABCD dengan EFGH, dan BCGF dengan ADHE.

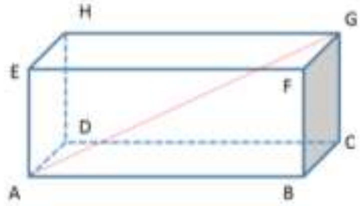


2. Rusuk
   Garis potong sisi-sisi pada blok dinamakan rusuk. Balok ABCD.EFGH memiliki 12 rusuk yaitu AB, BC, CD, DA, EF, FG, GH, HE, AE, BF, CG, dan HD.
3. Titik Sudut
   Titik temu antara tiga buah rusuk pada balok disebut titik sudut balok. Balok ABCD.EFGH memiliki 8 titik sudut, yaitu A, B, C, D, E, F, G, dan H.
4. Diagonal sisi/bidang
   Garis yang menghubungkan dua titik sudut yang berhadapan pada sisi balok disebut diagonal sisi/bidang. Terdapat 12 buah diagonal sisi pada balok ABCD.EFGH yaitu AC, BD, EG, HF, AF, BE, CH, DG, AH, DE, BG, CF.

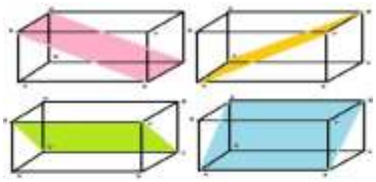


5. Diagonal Ruang
   Ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut yang saling berhadapan di dalam balok disebut diagonal ruang. Terdapat 4 buah diagonal ruang pada balok ABCD.EFGH yaitu AG, BH, CE,dan AF.

Keempat diagonal ruang ini saling berpotongan ditengah-tengah.



6. Bidang Diagonal
   Bidang yang dibentuk oleh dua buah diagonal bidang yang sejajar dan dua buah rusuk balok yang saling sejajar disebut bidang diagonal. Terdapat 6 buah bidang diagonal pada balok ABCD.EFGH yaitu ACGE, BDHF, ABGH, CDEF, ADGF, BCHE.



d. Luas Permukaan Balok
   Untuk mengetahui luas permukaan digunakan rumus, misalnya balok ABCD.EFGH. Luas Permukaan balok ABCD.EFGH = 2 Luas ABCD + 2 Luas ABFE + 2 Luas ADHE = 2 pl + 2 pt + 2 lt. Jadi, luas permukaan kubus dapat dinyatakan dengan rumus sebagai berikut:
   Luas permukaan balok = 2(*pl* + *lt* + *pt*)
e. Volume Balok
   Untuk mencari volume sebuah balok digunakan rumus V= Luas alas x tinggi. Misalkan untuk menghitung volume balok ABCD.EFGH, dimana Luas alas balok = p x l. Sehingga diperoleh *Volume balok* = *Luas alas balok x tinggi* = *p x l x t*. Jadi, volume balok dapat dinyatakan sebagai berikut:

Volume Balok = $p \times l \times t$

f. Contoh Soal

1. Adi membuat kerangka balok yang terbuat dari kawat dengan ukuran 12 cm × 8 cm × 4 cm. Jika kawat yang tersedia hanya 7,68 meter, maka keraggka balok yang dapat dibuat sebanyak-banyaknya adalah …

   Diketahui: Panjang = 12 cm

   Lebar = 8 cm

   Tinggi = 4 cm

   Ditanya: Jika kawat yang tersedia hanya 7,68 meter, berapa kerangka balok yang dapat dibuat sebanyak-banyaknya?

   Penyelasaian :

   Panjang kawat yang tersedia = 7,68 m = 768 cm

   Panjang kerangka 1 balok = 4(p + l + t)

   = 4(12 cm + 8 cm + 4 cm)

   = 4(24 cm)

   = 96 cm

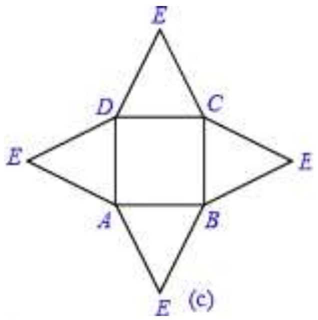
   Jadi, banyak kerangka balok yang dapat dibuat adalah 768:96 = 8 buah

3. Limas

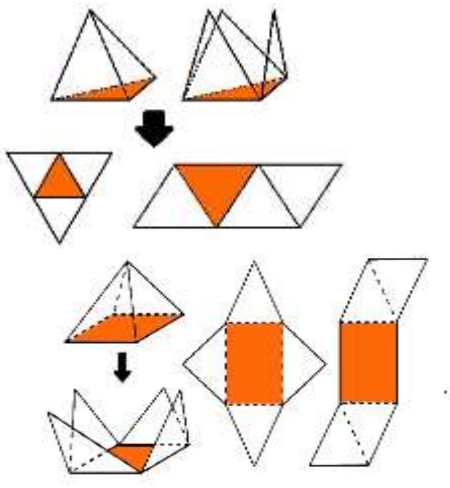
a. Pengertian Limas

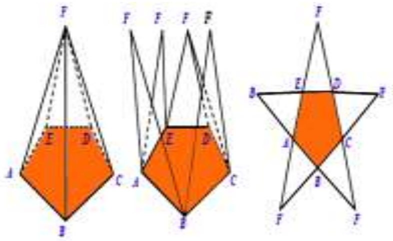
Menurut Nuharini & Wahyuni (2008: 225), limas adalah bangun ruang yang alasnya berbentuk segi banyak (segitiga, segiempat, segilima, atau segi banyak lainnya) dan bidang sisi tegaknya berbentuk segitiga yang berpotongan pada satu titik (titik puncak). Jika alas limas berbentuk segi- beraturan, maka dinamakan sebagai limas segi- beraturan. Limas segiberaturan dikatakan sebagai limas tegak jika titik kaki garis tingginya terletak pada pusat alasnya. Limas segi- beraturan memiliki sisi berbentuk segitiga sama kaki. Sifat-sifat limas menurut Sumanto,. (2008: 155) sebagai berikut:

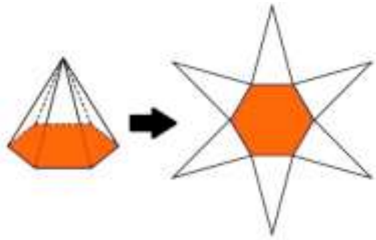
1. Mempunyai sisi tegak berbentuk segi tiga
2. Sisi alasnya berbentuk segi banyak.
3. Mempunyai satu titik puncak.
4. Penamaan limas tergantung bentuk alasnya.



b. Jaring Jaring Limas

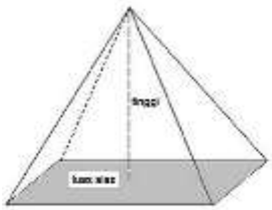




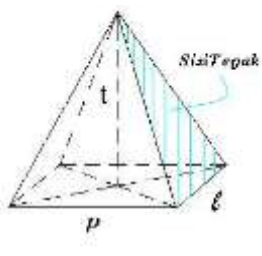


c. Unsur Unsur Limas

1. Titik sudut merupakan pertemuan 2 rusuk atau lebih.
2. Rusuk yaitu garis yang merupakan perpotongan antara 2 sisi limas.
3. Bidang alas yaitu bidang yang merupakan alas dari suatu limas.

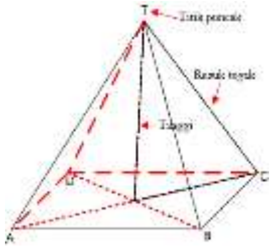


4. Bidang sisi tegak yaitu bidang yang memotong bidang alas.



5. Titik puncak yaitu titik yang merupakan titik persekutuan antara selimut-selimut alas.

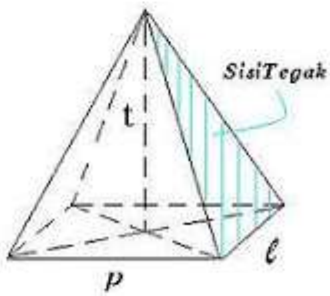
6. Tinggi limas yaitu jarak antara bidang alas dan titik puncak.



d. Luas Permukaan Limas

Dikarenakan ada banyak sekali limas, maka diambil satu saja sebagai bahan acuan rumus. Saya akan gunakan limas segi empat beraturan sebagai acuan rumus.

Rumus Luas Permukaan Limas Segi Empat:

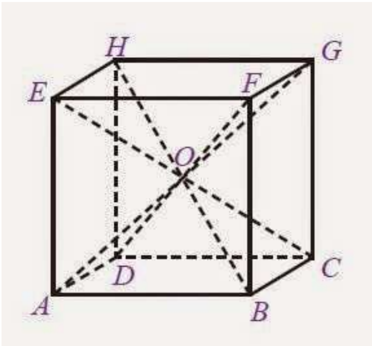


Permukaan limas segi empat terdiri dari 4 permukaan sisi yang berbentuk segitiga dan satu permukaan berbentuk persegi atau persegi panjang. Nah maka secara gampang rumusnya adalah :

Luas Permukaan Limas = Luas alas + Jumlah luas sisi tegak

Luas Permukaan Limas segi 4 = (p x l)+ 4 luas sisi tegak.

e. Volume Limas



Gambar tersebut diataas menunjukkan sebuah kubus ABCD.EFGH. Kubus tersebut memiliki 4 buah diagonal ruang yang saling berpotongan di titik O. Jika diamati secara cermat, keempat diagonal ruang tersebut membentuk 6 buah limas segiempat, yaitu limas segiempat O.ABCD, O.EFGH, O.ABFE, O.BCGF, O.CDHG, dan O.DAEH. Dengan demikian, volume kubus ABCD.EFGH merupakan gabungan volume keenam limas tersebut, maka:

6 × volume limas O.ABCD = volume kubus ABCD.EFGH

volume limas O.ABCD = 1/6 x AB x BC x CG

volume limas O.ABCD = 1/6 x s x s x s

volume limas O.ABCD = 1/6 x s^2 x s

volume limas O.ABCD = 1/6 x s^2 x 2s/2 Luas alas x tinggi

volume limas O.ABCD = 2/6 x s^2 x s/2

volume limas O.ABCD = 1/3 x s^2 x s/2

Karena s^2 adalah lulas alas kubus dan s/2 adalah tinggi limas maka:

Volume limas O.ABCD = 1/3 x Luas alas x tinggi

Dan alhasil rumus volume limas adalah :

Volume limas = 1/3 x Luas alas x tinggi

f. Contoh Soal

1. Ruri memiliki sebuah hiasan berbentuk limas. Alas hiasan tersebut berbentuk persegi panjang dengan ukuran 25 cm × 20 cm dan tinggi limas 24 cm. Volume hiasan berbentuk limas tersebut adalah....

   Diketahui : panjang=25 cm
   Lebar= 20 cm
   Tinggi= 24 cm

   Ditanya : Tentukan luas volume hiasan berbentuk limas tersebut?

   Penyelesaian :

   volume limas = $^1/_3$ x luas alas x tinggi
   = $^1/_3$ x (p x l) x tinggi
   = $^1/_3$ x (20 cm x 25 cm) x 24 cm
   = $^1/_3$ x 9600 cm^3
   = 3200 cm^3

   Jadi ,volume hiasan berbentuk limas yang dimiliki Ruri tersebut adalah 3200 cm^3

2. Suatu limas segi empat beraturan sisi tegaknya terdiri atas empat segitiga sama kaki yang kongruen. Diketahui luas salah satu segitiga itu 135 cm^2 dan tinggi segitiga dari puncak limas 15 cm. Hitunglah luas permukaan limas.

   Diketahui : LΔ=135 cm^2
   tinggi segitiga dari puncak limas=15 cm

   Ditanya: Hitunglah luas permukaan limas ?

   Penyelesaian :

   mencari luas alas limas

$L\Delta = \frac{1}{2} \times a \times t$

$135 \text{ cm}^2 = \frac{1}{2} \times a \times 15 \text{ cm}$

$135 \text{ cm}^2 = \frac{15}{2} \text{ cm} \times a$

$a = 135 \text{ cm}^2 \times \frac{2}{15} \text{ cm}$

$a = 18 \text{ cm}$

Jadi panjang sisi segiempat tersebut adalah 18 cm

Sekarang cari luas segiempat yakni dengan rumus luas persegi, yakni:

L segiempat $= s^2$

$= (18 \text{ cm})^2$

$= 324 \text{ cm}^2$

Hitung luas permukaan limas:

Luas permukaan $=$ L segiempat $+ 4 \times L\Delta$

$= 324 \text{ cm2} + 4 \times 135 \text{ cm}^2$

$= 324 \text{ cm2} + 540 \text{ cm}^2$

$= 864 \text{ cm}^2$

Jadi luas permukaan limas tersebut adalah 864 cm^2

4. Prisma

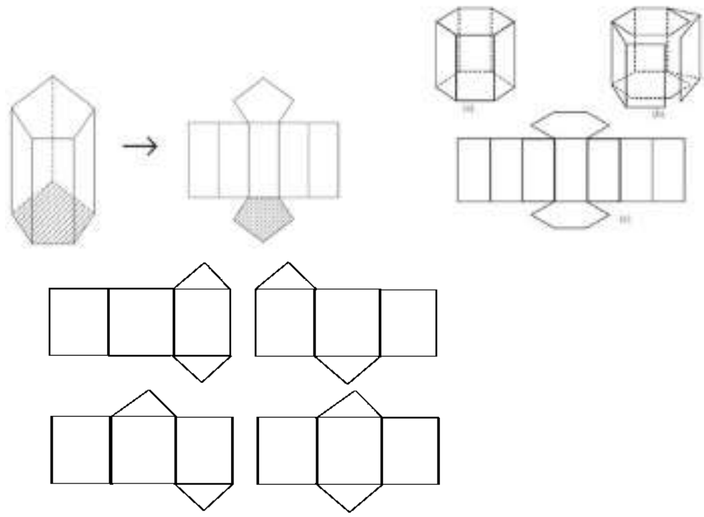
a. Pengertian prisma

Prisma tegak adalah bangun ruang tertutup yang dibatasi oleh dua sisi berbentuk segi banyak yang sejajar dan kongruen, serta sisi-sisi lainnya berbentuk persegi panjang (sebagai sisi-sisi tegak). Prisma miring adalah prisma yang rusuk-rusuk tegaknya tidak tegak lurus pada bidang atas dan bidang alas (Nuharini & Wahyuni, 2008: 224). Sifat-sifat prisma menurut Sumanto dkk. (2008: 149) sebagai berikut:

a) Prisma terdiri atas sisi alas dan sisi atas yang bentuk dan ukurannya sama.
b) Mempunyai sisi alas dan sisi atas yang sejajar.

c) Mempunyai sisi-sisi tegak yang berbentuk persegi panjang.
d) Jarak antara sisi alas dan sisi atas disebut tinggi prisma.

b. Jaring Jaring Prisma



c. Unsur unsur prisma

Prisma sendiri memiliki beberapa macam dan jenis dengan bentuk yang berbeda, seperti:

1. Prisma segitiga
2. Prisma segi lima
3. Prisma segi enam
4. Dan lain-lain

Sementara itu, untuk kali ini kita akan membahas mengenai unsur-unsur prisma ini dan akan memfokuskan pada jenis prisma, yang memiliki bentuk prisma segi enam.

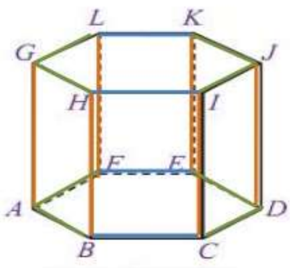
1. Sisi atau Bidang

Pada gambar di atas, terlihat ada 8 sisi atau juga yang biasa disebut dengan bidang yang dimiliki oleh prisma segi eman. Yakni:

Sisi ABCDEF (sisi alas), sisi GHIJKL (sisi atas), sisi BCIH (sisi depan), sisi FEKL (sisi belakang), sisi ABHG (sisi depan kanan), sisi AFLG (sisi belakang kanan), sisi CDJI (sisi depan kiri), dan sisi DEKJ (sisi belakang kiri).

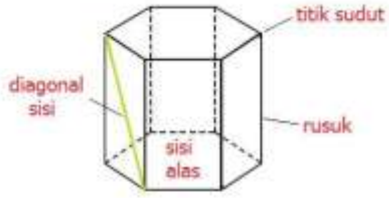
2. Rusuk

Dari gambar di atas, dapat kita lihat bahwa prisma segi enam ABCDEF.GHIJKL tersebut memiliki jumlah rusuk sebanyak 18 rusuk. 6 rusuk di antaranya merupakan rusuk tegak. Rusuk-rusuk tersebut ialah AB, BC, CD, DE, EF, FA, GH, HI, IJ, JK, KL, LG, serta rusuk-rusuk tegaknya meliputi AG, BH, CI, DJ, EK, FL.



3. Titik Sudut

Bisa kita lihat bahwa prisma segieman ABCDEF.GHIJKL di atas memiliki 12 titik sudut. Dapat terlihat dari gambar yang ada di atas, bahwa titik-titik sudur tersebut merupakan A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, dan L.



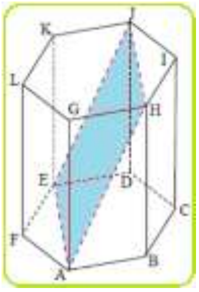
4. Diagonal Bidang

   Dari gambar prisma di atas kita bisa melihat ruas garis BG yang terdapat pada didi depan kanan (sisi tegak) ditarik dari dua titik sudur yang letaknya sendiri saling berhadapat sehingga ruas garus BG dapat disebut sebagau diagonal bidang yang ada pada bidang prisma segienam ABCDEF. GHIJKL. Sama halnya denga ruas garis CJ yang ada pada bidang CDIJ, ruas garis yang ada pada prisma tersebut juga adalah diagonal bidang yang terdapat pada prisma segienam ABCDEF. GHIJKL. Prisma segienam ABCDEF. GHIJKL tersebut memiliki 16 diagonal bidang atau bisa juga disebut dengan diagonal sisi.

5. Bidang Diagonal

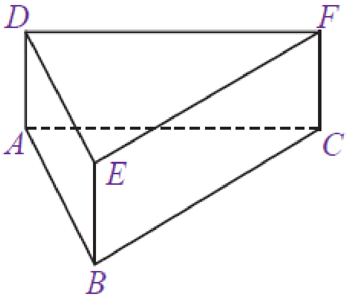
   Di dalam prisma segienam ABCDEF. GHIJKL, terdapat dua bidang diagonal BI dan FK tersebut serta rusa garis KI dan FB yang membentuk satu ruang yang ada pada prisma segienam ABCDEF. GHIJKL.

   Tidak hanya diagonal bidang dan bidang diagonal saja yang ada pada prisma segienam, tapi juga ada diagonal ruang. Di dalam gambar prisma segienam ABCDEF. GHIJKL pada gambar di atas sendiri terdapat paling tidak 36 diagonal ruang AI, AJ, AK, BJ, BK, BL hingga seterusnya.

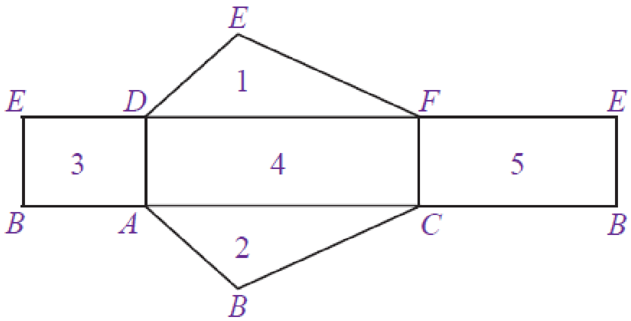


d. Luas permukaan prisma

Untuk menemukan rumus luas permukaan prisma dapat dicari dengan cara berikut:



Dari prisma segitiga di atas dapat dibuat jaring-jaring prisma segitiga seperti gambar di bawah ini.



Dari gambar jaring-jaring prisma tegak segitiga di atas terlihat bahwa prisma tegak segitiga ABC.DEF memiliki sepasang segitiga yang identik dan tiga buah persegipanjang sebagai sisi tegak. Dengan demikian, luas permukaan prisma segitiga tersebut adalah:

L. permukaan = L.ΔABC + L.ΔDEF + L.EDAB + L.DFCA + L.FEBC

L. permukaan = 2 · L.ΔABC + L.EDBA + L.DFAC + L.FEBC

L. permukaan = (2 · luas alas) + (jumlah luas bidang tegak)

L.bidang tegak = keliling alas x tinggi

Maka, secara umum luas permukaan prisma dapat dihitung dengan menggunakan rumus:

L = 2 x luas alas + keliling alas x tinggi prisma

e. Volume prisma

V = Luas Alas x Tinggi

f. Contoh soal

1. Sebuah bangun prisma segitiga mempunyai tinggi 25 cm, panjang bidang alasnya 15 cm dan tinggi bidang alasnya 12 cm. Tentukanlah luas permukaanya!

Diketahui **:** a = 15 cm**,** t. alas= 12 cm**,** t prisma= 25 cm

Ditanya : Berapa luas permukaan prisma segitiga?

Penyelesaian**:** Luas permukaan prisma segitiga

= (2 x luas alas) + (3 x luas salah satu bidang tegak)

= (2 x (½ x 15 x 12)) + (3 x (25 x 15))

= 180 + 1.125

= 1.305 cm^2

Maka, luas permukaan prisma segitiga tersebut adalah 1.305 cm^2

4.2 Permasalahan Pembelajaran Pada Pokok Bahasan (di *SMPN 10 Kota Bengkulu* kelas VIII semester 2)

Berdasarkan hasil pembelajaran pada materi bangun ruang sisi datar yang telah diajarkan oleh ibu Hacini, S.Pd bahwa hasil belajar siswa pada materi ini dikatakan cukup berhasil, karena sebagian besar siswa sudah memenuhi nilai mimimum atau sudah mencapai KKM, namun masih terdapat pula beberapa siswa yang belum mencapai nilai KKM.

Menurut Ibu Hacini,S.Pd kesulitan yang ia alami dalam mengajarkan materi bangun ruang sisi datar ini yaitu kesulitan menjelaskan kepada siswa mengenai rumus rumus untuk mencari luas ataupun keliling dari bangun ruang itu sendiri, dikarenakan anak yang kurang paham dan tidak hafal perkalian, dan kebanyakan anak dari SD memang sudah tidak mempunyai dasar yang bagus mengenai materi rumus pada bangun ruang, dan menyebabkan ibu Hacini harus mengulang ulang lagi materi dasar di SD sebelum memasuki materi bangun ruang sisi datar ini.

Adapun kesulitan yang dialami oleh para siswa pada materi bangun ruang sisi datar ini sendiri adalah mereka sulit mengerti/ memahami materi pada bangun ruang sisi datar ini, karena mereka sudah lupa akan materi yang sebelumnya sudah diperoleh di SD yang seharusnya menjadi dasar dalam mempelajari materi bangun ruang sisi datar ini, yaitu misalnya rumus luas persegi. Kebanyakan siswa sudah lupa rumus persegi itu sendiri, sehingga harus di ulangi lagi sebelum belajar, kemudian mereka sering salah dalam menentukan mana bagian yang disebut panjang dan mana bagian yang disebut lebar. Selain itu kesulitan siswa adalah dalam menghitung rumus karena tidak hapal perkalian.

Contoh permasalahan (kesulitan) yang dialami oleh siswa:

1. Dua buah kubus mempunyai panjang rusuk masing-masing 5 cm dan 10 cm. Berapakah perbandingan luas permukaan dua kubus tersebut?

Diketahui : Kubus I rusuk = 5cm

Kubus II rusuk = 10cm

Ditanya : Berapakah perbandingan luas permukaan dua kubus tersebut?

Penyelesaian : $L_1 = 6s^2$

$= 6 \times 5 \times 5 \text{ cm}^2$

$= 120 \text{ cm}^2$

$L_2 = 6s^2$

$= 6 \times 10 \times 10 \text{ cm}$

$= 600 \text{ cm}$

$L_1 : L_2 = 120 : 600$

$= 1 : 5$

Dari jawaban siswa diatas dapat kita ketahui bahwa siswa salah dalam menghitung luas permukaan kubus I, dan dapat disimpulkan bahwa siswa mengalami kesulitan dalam menghitung luas permukaan kubus, hal ini dikarenakan siswa yang tidak hapal perkalian perkalian.

4.3 Solusi

Untuk mengatasi kesulitan belajar pada materi bangun ruang sisi datar yaitu dengan melihat terlebih dahulu apa kesulitan yang dialami oleh siswa. Kemudian siswa yang mengalami kesulitan akan dipangil secara individu untuk ditanyakan mengenai bagian mana mereka mengalami kesulitan, kemudian siswa akan diberi arahan dan bimbingan sesuai kesulitan yang dialami oleh setiap individunya. Dan solusi terakhir yang diberikan adalah dengan memberi tugas kepada individu yang mengalami kesulitan belajar pada materi bangun ruang sisi datar, salah satunya yaitu dengan memberi tugas untuk menghapalkan tentang perkalian dan memberi tugas sesuai tingkat permasalahan siswa.

Selain itu, solusi dari permasalahan yang dialami siswa yaitu dengan menngajar dengan menggunakan bantuan alat peraga, yaitu alat peraga bangun ruang rangka. Alat peraga ini dapat membantu guru untuk menunjukkan sifat dan unsur dari bangun ruang itu sendiri secara nyata.

Solusi dari jawaban siswa yang salah:

1. Dua buah kubus mempunyai panjang rusuk masing-masing 5 cm dan 10 cm. Berapakah perbandingan luas permukaan dua kubus tersebut?

   Diketahui : Kubus I rusuk = 5cm
   Kubus II rusuk = 10cm

   Ditanya : Berapakah perbandingan luas permukaan dua kubus tersebut?

   Penyelesaian : $L_1 = 6s^2$

   $= 6 \times 5 \times 5 \text{ cm}^2$

   $= 150 \text{ cm}^2$

   $L_2 = 6s^2$

   $= 6 \times 10 \times 10 \text{ cm}$

   $= 600 \text{ cm}$

   $L_1 : L_2 = 150 : 600$

   $= 1 : 4$

   Jadi, dapat disimpulkan bahwa jawaban benar yang seharusnya di jawab oleh siswa adalah $L_1 : L_2 = 150 : 600 = 1 : 4$.

BAB 5

BILANGAN BERPANGKAT DAN BANGUN DATAR

$$\begin{pmatrix} Oleh: \\ Dira\ Oktia\ Mita\ (A1C017018) \\ Selvi\ Maryani\ (A1C017048) \end{pmatrix}$$

5.1 Materi

A. Pengertian Eksponen Bilangan Bulat

1. Eksponen Bulat Positif

   Bentuk bilangan berpangkat sangat banyak manfaatnya apabila kita bertemu dengan bilangan yang sangat besar atau sangat kecil.

   Perhatikan contoh berikut:

   - Massa molekul hidrogen sekitar 0,000.000.000.000.000.000.000.000.003.340 kg
   - Massa bumi sekitar 5.940.000.000.000.000.000.000.000 kg

   Kita akan kesulitan menuliskan bilangan-bilangan tersebut. Oleh karena itu, massa molekul hidogen ditulis singkat menjadi $3{,}34 \times 10^{-27}$ kg. Massa bumi ditulis menjadi $5{,}94 \times 10^{24}$ kg. Demikian juga dengan kecepatan cahaya, akan terasa lebih mudah menuliskan 3×10^{11} m/s daripada menulis 300.000.000.000 m/s.

   Sekarang mari kita mulai mempelajari penulisan bilangan berpangkat.

   Pada pelajaran sebelumnya, kita telah memahami bahwa

   $2^3 = 2 \times 2 \times 2$ → ada 3 kali perulangan angka 2

   $(-5)^5 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)$ ada 5 kali perkalian angka -5

   $2^{15} = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2}$

   ada 15 kali perulangan(faktor)

$a^{10} = \underbrace{axaxaxax\ldots xa}$

ada 10 faktor

Dengan demikian, untuk *a* bilangan real dapat ditulis

$a^{n} = \underbrace{axaxaxax\ldots xa}$

n factor

Dengan *a* disebut bilangan pokok atau bilangan dasar *n disebut* pangkat atau eksponen

Bilangan berpangkat dapat diperoleh dari perkalian berulang dengan faktor-faktor yang sama.

Perhatikan perkalian dan pembagian bilangan berpangkat berikut ini.

$2^3 x 2^2 = (2x2x2)x(2x2)$

$= 2x2x2x2x2 = 2^5 = 2^{(3+2)}$

$3^7 : 3^4 = (3x3x3x3x3x3x3) : (3x3x3x3)$

$$= \frac{3x3x3x3x3x3x3}{3x3x3x3} = 3^{(7-4)} = 3^3 = 3x3x3$$

2. Eksponen Bulat Negatif

Dari sifat-sifat perpangkatan, telah dipelajari bahwa $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$, $a \neq 0$ dengan $p > q$.

Apa yang terjadi jika $p < q$? Untuk lebih memahaminya, perhatikan penjelasan berikut.

Kita sudah tahu bahwa $\frac{5^4}{5^7} = 5^{4-7} = 5^{-3}$ dalam bentuk panjang dapat ditulis

$$\frac{5^4}{5^7} = \frac{5x5x5x5}{5x5x5x5x5x5x5} = \frac{1}{5x5x5} = \frac{1}{5^3} = 5^{-3}$$

Dengan demikian, pembagian tersebut dapat dituliskan ke dalam bentuk, faktor-faktornya, sebagai berikut

$$\frac{a^4}{a^7} = \frac{axaxaxa}{axaxaxaxaxaxa} = \frac{1}{axaxa} = \frac{1}{a^3}.$$

Jadi, diperoleh hubungan $\boldsymbol{a^{-3} = \frac{1}{a^3}}$

Hubungan tersebut menyatakan bahwa *setiap bilangan dengan eksponen bulat negatif dapat diubah ke dalam eksponen bulat positif atau sebaliknya*

Secara umum, kita dapat mendefinisikan bahwa untuk setiap *a* bilangan real dengan $a \neq 0$, berlaku

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n} \text{ atau } a^n = \frac{1}{a^{-n}}$$

Secara umum, jika adan b bilangan real dan p,q bilangan bulat maka berlaku sifat-sifat berikut.

1	$a^p \text{x} a^q = a^{p+q}$
2	$= a^{p-q}$, $a \neq 0$
3	$(a^p)^q = a^{p \times q}$
4	$(a\text{x}b)^n = a^n \text{x} b^n$, *n* bilangan bulat
5	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$, *n* bilangan bulat

3. Eksponen Nol

Di depan telah dipelajari sifat-sifat bilangan berpangkat bulat positif dan negatif. Misalnya $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$,$a \neq 0$ dengan *a* bilangan real dan *p,q* bilangan bulat. Bagaimana jika *p*= *q*? Untuk lebih jelasnya pehatikan contoh berikut ini

$$\frac{3^5}{3^5} = 3^{5-5} = 3^0$$

Dengan cara menuliskan ke dalam bentuk faktor-faktornya. Pembagian tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\frac{3^5}{3^5} = \frac{3x3x3x3x3}{3x3x3x3x3} = 1$$

Dengan demikian, kita memperoleh hubungan $3^0 = 1$

Secara umum, setiap a bilangan real yang tidak nol berlaku $a^0 = 1$

B. Pangkat Pecahan

1. Mengubah Eksponen Pecahan Negatif menjadi Eksponen Pecahan Positif atau Sebaliknya

   Perhatikan contoh bilangan berpangkat pecahan berikut $a^{\frac{1}{2}}$, $a^{\frac{3}{4}}$, $2^{-\frac{1}{2}}$, $2^{-\frac{5}{2}}$, dan lain-lain

   Pada bilangan tersebut terlihat bilangan pangkatnya ada dalam bentuk $\frac{p}{q}$ dengan p dan q bilangan bulat.

   Jadi, bilangan berpangkat pecahan dapat ditulis $a^{\frac{p}{q}}$ dengan p dan q bilangan bulat.

2. Bentuk Akar

   Perhatikan kembali definisi akar bilangan berikut.

•	Jika p^2	$=n$, maka $p=$ karena $\sqrt{p^2} = p$	
•	Jika p^3	$=n$, maka $p=$ karena $\sqrt[3]{p^3} = p$	

   Pada pembahasan yang lalu, telah dipelajari bilangan rasional. Sekarang coba perhatikan bilangan-bilangan berikut.

   $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{10}$ .Bilangan apakah namanya? Apakah bilangan tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk

$\frac{a}{b}$? Tentu tidak. Bilangan tersebut dinamakan bilangan irasional. Apakah $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$,
$\sqrt{16}$, $\sqrt{25}$ termasuk bilanagn irasional?

Dari bentuk akar di atas dapat kita simpulkan $\sqrt{p^2}$ = p, dengan p bilangan real positif.

3. Mengubah Bentuk Akar menjadi Bilangan Berpangkat Pecahn atau Sebaliknya

   Dari bentuk perkalian $a^{\frac{1}{2}}$ x $a^{\frac{1}{2}}$ dapat kita nyatakan sebagai $\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2$, sehingga kita peroleh hubungan $\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2$ = a atau $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{a}$. Demikian juga perkalian $a^{\frac{2}{3}}$ x $a^{\frac{2}{3}}$ x $a^{\frac{2}{3}}$ dapat kita nyatakan dalam bentuk $\left(a^{\frac{2}{3}}\right)^3$, sehingga kita peroleh hubungan $\left(a^{\frac{2}{3}}\right)^3 = a^2$ atau $a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$

Dari uraian di atas dapat kita nyatakan bahwa setiap bilangan berpangkat pecahan dapat dinyatakan dalam bentuk akar atau sebaliknya. $p^{\frac{a}{b}} = \sqrt[b]{p^a}$, p bilangan real $b \neq 0$ dan a,b bilangan bulat positif.

Contoh:

Nyatakan bilangan-bilangan berikut ke dalam bentuk akar

a. $5^{\frac{2}{3}}$

b. $3^{-\frac{1}{2}}$

c. $x^{\frac{5}{3}}$

d. $y^{-\frac{3}{4}}$

Penyelesaian:

a. $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2}$

b. $3^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{3^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{1}{\sqrt[2]{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

c. $x^{\frac{5}{3}} = \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^5 = \sqrt[3]{x^5}$

d. $y^{-\frac{3}{4}} = \dfrac{1}{y^{\frac{3}{4}}} = \dfrac{1}{\sqrt[4]{y^3}}$

C. Operasi pada Bentuk Akar

1. Menghitung perpangkatan dari Akar Suatu Bilangan

   Pada bahasan sebelumnya, kita telah mempelajari sifat-sifat umum pada bilangan berpangkat rasional. Sifat-sifat tersebut diantaranya

   $$\boxed{p^{\frac{a}{b}} = \sqrt[b]{p^a}\ ;\ \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}\ ;\ \left(a^p\right)^q = a^{pq}}$$

   Ketiga sifat tersebut akan digunakan untuk menghitung contoh berikut ini.

Hitunglah soal-soal berikut

a. $\left(\sqrt[3]{4^2}\right)^3$

b. $\left(2\sqrt[3]{3^2}\right)$

Penyelesaian

a. $\left(\sqrt[3]{4^2}\right)^3 = \left(4^{\frac{2}{3}}\right)^3$ … sifat $\sqrt[b]{p^a} = p^{\frac{a}{b}}$

$= 4^2$ … sifat $\left(a^p\right)^q = a^{pq}$

$= 16$

b. $\left(2\sqrt[3]{3^2}\right)^6 = \left(2x3^{\frac{2}{3}}\right)^6$

$= 2^6 \times 3^4$ … sifat $(axb)^n$

$= a^n \times b^n$

$= 64 \times 81 = 5184$

2. Penjumlahan dan pengurangan bentuk Akar

Untuk memahami penjumlahan dan pengurangan bilangan bentuk akar dapat kita gunakan sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan atau pengurangan.

Contoh berikut akan membantu untuk lebih memahaminya.

Selesaikanlah soal-soal berikut

a. $5\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

b. $8\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$

c. $5\sqrt{3} + 2\sqrt{7}$

Penyelesaian:

a. $5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = (5+2)\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$
b. $8\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = (8-3)\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$
c. $5\sqrt{3} + 2\sqrt{7}$ tidak dapat dijumlahkan, karena angka di dalam akar berbeda

Penjumlahan atau pengurangan bilangan dalam bentuk akar dapat dirumuskan sebagai berikut

$a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = a + b\sqrt{c}$ $a\sqrt{c} - b\sqrt{c} = a - b\sqrt{c}$ dengan *a,*b dan c bilangan real dan c>0.

3. Perkalian Bentuk Akar
Perkalian bentuk akar dapat kita sederhanakan dengan menggunakan sifat yang telah kita pelajari. Misalnya

$\sqrt{a}$ x $\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ dengan *a,b* bilangan real positif.

Contoh:
Sederhanakanlah perkalian berikut ini
$\sqrt{2}$ x $\sqrt{3}$
Penyelesaian:
$\sqrt{2}$ x $\sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$

Perkalian bentuk akar secara umum dapat dinyatakan sebagai berikut.

$a\sqrt{b}$ x $c\sqrt{d}$ = $axc\sqrt{bd}$ dimana *a,b,* c dan *d* bilangan real dengan *b*>0, *d*>0

Selanjutnya, perkalian suku dua dalam bentuk akar dapat diselesaikan dengan memanfaatkan sifat-sifat berikut.

1 $(a+b)(a+b)= (a+b)^2= a^2+2ab+b^2$
2 $(a-b)(a-b)= (a-b)^2= a^2-2ab+b^2$
3 $(a+b)(a-b)= a^2-b^2$

4. Pembagian Bentuk Akar

Untuk lebih memahami pembagian bentuk akar, perhatikan contoh berikut

Hitnglah soal-soal berikut.

1. $\sqrt{125} : \sqrt{5}$
2. $\sqrt{64}$: $\sqrt{4}$

Penyelesaian:

1. $\sqrt{125} : \sqrt{5} = \sqrt{125:5} = 5$
2. $\sqrt{64} : \sqrt{4} = \sqrt{64:4} = 4$

Pembagian bentuk akar memenuhi ketentuan

$\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a:b}$ dimana *a,b* bilangan real dengan *a*>0

5. Menghitung Perkalian, Pembagian, dan Perpangkatan Bilangan Berpangkat Tak Sebenarnya

> Perhatikan kembali sifat-sifat umum pada bilangan berpangkar rasional berikut
>
> 1 $a^p x a^q = a^{p+q}$
>
> 2 $a^p : a^q = a^{p-q}$
>
> 3 $(a^p)^q = a^{pq}$
>
> 4 $(a x b)^n = a^n x b^n$
>
> 5 $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
>
> 6 $a^0 = 1$
>
> 7 $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$
>
> 8 $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

6. Merasionalkan Bentuk akar Kuadrat

Misalnya $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{2}{\sqrt{3}}$, $\frac{4}{\sqrt{7}}$ merupakan bilangan irasional. Penyebut dari pecahan-pecahan tersebut dapat diubah menjadi bilangan rasional dan disebut merasionalkan bentuk akar. Cara merasionalkan penyebut berbentuk akar dapat dilakukan dengan mengalikan pembilan dan penyebut tersebut dengan pasangan bentuk akar sekawannya, sehingga diperoleh penyebut bilangan rasional.

Untuk lebih jelasnya perhatikan bentuk pecahan berikut

a. Pecahan bentuk

Misalnya kita ingin merasionalkan bentuk $\frac{3}{\sqrt{2}}$

Penyelesaian:

Pecahan tersebut dikalikan dengan sekawan $\sqrt{2}$, yaitu $\sqrt{2}$. Dengan dikalikan $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ maka akan diperoleh penyebutnya tidak dalam bentuk akar.

Jadi, $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ atau $\frac{3}{2}\sqrt{2}$.

Pecahan yang pembilang dan penyebut dikalikan dengan sekawan dari penyebutnya akan bernilai tetap, walau bentuknya berubah.

Bentuk pecahan $\frac{a}{\sqrt{b}}$ dengan a bilangan rasional dan $\sqrt{b}$ bentuk akar dapat dirasionalkan dengan cara mengalikan pecahan itu dengan sekawan penyebutnya, yaitu $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$ sehinggga pecahan itu berubah menjadi

$$\boxed{\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b} \text{ atau } \frac{a}{b}\sqrt{b}}$$

b. Merasionalkan Pecahan bentuk

Cara merasionalkan bentuk $\frac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}$ atau $\frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{c}}$ mirip dengan merasionalkan $\frac{a}{\sqrt{b}}$, yaitu dengan mengalikan pembilang dan penyebutnya dengan sekawan dari masing-masing penyebutnya. Bentuk dari $\sqrt{b}$ + $\sqrt{c}$ adalah dan bentuk sekawan dari $\sqrt{b}$ + $\sqrt{c}$ adalah $\sqrt{b}$ - $\sqrt{c}$

❖ Contoh soal dan penyelesaian yang benar :

1. $25^{\frac{3}{2}}\ x\ 8^{\frac{1}{3}} = 5^{2\frac{3}{2}}\ x\ 3^{3\frac{1}{3}}$

$= 125\ x\ 2$

$= 250$

2. $(-8m^2n^3)\ x\ 2k^3n^4 = -16k^3m^2n^7$
3. $(\sqrt{6}+\sqrt{3})(2\sqrt{3}-\sqrt{6}) = 2\sqrt{18}-6+6-\sqrt{18}$

$= \sqrt{18}$

$= \sqrt{9.2}$

$= 3\sqrt{2}$

4. $\frac{2+\sqrt{8}}{\sqrt{6}}\ x\ \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}+\sqrt{48}}{6}$

$= \frac{2\sqrt{6}+\sqrt{16.3}}{6}$

$= \frac{2\sqrt{6}+4\sqrt{3}}{6}$

$= \frac{2\sqrt{6}}{6} + \frac{4\sqrt{3}}{6}$

$= \frac{1\sqrt{6}}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3}$

5.2 Permasalahan Pembelajaran Pada Pokok Bahasan (di *SMPN 3 Kota Bengkulu* kelas IX semester 1)

❖ Dari hasil wawancara

Berdasarkan pembahasan pada materi bilangan berpangkat dan bentuk akar hasil belajar dalam pembelajaran Materi Bilangan Berpangkat dan Bentuk Akar ini yang dilaksanakan di SMP Negeri 3 dan SMP Negeri 14 hasil nya 75% lulus. Dengar hasil yang lumayan rata-rata di atas KKM yaitu 75. Pada hasil belajar mengajar dikelas para siswa kurangnya mengerti tentang akar dan perpangkatan dikarenakan para siswa masih rendahnya memahami materi dan rendahnya pengetahuan tentang perpangkatan serta akar – akar. Model/metode dalam pembeajaran ini menggunakan model belajar diskusi dengan membentuk kelompok-kelompok dan metode saintifik. Dalam pembelajaran ini siswa susah dalam mengerjakan operasi hitung dalam bentuk akar, mengubah akar menjadi pangkat dll. Kesusahan siswa ini sebabkan karena siswa kurang latihan dalam mengerjakan soal-soal dan kebanyakan siswa belum bisa menghitung kali dan kurang mengerti perpangkatan dan pemecahan akar. Misalnya selesaikanlah operasi $\sqrt{75} + 3\sqrt{48} = \ldots$ dengan soal ini rata – rata siswanya tidak bisa memecahkan soalnya bahkan ada yang menjawab langsung penjumlahannya seperti menjawab $\sqrt{75} + 3\sqrt{48} = 3\sqrt{128}$. Dalam pembelajaran ini para guru matematika Kesusahan yang dialami guru dalam mengajar materi ini adalah guru susah mengubah pola pikir siswa yang tidak tahu menjadi tahu, karena setiap siswa mempunyai kemampuan yang berbeda-beda. Guru juga susah membuat soal-soal penerapan dalam materi bentuk akar ini. Guru juga kesulitan bagaimana membuat para siswa mengerti akan akar dan pangkat

- Dari contoh soal
  1) Pada soal nomor 1 rata-rata semua sudah benar
  2) Soal nomor 2 : tidak mengalikan koefisien, kurang lengkap dalam menjawab/ lupa menulis variabel, lupa menambahkan pangkat pada variabel yang sama, salah mengoperasikan.
  3) Soal nomor 3 : salah mengakarkan, tidak menyederhanakan akar, salah nembahkan akar
  4) Soal nomor 4: kurang teliti, salah mengalikan,tidak selesai.

5.3 Solusi

Untuk guru : sebaiknya sebelum mengajar harus memiliki persiapan dahulu mulai dari mental, batin, dan pengetahuan supaya saat masuk kelas pembelajaran dapat berjalan dengan baik. Serta para guru wajib memberikan soal latihan tentang akar dan perpangkatan supaya siswa lebih terbiasa untuk menyelesaikan persoalan pangkat dan akar dan para guru wajib memberikan hafalan tentang perkalian

Untuk siswa : siswa harusnya banyak-banyak berlatih mengerjakan soal-soal dan menambah pengetahuan tentang materi yang di pelajari. Serta untuk siswa harus lebih banyak lagi mempelajari akar – akar dan perpangkatan di rumah.

BAB 6

BANGUN RUANG SISI LENGKUNG

$$\begin{pmatrix} Oleh: \\ Tria\ Hidayati\ (A1C017024) \\ Nida\ Azizah\ (A1C017028) \end{pmatrix}$$

6.1 Materi

Materi pada bangun ruang sisi lengkung yakni:

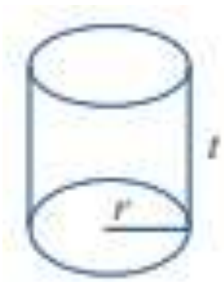
a. Pengertian Bangun Ruang Sisi Lengkung

Bangun ruang sisi lengkung merupakan bangun ruang yang memiliki minimal satu sisi lengkung. Tong sampah, cone eskrim, topi ulang tahun dan bola basket merupakan model bangun ruang sisi lengkung dalam kehidupan sehari-hari (Kemendikbud, 2015: 183)

b. Macam-Macam Bangun Ruang Sisi Lengkung

Terdapat beberapa macam atau jenis bangun ruang sisi lengkung, yaitu:

1. Tabung

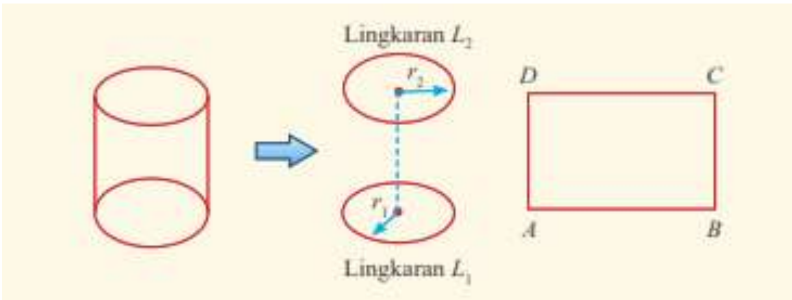


Gambar 1

t = tinggi tabung
r = jari-jari tabung

Tabung adalah bangun ruang sisi lengkung yang dibentuk oleh dua buah lingkaran identik yang sejajar dan sebuah persegi panjang yang mengelilingi kedua lingkaran tersebut. Tabung memiliki tiga sisi yakni dua sisi datar dan satu sisi lengkung (Kemendikbud, 2015: 191).

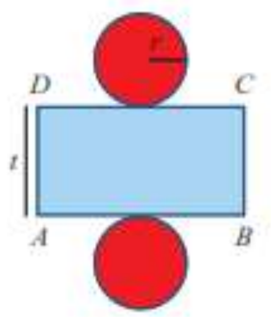
Unsur-Unsur Tabung :



Gambar 2

- Daerah lingkaran L_1 merupakan alas tabung dengan jari-jari r_1.
- Daerah lingkaran L_2 merupakan tutup tabung dengan jari-jari r_2.
- Daerah persegipanjang ABCD merupakan selimut tabung.
- r_1 dan r_2 merupakan jari-jari tabung ($r_1 = r_2 = r$).
- Jarak titik pusat lingkaran L_1 dengan titik pusat lingkaran L_1 merupakan tinggi tabung (disimbolkan dengan t).
- AB = CD = keliling daerah lingkaran L_1 = keliling daerah lingkaran L_2.
- AD = BC = t.
- Permukaan tabung terdiri atas dua daerah lingkaran dan sebuah daerah persegi panjang. (Kemendikbud, 2015: 187)

Jaring – Jaring Tabung

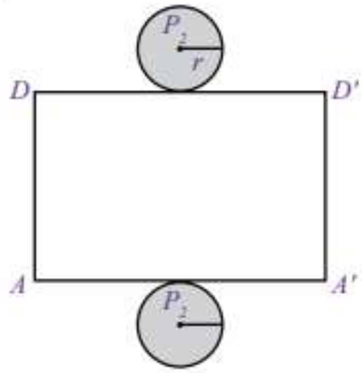


Gambar 3

Rumus – Rumus Pada Tabung :

a. Luas Permukaan Tabung

Luas permukaan tabung merupakan gabungan luas selimut tabung , luas sisi alas, dan luas sisi atas tabung (Agus, 2008: 19).



Gambar 4

Selimut tabung berbentuk persegi panjang dengan panjang $\overline{AA'}$ = $\overline{DD'}$ = keliling alas tabung = 2πr dan lebar $\overline{AD}$ = $\overline{A'D'}$ = tinggi tabung = t. Jadi, luas selimut tabung = luas peregi panjang = $p \times l$ = 2πrt

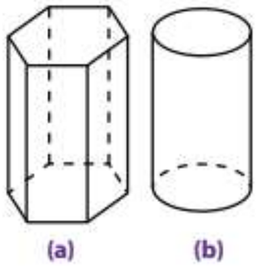
Luas permukaan tabung = luas selimut + luas sisi alas + luas sisi atas

= $2\pi rt + \pi r^2 + \pi r^2$

$= 2\pi rt + 2\pi r^2$

$= 2\pi r\,(r + t)$

b. Volume tabung



Gambar 5

Pada dasarnya, tabung juga merupakan prisma karena bidang alas dan bidang atas tabung sejajar dan kongruen. Volume tabung sama dengan volume prisma, yaitu luas alas dikali tinggi (Agus, 2008: 20). Oleh karena alas tabung berbentuk lingkaran, volume tabung dinyatakan sebagai berikut.

$$\text{Volume tabung} = \text{luas alas} \times \text{tinggi}$$
$$= \pi r^2 t$$

Contoh Soal :

1) Diketahui suatu tabung jari-jari alasnya 7 cm dan tingginya 10 cm. Tentukan luas selimut tabung dan luas permukaan tabung tersebut.

   Jawab:

   Diketahui : r = 7 cm

   t = 10 cm

   Ditanyakan : • luas selimut tabung

   • luas permukaan tabung

   Penyelesaian:

   • Luas selimut tabung = $2\pi rt$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 10$

$= 440$ cm^2

- Luas permukaan tabung = 2πr (r + t)

  $= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times (7 + 10)$

  $= 748$ cm^2

Jadi, luas selimut tabungnya adalah 440 cm^2 dan luas permukaan tabungnya adalah 748 cm^2

2) Diketahui luas selimut suatu tabung adalah 1.408 cm^2. Jika jari-jari alasnya 14 cm, tentukan luas permukaan tabung tersebut.

Jawab :

Diketahui : luas selimut tabung = 1.408 cm^2

r = 14 cm

Ditanyakan : luas permukaan tabung

Penyelesaian:

Luas selimut tabung = 2πrt

$1.408 = 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times t$

$t = \frac{1.408}{88}$

$t = 16$ cm

Luas permukaan tabung = 2πr (r + t)

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times (14 + 16)$

$= 2.640$ cm^2

Jadi, luas permukaan tabung tersebut adalah 2.640 cm^2

3) Diketahui jari-jari alas suatu tabung adalah 12 cm. Jika tinggi tabung tersebut 10 cm, tentukan volume tabung tersebut.

Jawab :

Diketahui : r = 12 cm

t = 10 cm

Ditanyakan : volume tabung

Penyelesaian:

Volume tabung = $\pi r^2 t$

$= 3{,}14 \times (12)^2 \times 10 = 4.521{,}6$ cm^3

Jadi, volume tabung tersebut adalah 4.521,6 cm^3

4) Diketahui jari-jari suatu tabung adalah 7,5 cm. Tentukan tinggi tabung tersebut jika volumenya 3.532,5 cm^3.

Jawab :

Diketahui: r = 7,5 cm

V = 3.532,5 cm3

Ditanyakan: tinggi (t)

Penyelesaian:

Volume = $\pi r^2 t$

$3.532{,}5 = 3{,}14 \times (7{,}5)^2 \times t$

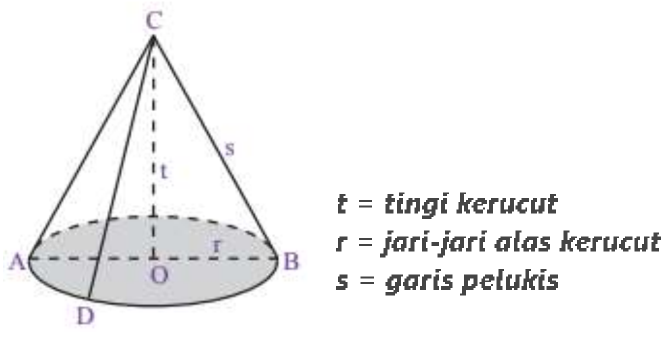
$3.532{,}5 = 176{,}625 \cdot t$

$t = \frac{3.532{,}5}{176{,}625}$

t = 20

Jadi, tinggi tabung tersebut adalah 20 cm

2. Kerucut



Gambar 6

Kerucut merupakan bangun ruang sisi lengkung yang menyerupai limas segi-n beraturan yang bidang alasnya berbentuk lingkaran. Kerucut dapat dibentuk dari sebuah segitiga siku-siku yang diputar sejauh 360°, di mana sisi siku-sikunya sebagai pusat putaran (Agus, 2008: 23)

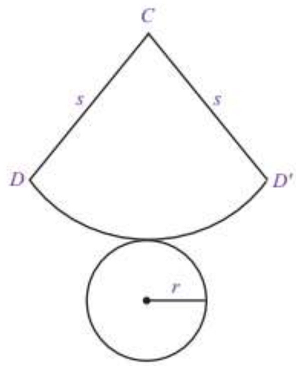
Unsur-unsur kerucut:

a. Bidang alas, yaitu sisi yang berbentuk lingkaran (daerah yang diraster).
b. Diameter bidang alas (d), yaitu ruas garis AB.
c. Jari-jari bidang alas (r), yaitu garis OA dan ruas garis OB.
d. Tinggi kerucut (t), yaitu jarak dari titik puncak kerucut ke pusat bidang alas (ruas garis CO).
e. Selimut kerucut, yaitu sisi kerucut yang tidak diraster.
f. Garis pelukis (s), yaitu garis-garis pada selimut kerucut yang ditarik dari titik puncak C ke titik pada lingkaran.
   (Agus, 2008: 23)

Hubungan antara r, s, dan t pada kerucut dinyatakan dengan persamaan-persamaan berikut.

$\boxed{s^2 = r^2 + t^2}$ $\boxed{r^2 = s^2 - t^2}$ $\boxed{t^2 = s^2 - r^2}$

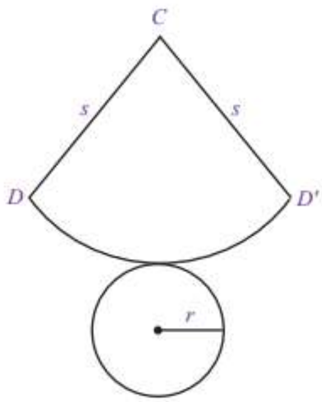
Jaring – Jaring Kerucut



Gambar 7

Rumus –Rumus Pada Kerucut:

- Luas Permukaan Kerucut



Gambar 8

Jaring-jaring kerucut terdiri atas:

- Juring lingkaran CDD' yang merupakan selimut kerucut.
- Lingkaran dengan jari-jari r yang merupakan sisi alas kerucut.

Panjang jari-jari juring lingkaran sama dengan s (garis pelukis kerucut). Adapun panjang busur DD' sama dengan keliling alas kerucut, yaitu 2πr. Jadi, luas selimut kerucut sama dengan luas juring CDD'.

$$\frac{Luas\ juring\ CDD'}{Luas\ \ lingkaran} = \frac{Panjang\ busur\ DD'}{Keliling\ \ lingkaran}$$

$$\frac{Luas\ juring\ CDD'}{\pi s^2} = \frac{2\pi r}{2\pi s}$$

Luas juring $CDD' = \frac{2\pi r}{2\pi s} \times \pi s^2$

$= \pi rs$

Jadi, luas selimut kerucut = πrs.

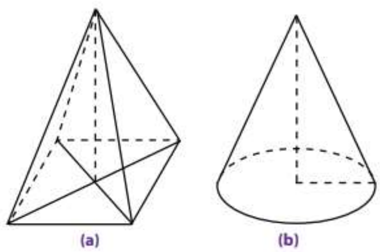
Luas permukaan kerucut = luas selimut + luas alas

$= \pi rs + \pi r^2$

$= \pi r\ (s + r)$

Luas selimut kerucut = πrs
Luas permukaan kerucut = $\pi r\ (s + r)$

- Volume Kerucut :



Gambar 9

Pada dasarnya, kerucut merupakan limas karena memiliki titik puncak sehingga volume kerucut sama dengan volume limas, yaitu $\frac{1}{3}$ kali luas alas kali tinggi (Agus, 2008: 25). Oleh karena alas kerucut berbentuk lingkaran, volume kerucut dinyatakan oleh rumus sebagai berikut.

$$\text{Volume kerucut} = \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi}$$
$$= \frac{1}{3}\pi r^2 t$$

Contoh Soal :

1) Jika diameter sebuah kerucut adalah 10 cm dan tingginya 12 cm, tentukan:
   a. panjang garis pelukis (s),
   b. luas selimut kerucut,
   c. luas permukaan kerucut.

   Jawab:

   Diketahui : d = 10 cm, maka r = 5 cm

   t = 12 cm

   Ditanyakan :

   a. panjang garis pelukis (s)
   b. luas selimut kerucut
   c. luas permukaan kerucut

   Penyelesaian:

   a. $s^2 = t^2 + r^2$
   $= 12^2 + 5^2$
   $= 144 + 25$
   $= 169$
   $s = \sqrt{169} = 13$ cm
   Jadi, panjang garis pelukis kerucut tersebut adalah 13 cm.

b. Luas selimut kerucut = πrs

$= 3,14 \times 5 \times 13 = 204,1$

Jadi, luas selimut kerucut tersebut adalah 204,1 cm^2

c. Luas permukaan kerucut = $\pi r (s + r)$

$= 3,14 \times 5 \times (13 + 5) = 282,6$

Jadi, luas permukaan kerucut tersebut adalah 282,6 cm^2

2) Diketahui luas permukaan suatu kerucut adalah 376,8 dm^2. Jika jari-jari alasnya 6 dm, tentukan panjang garis pelukis kerucut tersebut.

Jawab:

Diketahui: luas permukaan kerucut = 376,8 dm^2

r = 6 dm

Ditanyakan: panjang garis pelukis (s)

Penyelesaian:

Luas permukaan kerucut = $\pi r (s + r)$

$$376,8 = 3,14 \times 6 \times (s + 6)$$

$$376,8 = 18,84s + 113,04$$

$$s = \frac{376,8 - 113,04}{18,84}$$

$$s = 14 \text{ dm}$$

,Jadi, panjang garis pelukis kerucut tersebut adalah 14 dm

3) Hitunglah volume suatu kerucut yang memiliki jari-jari 2,5 dm dan tinggi 9 dm.

Jawab :

Diketahui: r = 2,5 dm

t = 9 dm

Ditanyakan: volume kerucut

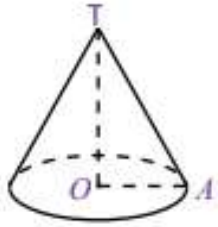
Penyelesaian:

Volume kerucut = $\frac{1}{3}$ πr²t

$= \frac{1}{3} \times 3{,}14 \times (2{,}5)^2 \times 9$

$= 58{,}875 \text{ dm}^3$

4) Perhatikan gambar berikut :



Gambar 10

Jika panjang OA = 30 mm dan TA = 5 cm, hitunglah volume kerucut di samping.

Jawab :

Diketahui : OA = r = 30 mm = 3 cm

TA = s = 5 cm

Ditanyakan : volume kerucut

Jawab:

$t^2 = s^2 - r^2$

$= 5^2 - 3^2$

$= 25 - 9$

$= 16$

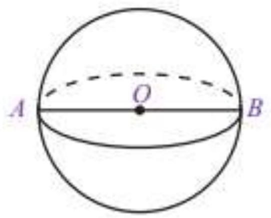
$t = \sqrt{16} = 4$ cm

Volume kerucut = $\frac{1}{3}$ πr²t

$= \frac{1}{3} \times 3{,}14 \times (3)^2 \times 4$

$= 37{,}68 \text{ cm}^3$

3. Bola



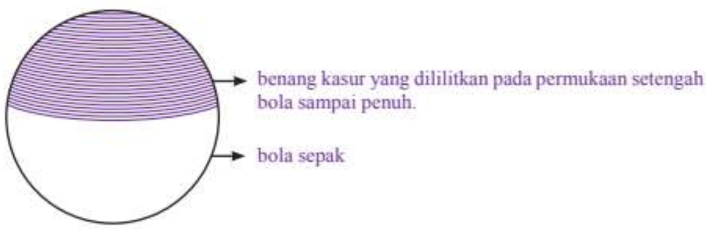
Gambar 11

Bola merupakan bangun ruang sisi lengkung yang dibatasi oleh satu bidang lengkung. Bola dapat dibentuk dari bangun setengah lingkaran yang diputar sejauh 360° pada garis tengahnya (Agus, 2008: 28)

Rumus-Rumus Pada Bola:

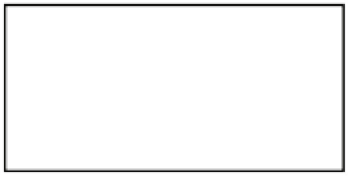
a. Luas Permukaan Bola :

Luas permukaan bola dapat diketahui dengan cara melilitkan benang kasur pada permukaan setengah bola sampai penuh, seperti pada gambar.



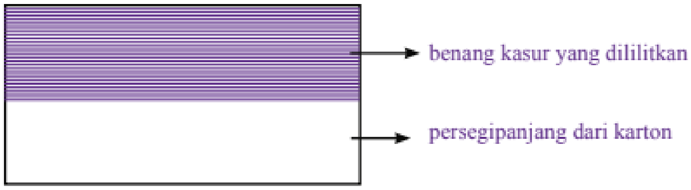
Gambar 12

Kemudian buatlah persegipanjang dari kertas karton dengan ukuran panjang sama dengan keliling bola dan lebar sama dengan diameter bola seperti pada gambar.



Gambar 13

Lilitkan benang yang tadi digunakan untuk melilit permukaan setengah bola pada persegipanjang yang di buat tadi. Lilitkan sampai habis.



Gambar 14

Jika kamu melakukannya dengan benar, tampak bahwa benang dapat menutupi persegipanjang selebar jari-jari bola (r).

Sehingga dapat diketahui bahwa luas permukaan setengah bola sama dengan luas persegipanjang.

Luas permukaan setengah bola = luas persegipanjang

$= p \times l$

$= 2\pi r \times r$

$= 2\pi r^2$

Sehingga,

luas permukaan bola = 2 × luas permukaan setengah bola

$= 2 \times 2\pi r^2$

$= 4\pi r^2$

$\boxed{\text{Luas permukaan bola} = 4\pi r^2}$

b. Volume Bola :

$$\text{Volume bola} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Contoh Soal :

1) Diketahui sebuah bola dengan jari-jari 7 dm. Tentukan luas permukaan bola tersebut.
   Jawab:
   Diketahui: r = 7 dm
   Ditanyakan: luas permukaan bola
   Penyelesaian:
   Luas permukaan bola = $4\pi r^2$
   $= 4 \times \frac{22}{7} \times (7)^2$
   $= 616$
   Jadi, luas permukaan bola tersebut adalah 616 dm^2

2) Jika luas permukaan suatu bola 154 cm^2, tentukan panjang jari-jari bola tersebut.
   Jawab:
   Diketahui : luas permukaan bola = 154 cm^2
   Ditanyakan : panjang jari-jari (r)
   Penyelesaian:
   Luas permukaan bola = $4\pi r^2$
   $154 = 4 \times \frac{22}{7} \times r^2$
   $r^2 = \frac{154 \times 7}{4 \times 22}$
   $= 12{,}25$
   $r = \sqrt{12{,}25}$
   $r = 3{,}5$ cm
   Jadi, panjang jari-jari bola tersebut adalah 3,5 cm

3) Hitunglah volume bola yang memiliki jari-jari 9 cm.

Jawab:

Diketahui: r = 9 cm

Ditanyakan: volume bola

Penyelesaian:

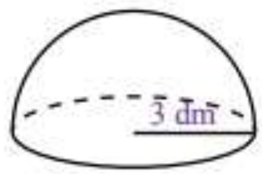
Volume bola = $\frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times (9)^3$

$= 3.052{,}08\ cm^3$

Jadi, volume bola tersebut adalah 3.052,08 cm^3

4) Hitunglah volume bangun di bawah ini.



Gambar 15

Jawab:

Diketahui : r = 3 dm

Ditanyakan : Volume setengah bola

Penyelesaian:

Volume setengah bola = $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{6} \times 3{,}14 \times (3)^3$

$= 56{,}52\ dm^3$

Jadi, volume bangun tersebut adalah 56,52 dm^3

6.2 Permasalahan Pembelajaran Pada Pokok Bahasan (di *SMPN 6 Kota Bengkulu* kelas IX semester 2)

a. Hasil Belajar

Untuk hasil belajar, beliau mengatakan hasilnya beragam. Hasil belajar siswa menunjukkan bahwa nilai terendahnya 60 dan nilai tertinggi 90, sehingga rata-ratanya sekitar 77. Dari 38 siswa yang tuntas secara individual ada 33 siswa, sedangkan 5 siswa lainnya belum tuntas. Memang untuk setiap sub bab biasanya nilai yang diperoleh oleh siswa selalu beragam, karena memang tingkat kesulitan yang dialami siswa berbeda. Apalagi menurut beliau materi ini termasuk memiliki tingkat kesulitan menengah. Dan juga di setiap kelas siswa memiliki kemampuan yang beragam dalam menerima dan memahami materi yang diberikan, ada yang cepat dan ada juga yang lambat. Sehingga hal tersebut menyebabkan masih ada beberapa siswa yang nilainya belum tuntas.

b. Model atau Metode

Berdasarkan hasil wawancara dengan Ibu Hidayati Rahma, M.Pd.Mat selaku guru matematika kelas IX di SMP Negeri 6 Kota Bengkulu, model pembelajaran yang digunakan gurupada materi “Bangun Ruang Sisi Lengkung” yaitu problem based learning. Penggunaan model ini, dinilai mampu meningkatkan motivasi siswa dalam belajar, meningkatkan kemampuan siswa dalam pemecahaan suatu masalah, menumbuhkan sikap kerjasama, dan meningkatkan rasa ingin tahu siswa serta dapat meningkatkan keterampilan siswa dalam mengelola informasi yang didapatkan.

Untuk metode yang digunakan guru pada materi “Bangun Ruang Sisi Lengkung” ini yaitu metode ceramah, dimana metode ini merupakan suatu penyampaian bahan atau materi pembelajaran matematika kepada siswa melalui komunikasi lisan oleh guru di dalam kelas. Pada metode ceramah ini, guru memberikan penjelasan tentang materi yang akan dipelajari dan siswa memperhatikan penjelasan guru tersebut. Tak hanya itu, pada metode ceramah ini, guru juga memberikan beberapa contoh-contoh soal yang kemudian akan dikerjakan serta kemudian akan di bahas secara bersama-sama dengan dibimbing langsung oleh gurunya.

Dalam proses pembelajarannya, guru juga menggunakan metode tanya jawab dimana pada metode ini terjadi interaksi tanya jawab antara guru dengan siswa mengenai materi yang bersangkutan. Metode ini diharapkan dapat meningkatkan pemahaman dan rasa ingin tahu pada diri siswa. Selanjutnya metode kelompok diskusi, dalam hal ini guru membagi siswa kedalam beberapa kelompok belajar. Biasanya kelompok belajarnya terdiri dari dua orang atau lebih anggota kelompok. Pada metode diskusi ini, guru biasanya akan memberikan suatu persoalan atau suatu masalah kepada siswa, dan siswa diberi kesempatan untuk berdiskusi dalam hal pemecahan masalah tersebut bersama anggota kelompoknya. Dengan menggunakan metode ini diharapkan dapat melatih siswa dalam bekerjasama dengan kelompok dan menumbuhkan rasa tanggungjawab pada diri siswa.

Metode yang terakhir yaitu metode penugasan, dalam hal ini sebelumnya guru telah menjelaskan materi kepada siswa kemudian guru memberikan latihan soal kepada siswa guna memantapkan pemahaman siswa terhadap materi tersebut serta untuk mengetahui sejauh mana pemahaman siswa terhadap materi tersebut serta sebagai bahan evaluasi pembelajaran. Penugasan yang dilakukan guru tidak hanya dilakukan di sekolah, namun terkadang guru juga memberikan tugas untuk dibawa pulang oleh siswa dan dikerjakan dirumah.

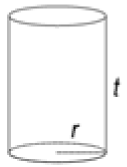
c. Permasalahan Pembelajaran yang Dialami Siswa

Berdasarkan hasil wawancara kami dengan ibu Hidayati Rahma, M.Pd. Mat selaku guru matematika kelas IX di SMP Negeri 6 Kota Bengkulu, Permasalahan pembelajaran yang dialami siswa pada materi bangun ruang sisi lengkung ini yaitu :

1. Siswa kesulitan dalam menghafal dan mengaplikasikan rumus-rumus pada bangun ruang sisi lengkung, seperti rumus luas selimut, luas permukaan, dan volume.

   Contohnya :

   1) Diberikan sebuah tabung tertutup yang memiliki jari-jari sebesar 20 cm dan tinggi 40 cm seperti gambar berikut.



Gambar 16

   Tentukanlah volume tabung, luas selimut tabung dan luas permukaan tabung tersebut!

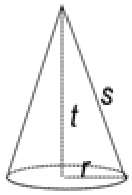
   Pada soal tersebut siswa masih banyak kesulitan dalam mengingat rumus volume tabung, luas selimut tabung dan luas permukaan tabung serta sering tertukar-tukar rumusnya.Sehingga siswa mengalami kesulitan dalam menjawab soal tersebut.

   Misalnya :

   Untuk volume tabung mereka buat : $2\pi rt$

   Untuk luas permukaan tabung mereka buat : $\pi r^2 + 2\pi rt$

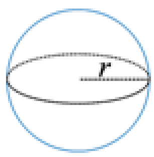
   2) Diberikan sebuah kerucut yang memiliki jari-jari sebesar r = 30 cm dan garis pelukis s = 50 cm seperti gambar berikut.



Gambar 17

Tentukanlah tinggi kerucut, volume kerucut, luas selimut kerucut, dan luas permukaan kerucut!
Pada soal tersebut siswa masih banyak kesulitan dalam mengingat rumus tinggikerucut, volumekerucut, luas selimut kerucut dan luas permukaan kerucut serta siswa juga sering tertukar-tukar rumusnya. Sehingga siswa mengalami kesulitan dalam menjawab soal tersebut.
Misalnya :
Untuk volume kerucut mereka buat :$\pi r^2 t$
Untuk luas selimut kerucut mereka buat : πrt
Untuk luas permukaan kerucut mereka buat : $\pi r^2 + 2\pi rs$
Karena pada gambar ada “t”, yang mana kita tau bahwa t = tinggi, sehingga siswa juga sering keliru disana.

3) Diberikan sebuah bola yang memiliki jari-jari sebesar 30 cm seperti gambar berikut.



Gambar 18

Tentukanlah volume bola dan luas permukaan bola tersebut!

Pada soal tersebut siswa masih banyak kesulitan dalam mengingat rumus tinggi kerucut, volume kerucut, luas selimut kerucut dan luas permukaan kerucut serta siswa juga sering tertukar-tukar rumusnya. Sehingga siswa mengalami kesulitan dalam menjawab soal tersebut.

Misalnya :

Untuk volume bola mereka buat : $\frac{4}{3}\pi r^2$

Untuk luas permukaan bola mereka buat : πr^2

2. Siswa kesulitan dalam pemecahan masalah/problem solving pada soal cerita. Siswa kesulitan dalam memahami soal cerita yang diberikan sehingga hal tersebut menyebabkan guru menjadi terkesan seperti mendongeng.

   Contohnya :

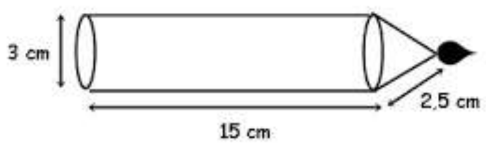
   1) Sebuah bola besi berada didalam tabung plastik terbuka bagian atasnya seperti terlihat pada gambar berikut.

Gambar 19

Tabung kemudian diisi dengan air hingga penuh. Jika diameter dan tinggi tabung sama dengan diameter bola yaitu 60 cm, tentukan volume air yang tertampung oleh tabung!

Pada soal tersebut siswa kesulitandalam memahami maksud dari soal tersebut. Siswa kesulitan dalam bagaimana menentukan volume air jika diketahui adau 2 buah bangun ruang sisi lengkung seperti pada gambar. Siswa juga kesulitan dalam menentukan rumus mana yang akan digunakan dan bagaimana cara mengaplikasikan rumusnya.

2) Sebuah lilin seperti gambar di bawah ini berbentuk gabungan tabung dan kerucut. Jika lilin terbakar 3 cm^3 setiap menit, berapa lama lilin akan habis terbakar?



Gambar 20

Pada soal tersebut siswa kesulitan dalam memahami maksud dari soal tersebut. Siswa kesulitan dalam menentukan rumus mana yang akan digunakan dan bagaimana cara mengaplikasikan rumusnya.

3) Ke dalam tabung berisi air setinggi 30 cm dimasukkan 6 bola besi yang masing-masing berjari-jari 7 cm. Jika diameter tabung 28 cm, tinggi air dalam tabung setelah dimasukkan enam bola besi adalah...

Pada soal tersebut siswa kesulitan dalam memahami maksud dari soal tersebut. Siswa kesulitan dalam menentukan rumus mana yang akan digunakan dan bagaimana cara mengaplikasikan rumusnya.

3. Siswa kurang teliti, sehingga sering terjadi kekeliruan perhitungan yang dialami siswa. Siswa juga sering lupa dan keliru dalam menuliskan satuannya seperti m, m^2, m^3, dsb).

4. Kurangnya minat baca pada diri siswa, yang mana dalam hal ini bertentangan dengan pembelajaran K13 dimana siswa dituntut untuk lebih aktif. Untuk itu, pembelajaran K13 dirasa masih sulit diterapkan dalam proses pembelajaran.

d. Permasalahan Pembelajaran yang Dialami Guru

Berdasarkan hasil wawancara kami dengan ibu Hidayati Rahma, M.Pd. Mat selaku guru matematika kelas IX di SMP Negeri 6 Kota Bengkulu, Permasalahan pembelajaran yang dialami guru pada materi bangun ruang sisi lengkung ini yaitu :

1. Siswanya yang heterogen, yang mana disana ada siswa yang mudah memahami materi, ada yang perlu dilakukan penjelasan ulang dulu baru paham, ada yang perlu di kaitkan dengan kehidupan sehari-hari dulu baru paham, dan ada yang meski diulang berkali-kali materi tersebut tapi siswanya tidak juga paham tentang materi tersebut.
2. Kesulitan dalam menggambar yang mana kita ketahui materi bangun ruang sisi lengkung ini ada yang berkaitan dengan menggambar, yang meliputi menggambar tabung, kerucut, bola, dan sebagainya. Dalam menggambar ini biasanya guru meminta siswa untuk membawa peralatan menggambar seperti buku berpetak dan penggaris guna memudahkan ssiswa dalam menggambar. Namun ketika disuruh membawa peralatan menggambar tersebut ada beberapa siswa yang tidak membawa peralatan tersebut, entah karena lupa ataupun karena memang sengaja untuk tidak membawanya.
3. Dalam pembelajaran kelompok terkadang hanya beberapa orang saja yang mengerjakan tugas kelompok

tersebut, sehingga terkadang pembelajaran kelompok dirasa kurang efektif dalam proses pembelajaran.

6.3 Solusi

Dari permasalahan pembelajaran yang dialami siswa maupun guru di SMP Negeri 6 Kota Bengkulu ini maka solusi yang dapat dilakukan yaitu :

a. Solusi pada permasalahan yang dialami siswa :

1. Untuk memudahkan siswa dalam menghafal rumus, guru dapat memberikan tugas kepada siswa untuk menuliskan rumus-rumus yang ada pada materi bangun ruang sisi lengkung ini pada karton yang dibuat sekreatif dan semenarik mungkin. Kemudian rumus-rumus tersebut di beri bingkai dan di pajang pada dinding kelas.
2. Untuk meningkatkan pemahaman siswa tentang materi bangun ruang sisi lengkung ini, bisa dengan alat peraga yang sudah di sediakan di sekolah yang meliputi tabung, kerucut, dan bola atau juga bisa meminta siswa untuk membawa sendiri alat peraga yang dibutuhkan, seperti membawa topi petani (sebagai kerucut), celengan (sebagai tabung) dan bola mainan. Atau juga bisa dengan menggunakan alat peraga seperti alat peraga "selimut bola lilitan" atau juga bisa dengan menggunakan alat peraga sederhana yang dibuat sendiri oleh guru ataupun siswa dengan dibimbing oleh guru secara langsung. Sehingga dalam hal ini, siswa bukan hanya menghafal rumus melainkan juga memahami konsepnya.

   Untuk mengenjelaskan konsep volume agar mudah dipahami siswa, dapat dilakukan dengan cara mengaitkannya dengan kehidupan sehari-hari.

Misalnya, diberikan tabung lalu tabung tersebut diisi air guna menjelaskan konsep volume.

3. Guru bukan hanya memberikan rumus, melainkan harus menjelaskan konsep bagaimana bisa mendapatkan rumus-rumus pada tabung, kerucut dan bola tersebut. Hal ini dapat dilakukan dengan menjelaskannya secara langsung di papan tulis untuk menunjukkan langkah menemukan rumus-rumus tersebut.

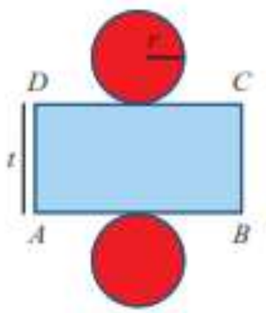
Contoh cara menerapkan solusi no 2 dan 3 dapat kita lakukan sebagai berikut:

a. Tabung

- Menjelaskan konsep volume tabung. Volume tabung sama dengan volume prisma, yaitu luas alas dikali tinggi (Agus, 2008: 20). Kita ketahui bahwa Luas alas tabung berbentuk lingkaran, sehingga :

Volume tabung = Luas Alas × Tinggi
= Luas Lingkaran × Tinggi
= $\pi r^2 \times t$
= $\pi r^2 t$

- Menjelaskan konsep luas selimut tabung. Dapat dilakukan dengan membuat atau menggambarkan jaring-jaring tabung.



Gambar 21

Dari jaring-jaring tersebut kita ketahui bahwa sisi tegak pada bangun ruang tabung ialah sebuah bidang lengkung atau disebut selimut tabung. Dari gambar tersebut terlihat bahwa selimut tabung berbentuk persegi panjang, sehingga kita ketahui bahwa:

Luas Selimut Tabung = Luas Persegi Panjang

= p × l

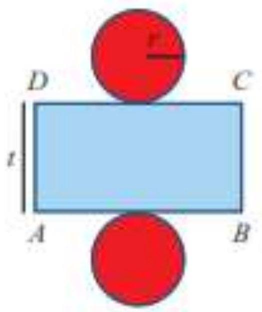
= keliling lingkaran x tinggi tabung

= $2\pi r \times t$

= $2\pi rt$

- Menjelaskan konsep luas permukaan tabung. Luas permukaan tabung merupakan gabungan luas selimut tabung , luas sisi alas, dan luas sisi atas tabung (Agus, 2008: 19).

.



Untuk menentukan rumus luas permukaan tabung dapat dilakukan dengan cara menjumlahkan seluruh luas 3 sisi bidang tabung, sehingga:

Luas Permukaan Tabung = Luas seluruh bidang sisi tabung

= Luas Alas + Luas Tutup + Luas Selimut

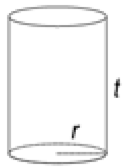
= $\pi r^2 + \pi r^2 + 2\pi rt$

$= 2\pi r^2 + 2\pi rt$

$= 2\pi r\,(r + t)$

Dari penjelasan diatas, kita dapat menyelesaikan contoh soal no 1 :

1) Diberikan sebuah tabung tertutup yang memiliki jari-jari sebesar 20 cm dan tinggi 40 cm seperti gambar berikut.



Gambar 22

Tentukanlah volume tabung, luas selimut tabung dan luas permukaan tabung tersebut!

Jawab :

Volume tabung (V) $= \pi r^2 t$

$= 3{,}14 \times 20^2 \times 40$

$= 3{,}14 \times 400 \times 40$

$= 50.240 \text{ cm}^3$

Luas selimut tabung $= 2\pi rt$

$= 2 \times 3{,}14 \times 20 \times 40$

$= 5.024 \text{ cm}^2$

Luas permukaan tabung $= 2\pi r\,(r + t)$

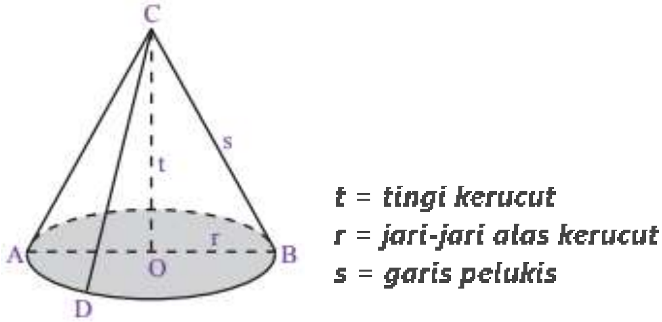
$= 2 \times 3{,}14 \times 20\,(20 + 40)$

$= 125{,}6\,(60)$

$= 7.536 \text{ cm}^2$

b. Kerucut

- Untuk menjelaskan tinggi kerucut, daat dilakukan dengan menjelaskan bagian-bagian dari kerucut dengan menunjukkan gambar atau suatu benda berbentuk kerucut.



Gambar 23

Dari gambar tersebut, untuk mencari tinggi kerucut dapat dilakukan dengan menggunakan rumus phytagoras:

$t^2 = s^2 - r^2$

- Menjelaskan konsep volume kerucut. Untuk menjelaskan konsep volume kerucut dapat dilakukan dengan melakukan eksperimen/percobaan sebagai berikut:
  a. Membuat sebuah kerucut tanpa tutup dan sebuah tabung tanpa tutup dengan jari-jari dan tinggi yang sama.
  b. Isi kerucut tersebut dengan pasir sampai penuh, kemudian pindahkan semuanya ke tabung. Ulangi langkah ini sampai tabung terisi penuh.

Gambar 24

Dari hasil eksperimen/percobaan tersebut, dapat diketahui hubungan antara volume tabung dan volume kerucut. Ternyata isi pasir dalam tabung sama dengan 3 kali isi pasir dalam kerucut. Itu berarti bahwa:

Volume tabung = 3 × Volume kerucut

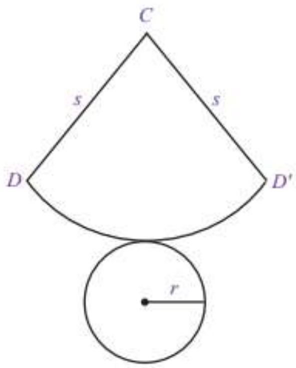
Volume kerucut = $\frac{1}{3}$ × Volume tabung

= $\frac{1}{3}$ x luas alas x tinggi

= $\frac{1}{3}$x πr^2 x t

= $\frac{1}{3}\pi r^2 t$

- Menjelaskan konsep luas selimut kerucut.



Gambar 25

Jaring-jaring kerucut terdiri atas:

• Juring lingkaran CDD' yang merupakan selimut kerucut.

• Lingkaran dengan jari-jari r yang merupakan sisi alas kerucut.

Panjang jari-jari juring lingkaran sama dengan s (garis pelukis kerucut). Adapun panjang busur DD' sama dengan keliling alas kerucut, yaitu $2\pi r$. Jadi, luas selimut kerucut sama dengan luas juring CDD'.

$$\frac{Luas\ juring\ CDD'}{Luas\ \ lingkaran} = \frac{Panjang\ busur\ DD'}{Keliling\ \ lingkaran}$$

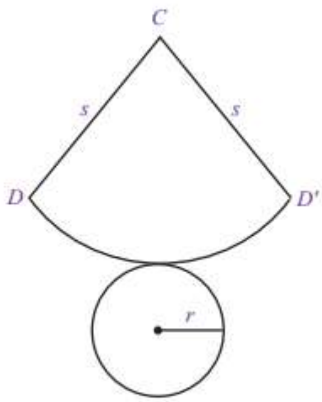
$$\frac{Luas\ juring\ CDD'}{\pi s^2} = \frac{2\pi r}{2\pi s}$$

Luas juring $CDD' = \frac{2\pi r}{2\pi s} \times \pi s^2$

$= \pi rs$

Jadi, luas selimut kerucut = πrs.

- Menjelaskan konsep Luas Permukaan Kerucut.Untuk menjelaskan konsep kerucut dapat dilakukan dengan menggunakan jaring-jaring kerucut. Sebagai berikut.



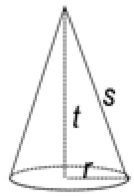
Jaring-jaring kerucut terdiri atas:
• Juring lingkaran CDD' yang merupakan selimut kerucut.
• Lingkaran dengan jari-jari r yang merupakan sisi alas kerucut.
Untuk menentukan rumus luas permukaan kerucut dapat dilakukan dengan cara menjumlahkan seluruh luas sisi bidang kerucut, sehingga:
Luas Permukaan Kerucut = luas alas + luas Selimut

$= \pi r^2 + \pi rs$

$= \pi r (r + s)$

Dari penjelasan diatas, kita dapat menyelesaikan contoh soal no 2 :

2) Diberikan sebuah kerucut yang memiliki jari-jari sebesar r = 30 cm dan garis pelukis s = 50 cm seperti gambar berikut.



Gambar 26

Tentukanlah tinggi kerucut, volume kerucut, luas selimut kerucut, dan luas permukaan kerucut!

Jawab:

Tinggi kerucut = $t^2 = s^2 - r^2$

$= 50^2 - 30^2$

$= 2.500 - 900$

$= 1.600$

$t = \sqrt{1600}$

$= 40$ cm

Volume kerucut = $\frac{1}{3}\pi r^2 t$

$= \frac{1}{3} \times 3{,}14 \times 30^2 \times 40$

$= \frac{1}{3} \times 3{,}14 \times 900 \times 40$

$= 37.680 \text{ cm}^3$

Luas Selimut Kerucut = πrs

$= 3{,}14 \times 30 \times 50$

$= 4.710 \text{ cm}^2$

Luas Permukaan Kerucut = $\pi r (r + s)$

$= 3,14 \times 30 \ (30 + 50)$
$= 7.536 \ cm^2$

c. **Bola**

- Menjelaskan konsep Luas Permukaan bola dapat dilakukan dengan cara menggunakan kulit jeruk adalah sebagai berikut:
    a. Potonglah jeruk menjadi dua bagian yang sama besar.
    b. Gambarlah 2 buah lingkaran yang diameternya sama dengan diameter jeruk, diameter lingkaran = diameter jeruk (dapat dilakukan dengan menelungkupkan setengah jeruk dan menggambar pola lingkarannya.
    c. Kupas kulitnya kulit jeruk tersebut potonglah kecil-kecil kulit jeruk dari belahan jeruk yang berbentuk setengah bola tersebut
    d. Kemudian tempelkan potongan kulit jeruk dari satu belahan jeruk pada dua lingkaran yang diameternya sama dengan diameter jeruk. Potongan kulit jeruk tersebut akan menutupi seluruh permukaan kedua lingkaran.

  Masih tersisa kulit belahan jeruk yang satunya. Kita dapat melakukan langkah seperti pada langkah 2– 4. Dari percobaan yang sudah dilakukan di atas ternyata. Ditemukan kenyataan sebagai berikut:

  Luas setengah jeruk = 2 x Luas lingkaran
  Luas setengan bola = 2 x Luas lingkaran
  Luas setengah bola = 2 x (πr^2)
  Luas setengah bola = $2\pi r^2$
  Luas jeruk (bola) = 2 x Luas setengah bola

$= 2 \times 2\pi r^2 = 4\pi r^2$

Jadi, Luas permukaan bola yaitu $4\pi r^2$, dengan, π = nilai phi (22/7 atau 3,14) dan r = jari-jari bola

- Menjelaskan konsep volume bola. Untuk menjelaskan konsep volume bola dapat dilakukan dengan melakukan eksperimen/percobaan sebagai berikut.
    a. Siapkan sebuah bola plastik, lalu hitung jari-jari bola dengan menggunakan penggaris.
    b. Buatlah dua tabung terbuka dari kertas karton dengan jari-jari tabung terbuka sama dengan jari-jari bola plastik, sedangkan tinggi tabung terbuka sama dengan diameter bola plastik.
    c. Lubangi bola plastik dengan menggunakan cutter. Lalu isi bola plastik yang sudah berlubang dengan pasir sampai penuh.
    d. Kemudian pindahkan semua pasir pada bola ke tabung terbuka. Ulangi langkah ini sampai kedua tabung terisi penuh.

Gambar 27

Dari hasil eksperimen/percobaan tersebut, dapat diketahui hubungan antara volume tabung dan volume bola. Ternyata isi pasir dalam kedua tabung sama dengan 3 kali isi pasir dalam bola. Itu berarti bahwa:

$2\ V_{tabung} = 3\ V_{bola}$

$V_{bola} = \frac{2}{3} \times V_{tabung}$

$= \frac{2}{3} \times \pi r^2 t$

Karena t = d = 2r maka :

$V_{bola} = \frac{2}{3} \times V_{tabung}$

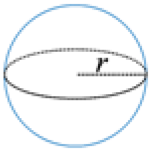
$= \frac{2}{3} \times \pi r^2(2r)$

$= \frac{4}{3} \times \pi r^3$

$= \frac{4}{3} \pi r^3$

Dari penjelasan diatas, kita dapat menyelesaikan contoh soal no 2 :

3) Diberikan sebuah bola yang memiliki jari-jari sebesar 30 cm seperti gambar berikut.



Gambar 28

Tentukanlah volume bola dan luas permukaan bola tersebut!

Jawab :

Volume Bola $= \frac{4}{3} \pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times 30^3$

$= \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times 27.000$

$= 113.040\ cm^3$

Luas Permukaan Bola $= 4\pi r^2$

$= 4 \times 3{,}14 \times 30^2$

$= 4 \times 3{,}14 \times 900$

$11.304\ cm^2$

4. Perbanyak latihan soal tentang soal cerita sehingga siswa semakin paham dan terbiasa untuk mengerjakan soal cerita tersebut.
5. Untuk siswa,pada waktu pembelajara nmateri bangun ruang sisi lengkung sebaiknya memperhatikan pelajaran dengan sungguh-sungguh, membiasakan diri untuk bertanya dan mengemukakan gagasan, tidak hanya menghapal rumus tetapi memahami konsep rumus-rumus tersebut, dan lebih teliti saat melakukan perhitungan.

b. Solusi pada permasalahan yang dialami guru:
   1. Guru sebaiknya menggunakan model pembelajaran yang sesuai kondisi siswa, selalu memastikan konsep yang diberikan telah dikuasai siswa, selalu memfasilitasi siswa yang ingin bertanya atau mengemukakan gagasan.
   2. Pada soal cerita guru harus menjelaskan langkah demi langkah dalam menyelesaikan soal cerita tersebut. Guru juga harus menjelaskan secara lebih detail tentang langkah pengerjaan soal tersebut seperti mengapa menggunakan rumus luas permukaan, mengapa menggunakan rumus volume, dan lain sebagainya.

      Contohnya:
      1) Sebuah bola besi berada didalam tabung plastik terbuka bagian atasnya seperti terlihat pada gambar berikut.

Gambar 29

Tabung kemudian diisi dengan air hingga penuh. Jika diameter dan tinggi tabung sama dengan diameter bola yaitu 60 cm, tentukan volume air yang tertampung oleh tabung!

Jawab :

❖ Volume air yang bisa ditampung tabung sama dengan voulme tabung dikurangi volume bola di dalamnya. Dalam hal ini dapat diilustrasikan dengan alat peraga tabung dan bola.

❖ Dengan r_{tabung} = 30 cm, r_{bola} = 30 cm dan t_{tabung} = 60 cm

$V_{tabung} = \pi r^2 t$

$= 3{,}14 \times 30^2 \times 60$

$= 3{,}14 \times 900 \times 60$

$= 169.560 \text{ cm}^3$

$V_{bola} = \frac{4}{3} \pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times 30^3$

$= \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times 27.000$

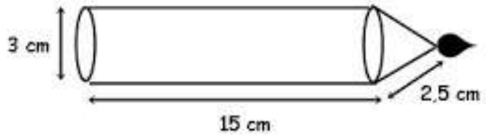
$= 113.040 \text{ cm}^3$

$V_{air} = V_{tabung} - V_{bola}$

$= 169.560 - 113.040$

$= 56.520 \text{ cm}^3$

2) Sebuah lilin seperti gambar di bawah ini berbentuk gabungan tabung dan kerucut. Jika lilin terbakar 3 cm^3 setiap menit, berapa lama lilin akan habis terbakar?



Gambar 30

Jawab :

Pada gambar tersebut, agar lilin tersebut habis terbakar maka yang kita cari adalah volume dari lilin tersebut. Yang mana kita ketahui bahwa lilin tersebut terdiri dari 2 buah bangun ruang, yakni tabung dan kerucut. Jadi untuk mencari volume lilin tersebut, maka dapat dilakukan dengan menjumlahkan volume tabung dan kerucut tersebut.

Diketahui : d tabung = d kerucut = 3 cm
r tabung = r kerucut = 1,5 cm
t tabung = 15 cm
s kerucut = 2,5 cm
kecepatan pembakaran = 3 cm^3/menit

Mencari tinggi kerucut

$t^2 = s^2 - r^2$
$= 2{,}5^2 - 1{,}5^2$
$= 6{,}25 - 2{,}25$
$= 4$
$t = 2$

Volume lilin = volume tabung + volume kerucut
$= (\pi \times r^2 \times t) + (\frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times t)$
$= 105{,}975 + 4{,}71$
$= 110{,}685$ cm^3

Waktu yang dibutuhkan = 110,685 : 3 = 36, 895 menit

3) Ke dalam tabung berisi air setinggi 30 cm dimasukkan 6 bola besi yang masing-masing berjari-jari 7 cm. Jika diameter tabung 28 cm, tinggi air dalam tabung setelah dimasukkan enam bola besi adalah...

Jawab :

❖ Mencari volume air dalam tabung sebelum dimasuki bola besi:

$$V_{air} = \pi r^2 t$$

$$V_{air} = \frac{22}{7} \times 14^2 \times 30$$

$$V_{air} = \frac{22}{7} \times 196 \times 30$$

$$V_{air} = \frac{22}{7} \times 5.880$$

$$V_{air} = 18.480\ cm^3$$

- ❖ Mencari volume 6 bola besi yang dimasukkan ke dalam tabung

$$V_{6\ bola\ besi} = 6 \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V_{6\ bola\ besi} = 6 \times \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7^3$$

$$V_{6\ bola\ besi} = 6 \times \frac{4}{3} \times 1.078$$

$$V_{6\ bola\ besi} = 8.624\ cm^3$$

- ❖ Volume gabungan air dan bola besi:

$$= 18.480 + 8.624$$

$$= 27.104\ cm^3$$

- ❖ Mencari tinggi air setelah bola besi dimasukkan dalam tabung:

$$V = 27.104$$

$$\pi r^2 t = 27.104$$

$$\frac{22}{7} \times 14^2 \times t_{air} = 27.104$$

$$\frac{22}{7} \times 196 \times t_{air} = 27.104$$

$$616 t_{air} = 27.104$$

$$t_{air} = \frac{27.104}{616}$$

$$t_{air} = 44\ cm$$

3. Guru harus lebih tegas dalam memberikan arahan kepada siswa. Guru bisa memberikan hukuman yang setimpal jika ada siswa yang tidak mengikuti peraturan ataupun arahan yang diperintahkan guru dalam hal membawa perlengkapan pembelajaran guna tercapainya tujuan pembelajaran dan tersampaikannya materi yang ingin dipelajari. Hukuman tersebut dilakukan untuk memberikan efek jera kepada siswa.
4. Dalam pembelajaran kelompok sebaiknya hasil dari kerja kelompok tersebut dibahas secara bersama-sama di kelas dengan mempresentasikan hasil kerja kelompok mereka. Kelompok yang maju dipilih secara acak dan setiap anggota kelompok harus bisa menjelaskan hasil kerja kelompoknya di depan kelas. Selain itu, guru juga bisa menyuruh siswa untuk melaporkan secara personal jika ada salah satu anggota kelompoknya yang tidak bekerja dalam kelompok tersebut.

6.4 Hasil Percobaan Pembuktian Konsep Rumus Luas Permukaan Bola dan Kerucut dengan Menggunakan Alat Peraga

A. Alat Peraga Luas Permukaan Bola

- **Kelompok 1**

  Nama Anggota Kelompok :

  1. Rheca Nurahma Angelina (A1C017008)
  2. Rizky Dwi Ayu Ningsih (A1C017010)
  3. Bagus Dwi Pangstu (A1C017038)
  4. Selvi Maryani (A1C017048)
  5. Novi Rikawati (A1C017066)

ALAT PERAGA LUAS PERMUKAAN BOLA

A. Alat dan Bahan

- Gunting
- Jangka
- Pensil
- Spidol

- Kartonpadi
- Karton
- Bola
- Talikur (warnanyabebas)
- Lem*double tip*

B. Cara Pembuatan Alat Peraga Luas Permukaan Bola

1. Belah dua bola hingga diperoleh setengah bola sebanyak 2 buah.
2. Ukur dan gunting karton padi sesuai dengan ukuran yang diinginkan.
3. Lapisi karton padi tadi dengan karton biasa dan lem dengan menggunakan *double tip.*
4. Ukur diameter dan jari-jari bola tadi.
5. Lalu buat tiga buah lingkaran dengan menggunakan jangka dengan $r = r\ bola$ pada permukaan karton.
6. Tempelkan 1 buah setangah bola pada lingkaran pertama dengan menggunakan *double tip.* Jangan lupa untuk mengisi bagian dalam setengah bola, agar lebih padat.
7. Tempelkan *double tip* ke seluruh permukaan setengah bola tadi.
8. Lilitkan tali kur pada setengah bola tadi hingga menutupi seluruh permukaannya.
9. Lalu lepaskan kembali tali kur yang telah dililitkan pada setengah bola, lalu potong tali kur menjadi dua sama panjang.
10. Tempelkan *double tip* ke seluruh permukaan lingkaran 2 dan 3.
11. Buat nama judul pada bagian atas alat peraga dengan menggunakan spidol.

C. Cara Penggunaan Alat Peraga Luas Permukaan Bola

1. Pembuktian setengah bola dengan 2 buah lingkaran
   a. Lilitkan tali kur yang telah disediakan ke setengah bola yang telah dibuat, hingga memenuhi setengah bola tersebut.
   b. Pindahkan tali yang telah dililitkan ke lingkaran, hingga memenuhi lingkaran.
   c. Sisa dari tali kur, lilitkan lagi ke lingkaran yang kedua, hingga memenuhi lingkaran
   d. Didapat tali kur yang memenuhi setengah bola, memenuhi 2 lingkaran sehingga :

      Luas ½ Bola = 2 x luaslingkaran
      = 2 (πr^2)
      = $2\pi r^2$

      Maka Luas Permukaan 1 Bola = 2 x 2 Luas lingkaran
      = 2 x $2\pi r^2$
      = $4\pi r^2$

2. Pembuktian luas permukaan bola dengan menggunakan persegi panjang
   a. Lilitkan tali kur yang telah disediakan ke setengah bola yang telah dibuat, hingga memenuhi setengah bola tersebut.
   b. Pindahkan dan lilitkan tali kur setengah bola ke persegi panjang yang lebarnya = jari-jari sebesar 8 cm.
   c. Kemudian hitung ke dalam rumus luas setengah bola yaitu seperti berikut :
      Luas ½ Bola = 2 x luaslingkaran
      = 2 (πr^2)
      = $2\pi r^2$
      = 2 x 3,14 x 8^2

      = 6,28 x 64
      = 401,92 m^2 (dibulatkan menjadi 400 m^2)

      Luas persegipanjang = panjang x lebar
      = 50 x 8
      = 400 m^2

Kesimpulan :

Untuk mencari luas permukaan bola dapat menggunakan lingkaran atau persegi panjang. Karena hasil yang didapat sama. Luas permukaan setengah bola dengan menggunakan rumus lingkaran sama hasilnya dengan menggunakan persegi panjang yaitu 400 m^2.

- **Kelompok 3**
  1. Luluk Lutfiya (A1C017022)
  2. Melvi Khairani (A1C017032)
  3. Meicindy Jeny Klorina (A1C017054)
  4. Reni Rahmawati (A1C017056)
  5. Venny Aulia Putri (A1C017068)

ALAT PERAGA LUAS PERMUKAAN BOLA

A. Alat dan Bahan
- Gunting
- Jangka
- Pensil
- Spidol
- Karton padi
- Bola
- Talikur (warnanyahijau)
- Lem *double tip*

B. Cara Pembuatan

a. Belah dua bola hingga diperoleh setengah bola sebanyak 2 buah

b. Ukur dan gunting karton padi sesuai dengan ukuran yang diinginkan

c. Ukur diameter dan jari-jari ½ bola yang telah di belah

d. Lalu buat tiga buah lingkaran dengan menggunakan jangka dengan $r = r\ bola$padapermukaankartonpadi

e. Tempelkan 1 buah setangah bola pada lingkaran pertama dengan menggunakan *double tip,* tapi

f. Tempelkan *double tip* ke seluruh permukaan setengah bola tadi
g. Lilitkan tali kur pada setengah bola tadi hingga menutupi seluruh permukaannya.
h. Lalu lepaskan kembali tali kur yang telah dililitkan pada setengah bola, lalu potong tali kur menjadi dua sama panjang
i. Tempelkan *double tip* keseluruh permukaan lingkaran 2 dan 3
j. Buat nama judul pada bagian atas alat peraga dengan menggunakan spidol

C. Cara Penggunaan Alat Peraga Luas Permukaan Bola

1. Pembuktian setengah bola dengan 2 buah lingkaran
    a. Lilitkan tali kur yang telah disediakan ke setengah bola yang telah dibuat, hingga memenuhi setengah bola tersebut.
    b. Pindahkan tali yang telah dililitkan kelingkaran, hingga memenuhi lingkaran.
    c. Sisa dari tali kur, lilitkan lagi kelingkaran yang kedua, hingga memenuhi lingkaran
    d. Didapat tali kur yang memenuhi setengah bola, memenuhi 2 lingkaran sehingga :

Luas ½ Bola = 2 x luasl ingkaran

= 2 (πr^2)
= 2πr^2

Maka Luas Permukaan 1 Bola = 2 x 2 Luas lingkaran

= 2 x 2πr^2

$= 4\pi r^2$

2. Pembuktian luas permukaan bola dengan menggunakan persegi panjang
   a. Lilitkan tali kur yang telah disediakan ke setengah bola yang telah dibuat, hingga memenuhi setengah bola tersebut.
   b. Pindahkan dan lilitkan tali kur setengah bola ke persegi panjang yang lebarnya =jari-jari sebesar 8 cm.
   c. Kemudian hitung kedalam rumus luas setengah bola yaitu seperti berikut:

Luas ½ Bola = 2 x luaslingkaran

$= 2\ (\pi r^2)$

$= 2\pi r^2$

= 2 x 3,14 x 8^2

= 6,28 x 64

= 401,92 m^2 (dibulatkanmenjadi 400 m^2)

Luaspersegipanjang = panjang x lebar

$= 50 \times 8$

$= 400 \text{ m}^2$

Kesimpulan : Untuk mencari luas permukaan bola dapat menggunakan lingkaran atau persegi panjang. Karena hasil yang didapat sama. Luas permukaan setengah bola dengan menggunakan rumus lingkaran sama hasilnya dengan menggunakan persegi panjang yaitu 400 m^2.

- **Kelompok 5**
  1. Karina Marta (A1C017012)
  2. Kintan Ayu Septiany (A1C017020)
  3. Nida Azizah (A1C017028)
  4. Monica Celine Pratiwi (A1C017030)
  5. Clara Fadhilah Inayah (A1C017040)

ALAT PERAGA LUAS PERMUKAAN BOLA

A. Alat dan Bahan

- Gunting
- Jangka
- Pensil
- Spidol warna hijau, merah dan hitam
- Karton padi
- Karton warna biru
- 2 buah bola
- Lem *double tip*

B. Cara PembuatanAlatPeragaLuasPermukaan Bola

1. Belah dua bola hingga diperoleh setengah bola sebanyak 2 buah
2. Ukur dan gunting karton padi sesuai dengan ukuran yang diinginkan
3. Lapisi karton padi tadi dengan karton biasa warna biru dan lem dengan menggunakan *double tip*
4. Ukur diameter danjari-jari bola tadi
5. Lalu buat dua buah lingkaran dengan menggunakan jangka dengan $r = r\ bola$ pada permukaan karton.
6. Gunting $\frac{1}{2}$ bola menjadi potongan-potongan kecil.
7. Buat nama judul pada bagian atas alat peraga dengan menggunakan spidol

C. Cara Penggunaan Alat Peraga Luas Permukaan Bola

1. Pembuktian setengah bola dengan pendekatan luas 2 buah lingkaran
   a. Susun potongan-potongan kecil $\frac{1}{2}$ bola ke dua buah lingkaran pada karton.
   b. Didapat bahwa potongan-potongan setengah bola tersebut memenuhi 2 lingkaran sehingga:
   Luas ½ Bola = 2 x luas lingkaran
   = 2 (πr^2)
   = $2\pi r^2$

   Maka Luas Permukaan 1 Bola = 2 x 2 Luas lingkaran
   = 2 x $2\pi r^2$
   = $4\pi r^2$

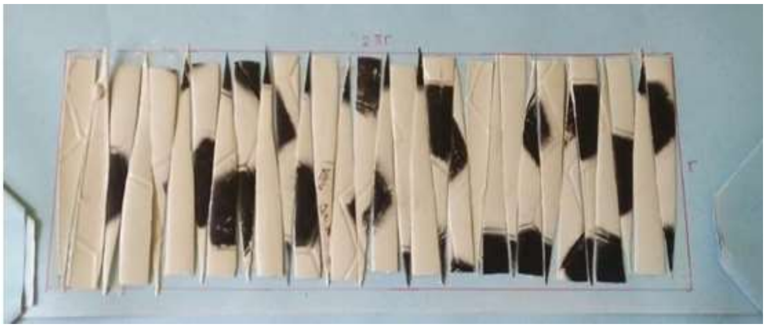
2. Pembuktian luas permukaan bola dengan menggunakan pendekatan luas persegi panjang
   a. Potong setengah bola menjadi potongan-potongan berbentuk pizza sebanyak 32 buah dengan ukuran yang sama.
   b. Susun potongan-potongan tersebut secara selang-seling sehingga membentuk persegi panjang. Didapat bahwa lebar persegi panjang = jari-jari sebesar 8 cm.
   c. Kemudian hitung kedalamr umus luas setengah bola yaitu seperti berikut :

      Luas ½ Bola = 2 x luaslingkaran
      = 2 (πr^2)
      = $2\pi r^2$
      = 2 x 3,14 x 8^2
      = 6,28 x 64
      = 401,92 m^2 (dibulatkan menjadi 400 m^2)

Luas persegi panjang = panjang x lebar

= 50 x 8

= 400 m^2



Kesimpulan :

Untuk mencari luas permukaan bola dapat menggunakan pendekatan luas 2 lingkaran atau luas persegi panjang. Karena hasil yang didapat sama. Luas permukaan setengah bola dengan menggunakan pendekatan rumus 2 lingkaran sama hasilnya dengan menggunakan pendekatan luas persegi panjang yaitu 400 m^2.

B. Alat Peraga Luas Permukaan Kerucut

- **Kelompok 2**
  1. Adinda Rizky Safira (A1C017004)
  2. Wanti Yulpika (A1C017014)
  3. Tri Mardianti Atikah Putri (A1C017034)
  4. Yohana Adventika Hapsari (A1C017052)
  5. Adetia Permata Sari (A1C017062)

ALAT PERAGA LUAS PERMUKAAN KERUCUT

A. Alat dan Bahan
   a. Alat
      - Gunting
      - Jangka
      - Pensil
      - Penggaris
   b. Bahan
      - Karton

B. Cara Pembuatan :
   1. Buat selimut kerucut :
      - Gambar pola setengah lingkaran pada karton dengan jari – jari tertentu, lebihkan sedikit bagian pada pola setengah lingkaran tersebut untuk membuat pengunci selimut kerucut saat di bentuk nantinya.
      - Gunting gambar sesuaipola yang telah dibuat.
      - Bentuk karton tersebut hingga membentuk kerucut tanpa alas.
   2. Buat alas kerucut :
      - Gambar alas kerucut yang berbentuk lingkaran dengan ukuran diameter alas kerucut = jari – jari selimut kerucut, buat

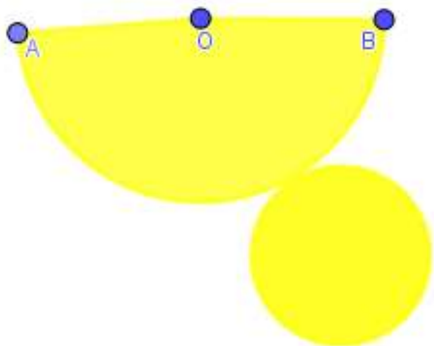
juga bagian untuk mengelem dengan bagian selimut kerucut.

- Gunting gambar yang telah dibuat.

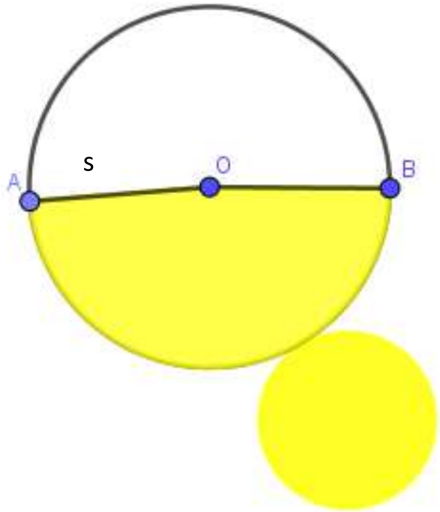
3. Satukan bagian alas dan selimut kerucut dengan lem.
4. Kerucut siap digunakan.

C. Cara Penggunaan Alat Peraga Luas Permukaan Kerucut:

1. Buka kerucut tersebut sehingga terbentuk sebuah jaring-jaring kerucut sebagai berikut:



2. Jiplak jaring-jaring kerucut tersebut pada papan tulis, sehingga didapat gambar sebagai berikut:



3. Jelaskan kepada peserta didik bahwa dari gambar tersebut kita ketahui bahwa selimut kerucut tersebut membentuk sebuah juring lingkaran dengan jari-jari (r) = panjang garis pelukis kerucut (s) dan panjang busur AB = keliling alas kerucut. Kemudian jelaskan kepada peserta didik bahwa, dari gambar tersebut kita dapat membuat sebuah perbandingan sebagai berikut:

$$\frac{Luas\ Juring\ AOB}{Luas\ Lingkaran\ Besar} = \frac{Panjang\ Busur\ AB}{Keliling\ Lingkaran\ Besar}$$

$$\frac{Luas\ Selimut\ Kerucut}{Luas\ Lingkaran\ Besar} = \frac{Keliling\ alas\ kerucut}{Keliling\ Lingkaran\ Besar}$$

$$\frac{Luas\ Selimut\ Kerucut}{\pi s^2} = \frac{2\pi r}{2\pi s}$$

$$luas\ Selimut\ Kerucut = \frac{\pi s^2 r}{s}$$

$$= \pi r s$$

4. Untuk mencari luas permukaan kerucut dapat dilakukan dengan cara menjumlahkan luas selimut kerucut dan luas alas kerucut, sebagai berikut:
   Luas Permukaan kerucut = Luas Selimut Kerucut + Luas Alas Kerucut
   $= \pi rs + \pi r^2$
   $= \pi r$ (s + r)

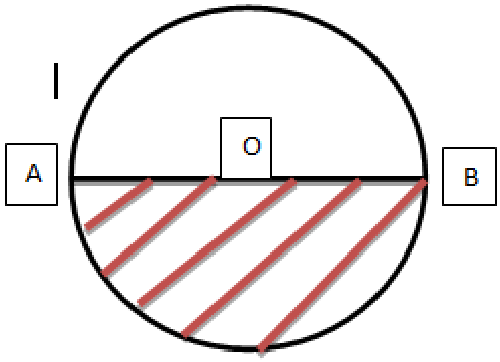
- **Kelompok 4**
  1. M. Rudi Erlanda (A1C017002)
  2. Dira Oktia Mita (A1C017018)
  3. Nisa Oktaviani (A1C017036)
  4. Sisti Hartanti (A1C017044)
  5. Saprida Yani Harahap (A1C017050)

ALAT PERAGA LUAS PERMUKAAN KERUCUT

A. Alat dan Bahan
   a. Alat
      - Gunting
      - Jangka
      - Pensil
      - Penggaris
   b. Bahan
      - Karton

B. Cara pembuatan :
   1. Siapkan alat dan bahan yaitu: karton, gunting, jangka besar, penggaris, spidol, lem dobletip
   2. Buatlah lingkaran berukuran besar pada karton dengan jangka dan spidol
   3. Gunting lingkaran yang telah di buat dengan gunting
   4. Bagi lingkaran tadi menjadi setengah lingkaran, gunakan ½ lingkaran untuk membuat sebuah kerucut. Agar kerucut tersebut menyatu dengan sempurna lem dengan dobletip
   5. Jiplak lingkaran bawah kerucut pada karton lain untuk membuat alas kerucut, lalu gunting
   6. Satukan selimut kerucut dengan alas kerucut dengan lem

C. Cara mendapatkan rumus luas permukaan kerucut :
   - luas selimut kerucut :



AOB = selimut kerucut

AO = OB = s

AB = keliling lingkaran

$$\frac{luas\ juring\ AOB}{luas\ lingkaran} = \frac{panjang\ busur\ AB}{keliling\ lingkaran}$$

$$\frac{luas\ selimut\ kerucut}{\pi s^2} = \frac{2\pi r}{2\pi s}$$

Luas selimut kerucut = $2\pi s$

- luas permukaan kerucut

luas permukaan kerucut = luas selimut kerucut + luas alas

= $2\pi s + \pi r^2$

= $\pi r\ (s + r)$

- **Kelompok 6**
  1. Vania Ulfa Shabrina (A1C017016)

2. Tria Hidayati (A1C017024)
3. Rahmiati Azizah (A1C017026)
4. Fika Syahtarina (A1C017046)
5. Lilia Gina Febrila (A1C017060)

ALAT PERAGA LUAS PERMUKAAN KERUCUT

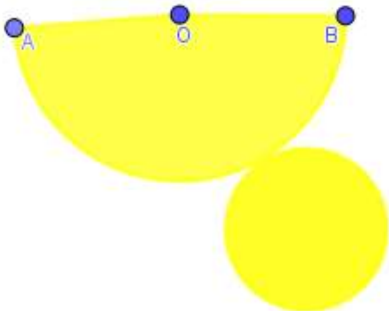
A. Alat dan Bahan
   a. Alat
      - Gunting
      - Jangka
      - Pensil
      - Penggaris
   b. Bahan
      - Karton

B. Cara Pembuatan :
   a. Buat selimut kerucut :
      - Gambar pola setengah lingkaran pada karton dengan jari – jari tertentu, lebihkan sedikit bagian pada pola setengah lingkaran tersebut untuk membuat pengunci selimut kerucut saat di bentuk nantinya.
      - Gunting gambar sesuaipola yang telah dibuat.
      - Bentuk karton tersebut hingga membentuk kerucut tanpa alas.
   b. Buat alas kerucut :
      - Gambar alas kerucut yang berbentuk lingkaran dengan ukuran diameter alas kerucut = jari – jari selimut kerucut, buat juga bagian untuk mengelem dengan bagian selimut kerucut.
      - Gunting gambar yang telah dibuat.
   c. Satukan bagian alas dan selimut kerucut dengan lem.

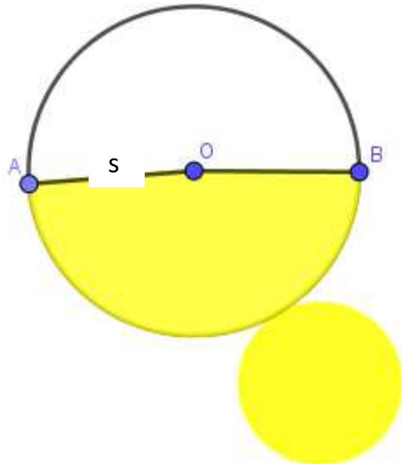
d. Kerucut siap digunakan.

C. Cara Penggunaan Alat Peraga Luas Permukaan Kerucut:

1. Buka kerucut tersebut sehingga terbentuk sebuah jaring-jaring kerucut sebagai berikut:



2. Jiplak jaring-jaring kerucut tersebut pada papan tulis, sehingga didapat gambar sebagai berikut:



3. Jelaskan kepada peserta didik bahwa dari gambar tersebut kita ketahui bahwa selimut kerucut tersebut membentuk sebuah juring lingkaran dengan jari-jari (r) = panjang garis pelukis kerucut (s) dan panjang busur AB = keliling alas kerucut. Kemudian jelaskan kepada peserta didik bahwa, dari gambar tersebut kita dapat membuat sebuah perbandingan sebagai berikut:

$$\frac{Luas\ Juring\ AOB}{Luas\ Lingkaran\ Besar} = \frac{Panjang\ Busur\ AB}{Keliling\ Lingkaran\ Besar}$$

$$\frac{Luas\ Selimut\ Kerucut}{Luas\ Lingkaran\ Besar} = \frac{Keliling\ alas\ kerucut}{Keliling\ Lingkaran\ Besar}$$

$$\frac{Luas\ Selimut\ Kerucut}{\pi s^2} = \frac{2\pi r}{2\pi s}$$

$$luas\ Selimut\ Kerucut = \frac{\pi s^2 r}{s}$$

$$= \pi rs$$

4. Untuk mencari luas permukaan kerucut dapat dilakukan dengan cara menjumlahkan luas selimut kerucut dan luas alas kerucut, sebagai berikut:
   Luas Permukaan kerucut = Luas Selimut Kerucut + Luas Alas Kerucut
   $= \pi rs + \pi r^2$
   $= \pi r$ (s + r

BAB 7

PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN NILAI MUTLAK

$$\left(\begin{array}{c} Oleh: \\ Kintan\ Ayu\ Septiany\ (A1C017020) \\ Sisti\ Hartanti\ (A1C017044) \\ Yohana\ Adventika\ Hapsari\ (A1C017052) \end{array}\right)$$

7.1 Materi

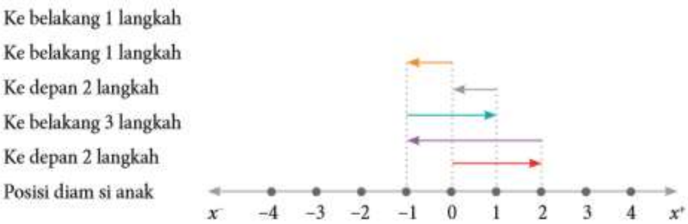
A. Konsep Niai Mutlak

Untuk memahami konsep nilai mutlak, mari kita perhatikan kedua ilustrasi berikut ini.

Seorang anak bermain lompat-lompatan di lapangan. Dari posisi diam, si anak melompat ke depan 2 langkah, kemudian 3 langkah ke belakang, dilanjutkan 2 langkah ke depan, kemudian 1 langkah ke belakang, dan akhirnya 1 langkah lagi ke belakang. Secara matematis, ilustrasi ini dapat dinyatakan sebagai berikut.

Kita definisikan lompatan ke depan adalah searah dengan sumbu x positif. Dengan demikian, lompatan ke belakang adalah searah dengan sumbu x negatif.

Perhatikan sketsa berikut.



Dari gambar di atas, kita misalkan bahwa x = 0 adalah posisi diam si anak. Anak panah yang pertama di atas garis bilangan menunjukkan langkah pertama si anak sejauh 2 langkah ke depan (mengarah ke sumbu x positif atau +2). Anak panah kedua menunjukkan 3 langkah si anak ke belakang (mengarah ke sumbu x negatif atau –3) dari posisi akhir langkah pertama. Demikian seterusnya sampai akhirnya si anak berhenti pada langkah kelima.

Jadi, kita dapat melihat pergerakan akhir si anak dari posisi awal adalah 1 langkah saja ke belakang ($x = -1$ atau $x = (+2) + (-3) + (+2) + (-1) + (-1) = -1$), tetapi banyak langkah yang dijalani si anak merupakan konsep nilai mutlak. Kita hanya menghitung banyak langkah, bukan arahnya, sehingga banyak langkahnya adalah $|2| + |-3| + |2| + |-1| + |-1| = 9$ (atau 9 langkah).

Perhatikan tabel berikut :

Tabel 1.1 Nilai Mutlak

Bilangan Non Negatif	Nilai Mutlak	Bilangan Negatif	Nilai Mutlak
0	0	–2	2
2	2	–3	3
3	3	–4	4
5	5	–5	5

Berdasarkan cerita dan tabel di atas, dapatkah kamu menarik suatu kesimpulan tentang pengertian nilai mutlak? Jika x adalah variabel pengganti sebarang bilangan real, dapatkah kamu menentukan nilai mutlak dari x tersebut?

Perhatikan bahwa x anggota himpunan bilangan real (ditulis $x \in R$). Berdasarkan tabel, kita melihat bahwa nilai mutlak dari x akan bernilai positif atau nol (non negatif). Secara geometris, nilai mutlak suatu bilangan adalah jarak antara bilangan itu dengan nol pada garis bilangan real. Dengan demikian, tidak mungkin nilai mutlak suatu bilangan bernilai negatif, tetapi mungkin saja bernilai nol.

Dari kedua penjelasan di atas, dapat dituliskan konsep nilai mutlak, sebagai berikut :

Definisi 1.1

Misalkan x bilangan real, $|x|$ dibaca nilai mutlak x, dan didefinisikan

$$|x| = \begin{cases} x & \text{jika } x \geq 0 \\ -x & \text{jika } x < 0 \end{cases}$$

Definisi di atas dapat diungkapkan dengan kalimat sehari-hari seperti berikut ini. Nilai mutlak suatu bilangan positif atau nol adalah bilangan itu sendiri, sedangkan nilai mutlak dari suatu bilangan negatif adalah lawan dari bilangan negatif itu.

B. Persamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel

Kita akan mengkaji bentuk persamaan nilai mutlak linear satu variabel dan strategi menyelesaikannya. Untuk memulainya, mari kita cermati pembahasan masalah berikut ini.

Tentukan nilai x (jika ada) yang memenuhi setiap persamaan berikut ini.

1. $|2x - 1| = 7$
2. $|4x - 8| = 0$
3. $|2x - 1| = |x + 3|$

Alternatif Penyelesaian :

1. Pertama, kita akan mengubah bentuk $|2x - 1|$

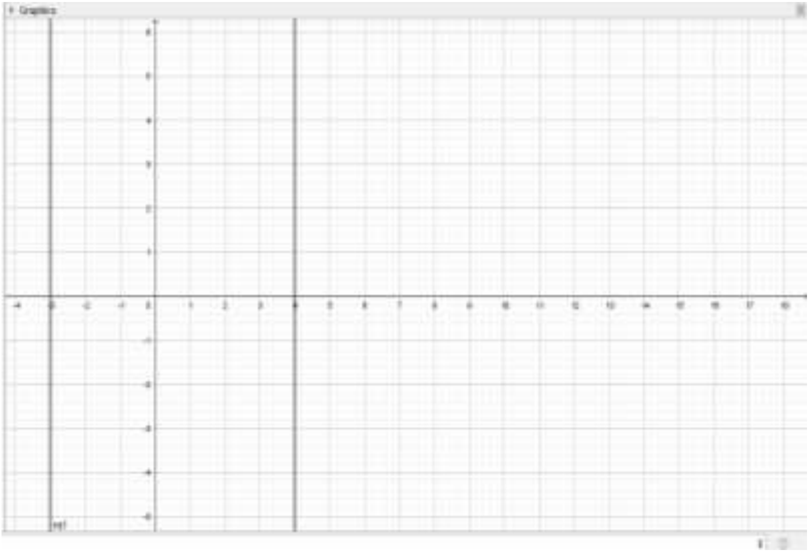
$$|2x - 1| = \begin{cases} 2x - 1 & \text{jika } x \geq \frac{1}{2} \\ -(2x - 1) & \text{jika } x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Untuk $x \geq \frac{1}{2}$, $2x - 1 = 7$, $2x = 7 + 1$, $2x = 8$ atau $x = 4$

Untuk $x < \frac{1}{2}$, $(2x - 1) = 7$, $-2x + 1 = 7$, $-2x = 7 - 1$, $-2x = 6$ atau $x = -3$

Jadi, nilai x = 4 atau x = –3 memenuhi persamaan nilai mutlak $|2x - 1| = 7$.

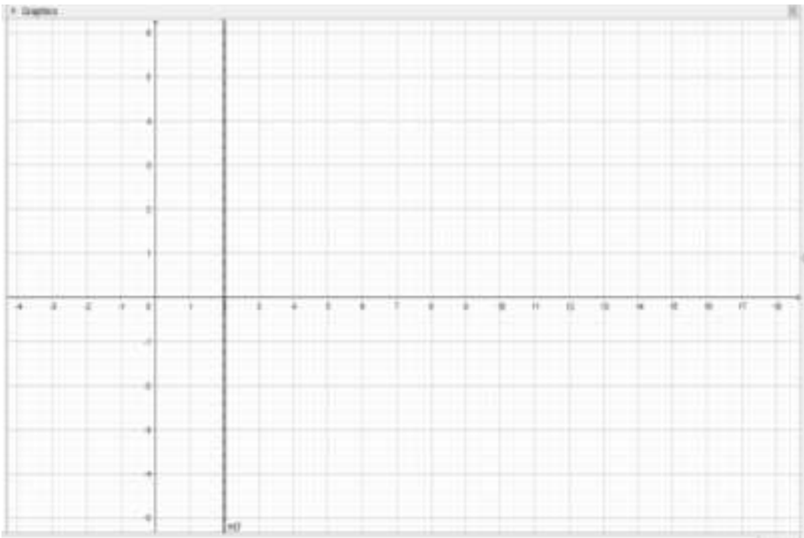
Gambar grafik pada geogebra :



2. Persamaan $|(4x - 8)| = 0$ berlaku untuk $4x - 8 = 0$ atau $4x = 8$.

   Jadi, $x = 2$ memenuhi persamaan $|4x - 8| = 0$.

   Gambar grafik pada Geogebra :

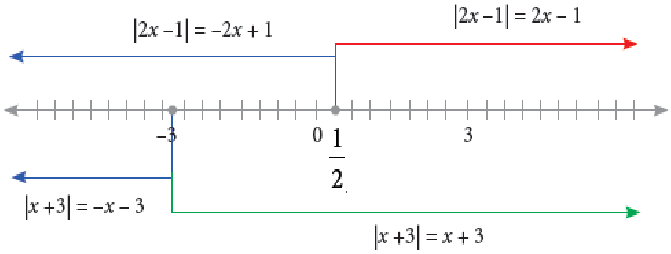


3. Ubah bentuk $|2x - 1|$ dan $|x + 3|$ dengan menggunakan Definisi 1.1, sehingga diperoleh:

$$|2x-1| = \begin{cases} 2x-1 & \text{jika} \quad x \geq \frac{1}{2} \\ -2x+1 & \text{jika} \quad x < \frac{1}{2} \end{cases} \qquad 1.1$$

$$|x+3| = \begin{cases} x+3 & \text{jika} \quad x \geq -3 \\ -x-3 & \text{jika} \quad x < -3 \end{cases} \qquad 1.2$$

Berdasarkan sifat persamaan, bentuk $|2x - 1| = |x + 3|$, dapat dinyatakan menjadi $|2x - 1| - |x + 3| = 0$. Artinya, sesuai dengan konsep dasar "mengurang", kita dapat mengurang $|2x - 1|$ dengan $|x + 3|$ jika syarat x sama. Sekarang, kita harus memikirkan strategi agar $|2x - 1|$ dan $|x + 3|$ memiliki syarat yang sama.Syarat tersebut kita peroleh berdasarkan garis bilangan berikut.



Oleh karena itu, bentuk (1.1) dan (1.2) dapat disederhanakan menjadi:

$$|2x-1| = \begin{cases} 2x-1 & \text{jika} \quad x \geq \frac{1}{2} \\ -2x+1 & \text{jika} \quad x < \frac{1}{2} \end{cases} = \begin{cases} 2x-1 & \text{jika} \quad x \geq \frac{1}{2} \\ -2x+1 & \text{jika} \quad -3 \leq x < \frac{1}{2} \\ -2x+1 & \text{jika} \quad x < -3 \end{cases} \qquad 1.3$$

$$|x+3| = \begin{cases} x+3 & \text{jika} \quad x \geq -3 \\ -x-3 & \text{jika} \quad x < -3 \end{cases} = \begin{cases} x+3 & \text{jika} \quad x \geq \frac{1}{2} \\ x+3 & \text{jika} \quad -3 \leq x < \frac{1}{2} \\ -x-3 & \text{jika} \quad x < -3 \end{cases} \qquad 1.4$$

Akibatnya, untuk menyelesaikan persamaan $|2x - 1| - |x + 3| = 0$, kita fokus pada tiga kemungkinan syarat x, yaitu $\geq \frac{1}{2}$ atau $-3 \leq \frac{1}{2}$ atau $x < -3$

- Kemungkinan 1, untuk $\geq \frac{1}{2}$

  Persamaan $|2x - 1| - |x + 3| = 0$ menjadi $(2x - 1) - (x + 3) = 0$ atau $x = 4$.

  Karena $x \geq \frac{1}{2}$, maka $x = 4$ memenuhi persamaan.

- Kemungkinan 2, untuk $-3 \leq x < \frac{1}{2}$

  Persamaan $|2x - 1| - |x + 3| = 0$ menjadi $-2x + 1 - (x + 3) = 0$ atau $x = \frac{-2}{3}$

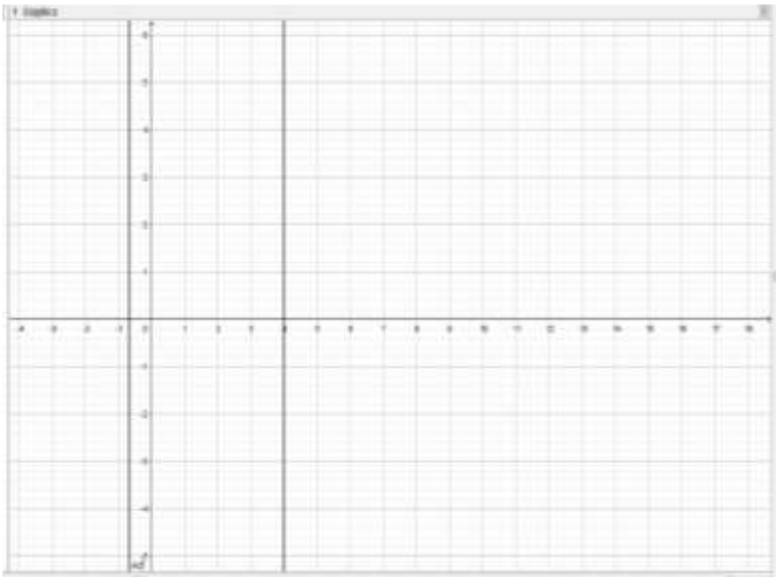
  Karena $-3 \leq x < \frac{1}{2}$ maka $x = \frac{-2}{3}$ memenuhi persamaan.

- Kemungkinan 3, $x < -3$

  Persamaan $|2x - 1| - |x + 3| = 0$ menjadi $-2x + 1 - (-x - 3) = 0$ atau $x = 4$. Karena $x < -3$, maka tidak ada nilai x yang memenuhi persamaan.

  Jadi, nilai x yang memenuhi persamaan $|2x - 1| = |x + 3|$ adalah $x = 4$ atau $x = \frac{-2}{3}$

  Gambar grafik pada Geogebra :



Sifat 1.1

Untuk setiap a, b, c, dan x bilangan real dengan $a \neq 0$.

1. Jika $|ax + b| = c$ dengan $c \geq 0$, maka salah satu sifat berikut ini berlaku.
   i. $|ax + b| = c$, untuk $x \geq \frac{-b}{a}$
   ii. $-(ax + b) = c$, untuk $x < \frac{-b}{a}$
2. Jika $|ax + b| = c$ dengan $c < 0$, maka tidak ada bilangan real x yang memenuhi persamaan $|ax + b| = c$.

   Contoh : Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan $|x - 3| + |2x - 8| = 5$.

   Alternatif Penyelesaian

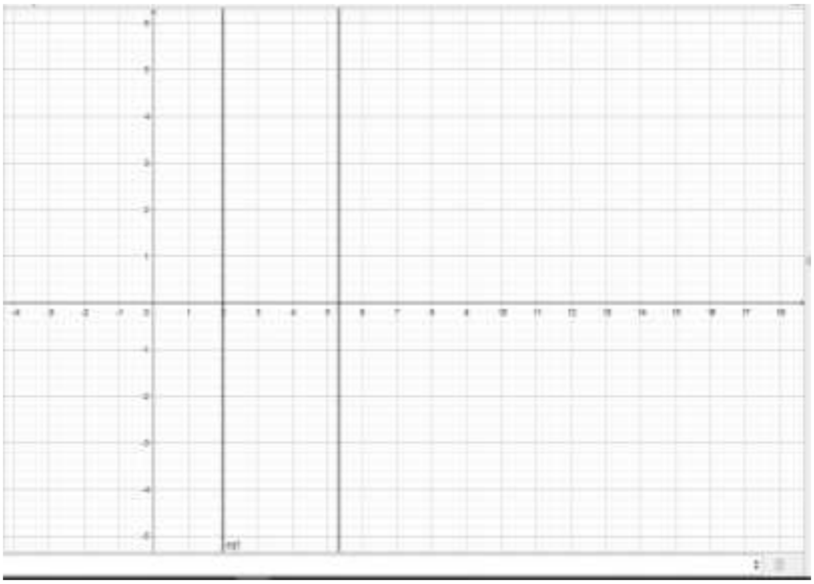
   Berdasarkan Definisi 1.1 diperoleh :

   $$|x-3| = \begin{cases} x-3 & jika\ t \geq 3 \\ x-p & jika\ t < 3 \end{cases}$$

- Untuk $x < 3$, maka bentuk $|x - 3| + |2x - 8| = 5$ menjadi $-x + 3 - 2x + 8 = 5$ atau $x = 2$. Karena $x < 3$, maka nilai $x = 2$ memenuhi persamaan.
- Untuk $3 \leq x < 4$, maka $|x - 3| + |2x - 8| = 5$ menjadi $x - 3 - 2x + 8 = 5$ atau $x = 0$ Karena $3 \leq x < 4$, maka tidak ada nilai x yang memenuhi persamaan.
- Untuk $x \geq 4$, maka $|x - 3| + |2x - 8| = 5$ menjadi $x - 3 + 2x - 8 = 5$ atau $x = \frac{16}{3}$. Karena $x \geq 4$, maka $x = \frac{16}{3}$ memenuhi persamaan.

Jadi, penyelesaian $|x - 3| + |2x - 8| = 5$ adalah $x = 2$ atau $x = \frac{16}{3}$

Gambar grafik pada geogebra :



C. Pertidaksamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel

Dalam kehidupan sehari – hari, banyak kita jumpai kasus yang melibatkan pembatasan suatu hal. Seperti lowongan pekerjaan mensyaratkan pelamar dengan batas usia tertentu, batas nilai cukup seorang belajar agar dinyatakan lulus dari ujian, dan batas berat bersih suatu kendaraan yang diperbolehkan oleh dinas perhubungan.

Selanjutnya, kita akan mengaplikasikan konsep nilai mutlak ke dalam pertidaksamaan linear dengan memahami dan menelitisi kasus seperti berikut :

Masalah :

Seorang bayi lahir prematur disebuah Rumah Sakit Ibu dan Anak. Untuk mengatur suu tubuh bayi tetap stabil di suhu 34°C, maka harus dimasukkan ke inkubator selama 2 hari. Suhu inkubator harus dipertahankan berkisar antara 32°C hingga 35°C.

Bayi tersebut lahir dengan BB seberat 2.100-2.500 gram. Jika pengaruh suhu ruangan membuat suhu inkubator meyimpang sebesar 0,2°C , tentukan interval perubahan suhu inkubator.

Alternatif Penyelesaian :

- Cara 1 (Dihitung dengan Nilai Mutlak)

  Pada kasus diatas, kita sudah mendapatkan data dan suhu inkubator yang harus dipertahankan selama 1- 2 hari semenjak kelahiran, yaitu 34°C. Misalkan t adalah segala kemungkinan perubahan suhu inkubator akibat pengaruh suhu ruangan, dengan perubahan yang diharapkan sebesar 0,2°C. Nilai mutlak suhu tersebut dapat dimodelkan, yaitu sebagai berikut : $|t-34| \leq 0{,}2$

  Dengan menggunakan definisi, $|t-34|$ditulis menjadi

  $$|t-34| = \begin{cases} t-34 & jika\ t\ \leq 34 \\ -(t-34) & jika\ t\ < 34 \end{cases}$$

  Akibatnya $|t-34| \leq 0{,}2$ berubah menjadi

  t – 34 $\leq 0,2$ dan –(t – 34) ≤ 0,2 atau

  t – 34 $\leq 0,2$ dan t – 34 ≥ $-0{,}2$

  Atau dituliskan menjadi

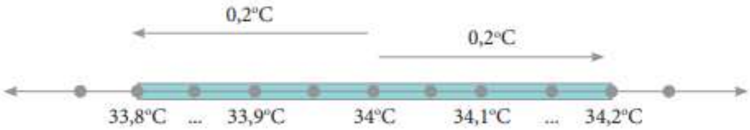
  t – 34 $\leq 0,2$ ↔ -0,2 ≤ t – 34 ≤ 0,2

  ↔ 33,8 ≤ t ≤ 34,2

Dengan demikian, interval perubahan suhu inkubator adalah { t $|$33,8 $\leq$ t $\leq$ 34,2}. Jadi perubahan suhu inkubator itu bergerak dari 33,8°C sampai dengan 34,2°C.

- Cara 2 (Mengamati Melalui Garis Bilangan)

  Perhatikan garis bilangan dibawah ini :



Berdasarkan gambar, interval perubahan suhu inkubator adalah { t $|$33,8 $\leq$ t $\leq$ 34,2}. Jadi perubahan suhu inkubator itu bergerak dari 33,8°C sampai dengan 34,2°C.

- Cara 3 (Alternatif Penyelesaian Menggunakan $|t| = \sqrt{t^2}$)

  t – 34 $\leq 0,2 \leftrightarrow \sqrt{(t-34)^2} \leq 0,2$ (kuadratkan)

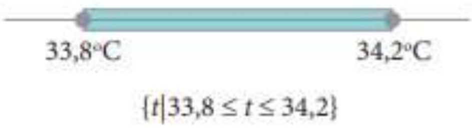
  $\leftrightarrow (t-34)^2 \leq (0,2)^2$

  $\leftrightarrow (t-34)^2 - (0,2)^2 \leq 0$

  $\leftrightarrow [(t-34) - (0,2)[(t-34) + (0,2)] \leq 0$

  $\leftrightarrow [(t-34,2)][t-33,8] \leq 0$

  Nilai pembuat nol adalah t = 34,2 atau t = 33,8



7.2 Permasalahan Pembelajaran Pada Pokok Bahasan (di *SMAN 5 Kota Bengkulu* kelas X semester 1)

A. Permasalahan Belajar Pada Pokok Bahasan Persamaan dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel

Dalam mendapatkan informasi dalam permasalahan pembelajaran pada pokok bahasan Persamaan dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak Satu Variabel, kami melakukan wawancara kepada guru matematika kelas X di SMA Negeri 5 Kota Bengkulu yaitu bapak Lindung Sipahutar, S.Pd. Berikut merupakan hasil wawancara kami :

a. Hasil Belajar

Mengenai hasil belajar siswa dalam pokok pembahasan Persamaan dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel ini adalah Cukup. Di dalam kelas ada sekitar 36 siswa dilakukan evaluasi. Kurang lebih setengah dari siswa tersebut yang mendapatkan nilai kurang dari KKM. Apabila siswa mendapatkan nilai kurang dari KKM, maka guru akan mengadakan remidial. Sedangkan untuk siswa yang sudah lulus KKM akan dilakukan pengayaan. Selalu ada kuis tiap memasuki bab baru per setngah sub bab KD yang sudah dicapai. Selain itu juga, setiap setelah selesai menjelaskan satu bab materi, maka guru akan melakukan kegiatan ulangan untuk mengetahui kemampuan siswa.

Ketika ulangan selesai maka hasilnya akan diberikan kembali kepada siswa dan guru akan memberikan fotocopian cara penyelesaiannya. Itu berguna untuk membantu siswa agar bisa mengetahui letak kesalahannya dalam mengerjakan soal ulangan harian tersebut dan apabila ada yang belum dimengerti bisa dipelajari kembali. Selanjutnya, untuk hasil belajar lainnya guru juga memberikan tugas berupa fortofolio yaitu makalah – makalah yang dikerjakan oleh siswa.

b. **Model / Metode**

Model ataupun Metode yang digunakan oleh guru SMA Negeri 5 Kota Bengkulu adalah Kelompok, Diskusi, Ceramah, dan Discovery Learning.

c. **Siswa**

Kesulitan siswa dalam pembelajaran pada pokok pembahasan Persamaan dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel ini adalah kurang optimal dalam proses pembelajaran. Kurangnya optimal dalam proses pembelajaran ini adalah misalnya kurang memperhatikan pada saat guru menjelaskan. Sehingga apabila di berikan tugas sebagian siswa akan bingung. Tetapi dari setiap pertemuan selalu ada perkembangan siswa dalam memahami materi yang diajarkan guru. Perkembangan ini diakibatkan oleh siswa dituntut untuk membuat tugas yang diberikan oleh guru, sehingga apabila diberikan tugas terus menerus maka siswa akan menjadi lebih sering membuka materi yang dibahas.

Adapun kendala dalam proses pembelajaran adalah diantaranya sebagai berikut:

1) Kurang memahami pada konsep awal

Kendala yang terjadi saat mempelajari materi Persamaan dan Pertidaksamaan Linear 1 Variabel ini dikarenakan oleh ketidakmampuan siswa memahami konsep – konsep yang menjadi prasyarat yaitu persamaan dan pertidaksamaan linear. Kroll (1986) menemukan kegagalan siswa dalam mengubah arah pertidaksamaan ketika mengalikan dan membagi dengan negatifnya. Contohnya, menyelesaikan pertidaksaman $-2x < 6 \rightarrow x < -3$ dilakukan seperti ketika menyelesaikan persamaan $-2x = 6 \rightarrow x = -3$. Gambaran tersebut menunjukkan ketidakmampuan siswa terhadap konsep prasyarat tersebut, sehingga dapat menghambat siswa dalam menyelesaikan soal pertidaksamaan nilai mutlak satu variabel.

2) Dalam mengerjakan dan menentukan garis bilangan.

Garis bilangan merupakan garis yang digunakan sebagai media untuk menunjukkan nilai mutlak. Besar nilai mutlak ini dilihat dari panjang tanda panah dan dihitung darri nilai nol. Sedangkan tanda panah digunakan untuk menentukan besar nilai mutlak, dimana arah ke kiri menandakan nilai mutlak dari bilangan negatif dan begitu juga sebaliknya. Arah kekanan menandakan nilai mutlak dari bilangan positif.

3) Kendala selanjutnya adalah pada batas – batas grafik.

Misalnya harga mutlak 2x – 4, misalkan 2x – 4 positif jika x lebih dari 2 dan negatif jika x kurang dari 2

d. Guru

Kesulitan yang dihadapi guru dalam pokok bahasan Persamaan dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel tidak ada. Guru mempunyai modul dan RPP yang lengkap dan selalu ada revisi tiap tahunnya. Sehingga tidak ada kendala yang begitu berarti dari guru dalam pembelajaran di kelas terhadap materi Persamaan dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel.

B. Bentuk Kesalahan Siswa dalam Mengerjakan Soal Pada Materi Persamaan dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel

- Kasus 1 :

$|x-2|=3$

$x=3+2$

$x=5$

Dalam kasus di atas, strategi yang digunakan siswa adalah siswa menganggap $|x - 2|$ selalu bernilai positif, sehingga siswa dapat langsung mencari nilai x dengan memindahkan -2 ke ruas lainnya. Memang jawaban x = 5 benar, karena ketika dicek dengan memasukkannya ke persamaan awal akan didapat 3 = 3. Tapi siswa tidak mengetahui bahwa ada kemungkinan jawaban selain x = 5, karena definisi nilai mutlak yang digunakan salah serta siswa tidak mengetahui konsep jarak pada nilai mutlak sebagai konsep dasar.

- Kasus 2 :

$|x - 2| = 3$
$x = 3 + 2$
$x_1 = 5$

$-|x - 2| = 3$
$-x + 2 = 3$
$-x = 1$
$x_2 = -1$

Dalam kasus di atas, meskipun jawaban secara tertulis yang diberikan siswa benar, tapi strategi yang digunakan ada kesalahan mengenai definisi nilai mutlak yakni siswa tidak memperhitungkan batasan nilai x yang ada pada setiap kemungkinan. Sebetulnya, syarat pada kemungkinan pertama adalah $x \geq 2$ dan pada kemungkinan kedua adalah $x < 2$. Jika konsep nilai mutlak yang dipahami siswa demikian, ada kemungkinan jawaban siswa akan salah untuk soal dalam bentuk lainnya.

- Kasus 3 :

$|3x + 2| = |x + 2|$
$3x - x = 2 - 2$
$2x = 0$
$x = \frac{0}{2}$
$x = 0$

Dalam kasus di atas, strategi yang digunakan siswa untuk menyelesaikan soal adalah menganggap tidak ada nilai mutlak pada persamaan $|3x + 2| = |x + 2|$ sehingga siswa dapat langsung mencari nilai x dengan memindahkan variabel x ke ruas kiri dan konstanta ke ruas kanan untuk mencari nilai x yang memenuhi. Memang jawaban x = 0 benar, tapi siswa tidak mengetahui bahwa ada kemungkinan jawban lain selain x = 0, karena konsep yang digunakan dengan menghilangkan nilai mutlak pada persamaan bentuk $|f(x)| = |g(x)|$ adalah salah.

- Kasus 4 :

$|x + 2| = |x - 1|$
$(x + 2)^2 = (x - 1)^2$
$x^2 + 4x + 4 = x^2 - 2x + 1$
$6x + 3 = 0$
$6x = -3$
$x = -\frac{1}{2}$

Dalam kasus di atas, strategi yang digunakan siswa adalah mengkuadratkan ke-2 ruas untuk mengelompokkan variabel dan konstanta pada ruas yang berbeda. Namun siswa salah dalam menuliskan jawaban akhir, yakni $x = -\frac{1}{2}$ padahal seharusnya jawabannya adalah himpunan x yang bernilai $-\frac{1}{2}$ atau HP = $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

- Kasus 5 :

$|5-3x| = x - 2$

$-(5 - 3x) = x - 2$

$-5 + 3x = x - 2$

$2x = 3$

$x = \frac{3}{2}$

atau

$5 - 3x = x - 2$

$-4x = -7$

$x = \frac{7}{4}$

Dalam kasus di atas, strategi yang digunakan siswa salah karena tidak memperhatikan syarat yang ada untuk setiap kemungkinannya.

- Kasus 6 :

$|2x-6| \geq 3$

$2x - 6 \geq -3$ atau $2x - 6 \geq 3$

$2x \geq -3 - 6$ $\quad$ $2x \geq 3 - 6$

$2x \geq -9$ $\quad$ $2x \geq -3$

$x \geq -\frac{9}{2}$ $\quad$ $x \geq -\frac{3}{2}$

Dalam kasus di atas, kesalahan yang dilakukan siswa yaitu menggunakan cara pindah ruas yang dimana tidak mengubah tanda negatif ke positif.

- Kasus 7 :

$2 < \left|2 - \frac{x}{2}\right| \leq 3$

Penyelesaian :

$\left\|2 - \frac{x}{2}\right\| \leq 3$	$\left\|2 - \frac{x}{2}\right\| > 2$
$2 - \frac{x}{2} \leq 3$	$2 - \frac{x}{2} > -2$
$-\frac{x}{2} \leq 1$	$-\frac{x}{2} > -4$
$-x \leq 2$	$-x > -8$
$x \leq -2$	$x > 8$

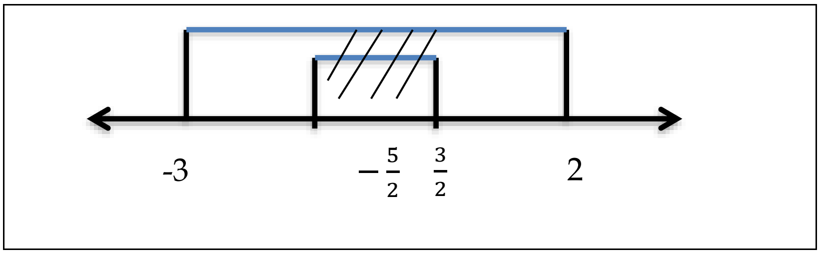
$\left\|2-\frac{x}{2}\right\| \geq -3$ $-\frac{x}{2} \geq 5$ $-x \geq -10$ $x \geq 10$	$\left\|2-\frac{x}{2}\right\| < 2$ $-\frac{x}{2} < 0$ $-x < 0$ $x < 0$

Dalam kasus di atas, siswa mengalami kesalahan saat menyelesaikan bagian untuk $|x| > a$, siswa malah menggunakan penyelesaian untuk $|x| < a$. Selain itu, siswa juga salah ketika mengalikan kedua ruas dengan bilangan negatif, seharunya jika kedua ruas dikalikan dengan bilangan negatif maka tanda < berubah menjadi >, begitupun sebaliknya. Atau jika tanda ≤ berubah menjadi ≥, begitupun sebaliknya.

- Kasus 8 :

4< $|x+2| + |x-1|$< 5

$\|x+2\| + \|x-1\|$ > 4 x + x + 2 – 1 < -4 2x + 1 < -4 2x < -5 x < - $\frac{5}{2}$	$\|x+2\| + \|x-1\|$ > 4 x + x + 2 – 1 > 4 2x + 1 > 4 2x > 4 – 1 2x > 3 x > $\frac{3}{2}$
$-5 < \|x+2\| + \|x-1\|$ < 5 $x+2+x-1$ > -5 x + x + 1 > -5 2x + 1 > -5 2x > -5 – 1 2x > -6 x > -3	$-5 < \|x+2\| + \|x-1\|$ < 5 $x+2+x-1$ < 5 x + x + 2 – 1 < 5 2x + 1 < 5 2x < 4 x < 2



Dalam kasus di atas, ditemukan kekeliruan siswa menggambar garis bilangan. Penyelesaian pertidaksamaan nilai mutlak satu variabel sudah benar, namun saat menuangkannya pada garis biangan siswa menjadi keliru dalam menentukan arah daerahnya. Kesalahan ini juga dapat mengakibatkan siswa melakukan kesalahan saat menuliskan himpunan penyelesaiannya.

7.3 Solusi

A. Solusi yang Tepat dari Soal pada Materi Persamaan dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel yang Diberikan

1. $|x-2| = 3$

   Penyelesaian :

   $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$

   Berdasarkan sifat :

   $|x-2| = x - 2 \; jika \; x \geq 2$ dan $|x-2| = -(x-2) \; jika \; x < 2$

   Maka :

   Untuk $x \geq 2$

   $|x-2| = 3 \leftrightarrow \; x - 2 = 3$

   $x = 3 + 2$

   $x = 5$

   Karena $x \geq 2$, maka $x = 5$ memenuhi

Untuk $x < 2$

$|x - 2| = -3 \leftrightarrow -(x - 2) = 3$

$$-x + 2 = 3$$

$$-x \ = 3 - 2$$

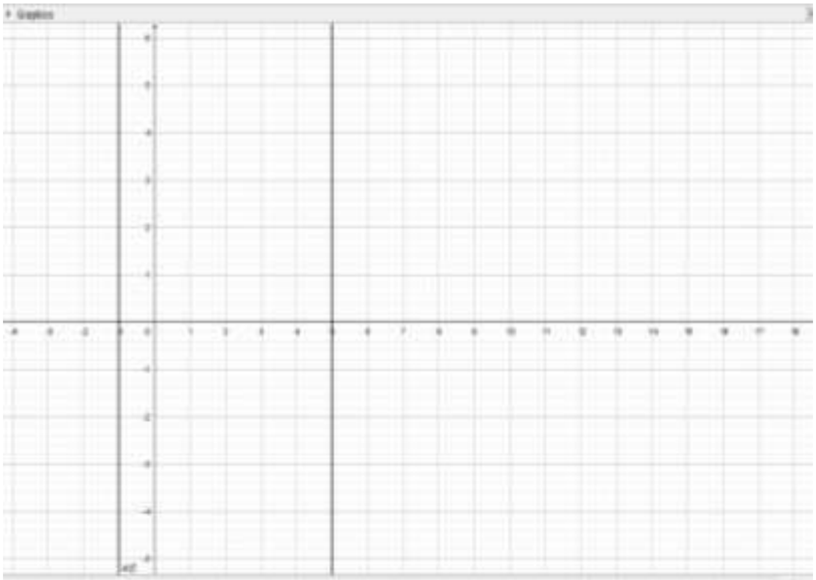
$$-x = 1$$

$$x = 1$$

Karena $x < 2$, maka $x = 1$ memenuhi

Jadi, HP = {1, 5}

Gambar grafik pada geogebra :



2. $|3x + 2| = |x + 2|$

   Penyelesaian :

   Kita dapat gunakan cara "dikudratkan kedua ruas"

   $|3x + 2| = |x + 2|$

   $(3x + 2)^2 = (x + 2)^2$

   $9x^2 + 12x + 4 = \ x^2 + 4x + 4$

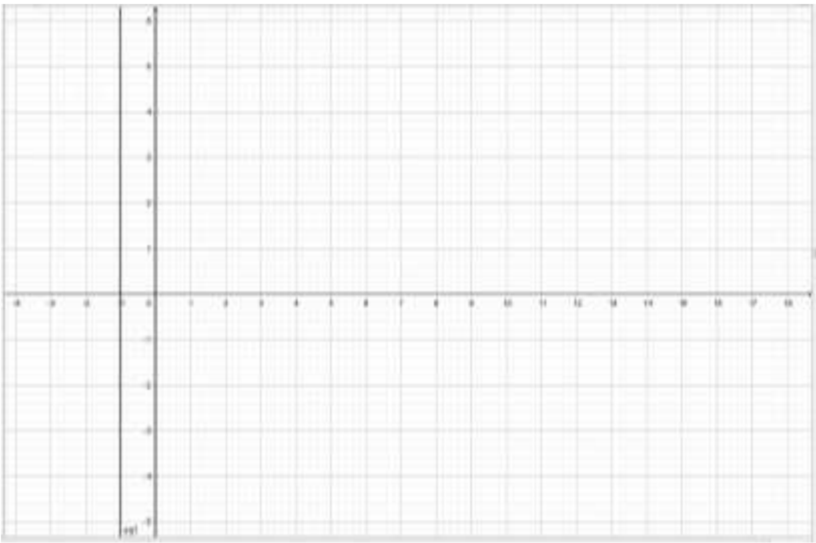
   $8x^2 + 8x = 0$

   $8x(x + 1) = 0$

   x = 0 , x = -1

   Jadi, HP = {-1, 0)

   Gambar grafik pada geogebra :



3. $|x + 2| = |x - 1|$

Penyelesaian :

Kita dapat gunakan cara "dikudratkan kedua ruas"

$|x + 2| = |x - 1|$

$(x + 2)^2 = (x - 1)^2$

$x^2 + 4x + 4 = x^2 - 2x + 1$

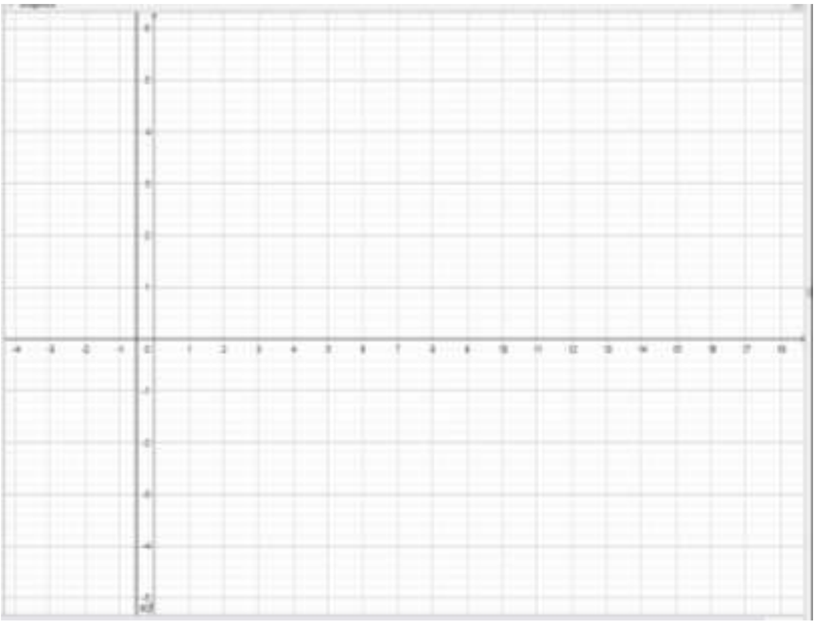
$6x + 3 = 0$

$6x = -3$

$x = -\frac{1}{2}$

Jadi, HP = $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

Gambar grafik pada Geogebra :



4. $|5-3x| = \mathrm{x} - 2$

   Penyelesaian :

   $5 - 3\mathrm{x} = 0$

   $-3\mathrm{x} = -5$

   $\mathrm{x} = \frac{5}{3}$

   Berdasarkan sifat :

   $|5-3x| = 5-3x \ jika \ x \geq \frac{5}{3}$ dan $|5-3x| = -(5-3x) \ jika \ x < \frac{5}{3}$

   Maka :

   Untuk $x \geq \frac{5}{3}$

   $|5-3x| = x-2 \leftrightarrow 5-3x = x-2$

   $7 = 4x$

   $x = \frac{7}{4}$

   Karena $x \geq \frac{5}{3}$, maka $x = \frac{7}{4}$ memenuhi

   Untuk $x < \frac{5}{3}$

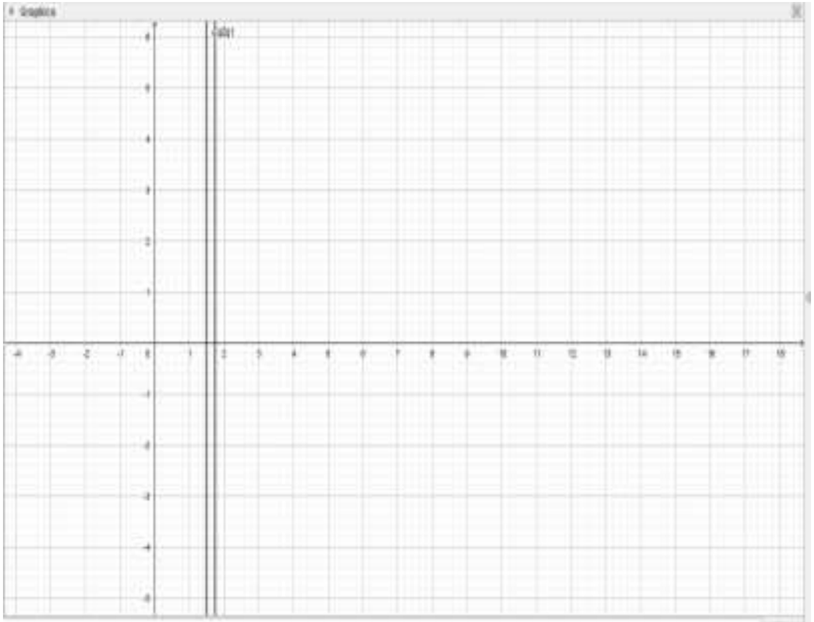
   $|5-3x| = x-2 \leftrightarrow -(5-3x) = x-2$

$$-5 + 3x = x + 2$$
$$2x = 3$$
$$x = \frac{3}{2}$$

Karena $x < \frac{5}{3}$, maka $x = \frac{3}{2}$ memenuhi

Jadi, HP = $\left\{\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right\}$

Gambar grafik pada Geogebra :



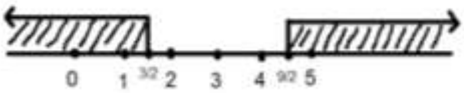
5. $|2x - 6| \geq 3$

   Penyelesaian :

   $2x - 6 \leq -3$ atau $2x - 6 \geq 3$

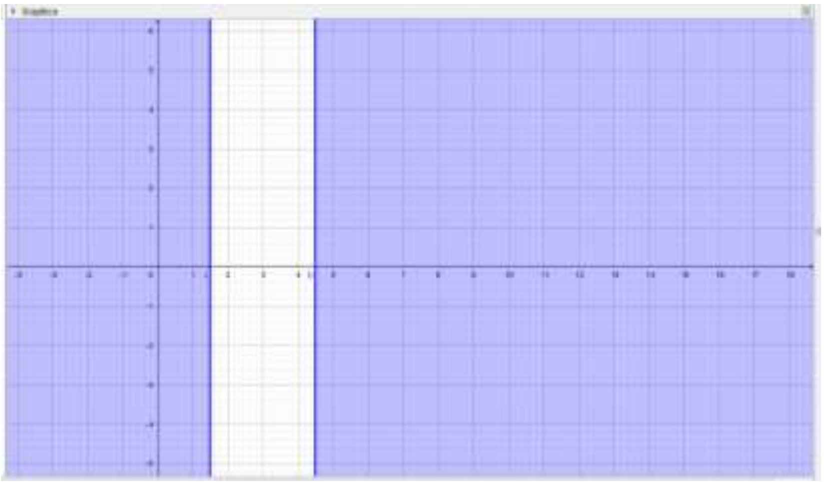
   $2x \leq 3$ $2x \geq 9$

   $x \leq \frac{3}{2}$ $x \geq \frac{9}{2}$

   Jadi, HP = $\{x \mid x \leq \frac{3}{2} \text{ atau } x \geq \frac{9}{2}\}$

   Gambar grafik pada geogebra :



6. $2 < \left|2 - \frac{x}{2}\right| \leq 3$

Penyelesaian :

$2 < \left|2 - \frac{x}{2}\right|$

$2 - \frac{x}{2} < -2$ atau $2 - \frac{x}{2} > 2$

$-\frac{x}{2} < -4$ $\quad -\frac{x}{2} > 0$

$-x < -8$ $\quad -x > 0$

$x > 8$ $\quad x < 0$

$\left|2 - \frac{x}{2}\right| \leq 3$

$-3 \leq 2 - \frac{x}{2} \leq 3$

$-3 \leq 2 - \frac{x}{2}$ dan $2 - \frac{x}{2} \leq 3$

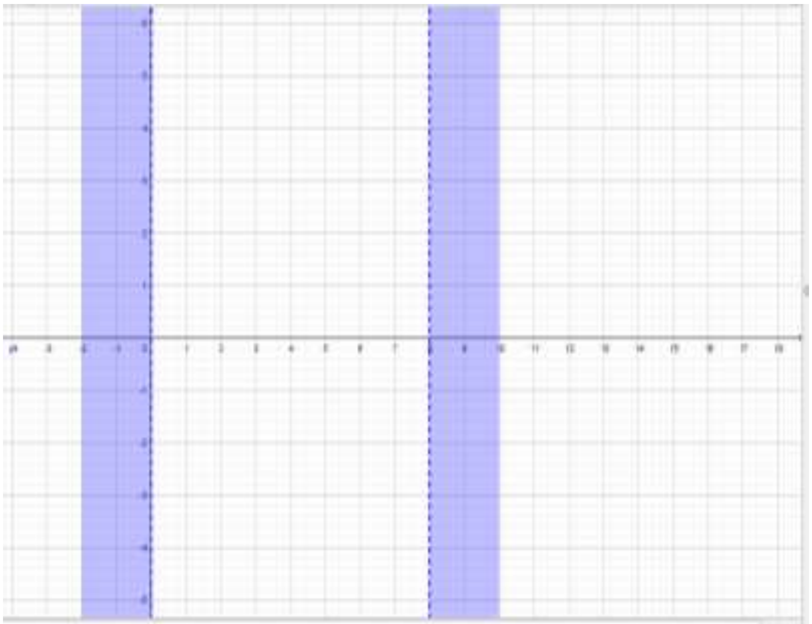
$-5 \leq -\frac{x}{2}$ $\quad -\frac{x}{2} \leq 1$

$-10 \leq -x$ $\quad -x \leq 2$

$x \leq 10$ $\quad x \geq -2$

Jadi, HP = $\{x \mid -2 \leq x < 0 \; atau \; 8 \leq x < 10 \}$

Gambar grafik pada geogebra :



7. $4 < |x + 2| + |x - 1| < 5$

Penyelesaian :

$4 < |x + 2| + |x - 1|$

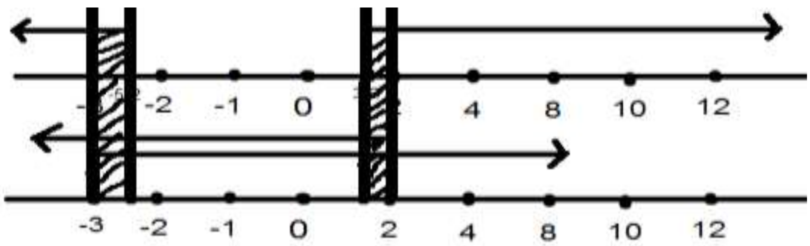
x + x + 2 – 1 < −4 atau x + x + 2 – 1 > 4 2x + 1 < −4 2x + 1 > 4

$2x < -5$	$2x > 4 - 1$
$x < -\frac{5}{2}$	$2x > 3$
	$x > \frac{3}{2}$

$|x + 2| + |x - 1| < 5$

$-5 < |x + 2| + |x - 1| < 5$

$x + 2 + x - 1 > -5$	dan	$x + 2 + x - 1 < 5$
$x + x + 2 - 1 > -5$		$x + x + 2 - 1 < 5$
$2x + 1 > -5$		$2x + 1 < 5$
$2x > -5 - 1$		$2x < 5 - 1$
$2x > -6$		$2x < 4$
$x > -3$		$x < 2$



Jadi, HP = $\{x \mid -3 < x < -\frac{5}{2}$ atau $\frac{3}{2} < x < 2$

Gambar grafik pada geogebra :

B. Solusi Pembelajaran yang Harus Dilakukan Pada Materi Persamaan dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel

1. Konsep dasar nilai mutlak harus lebih difokuskan pada konsep jarak dan definisi nilai mutlak.
2. Guru dapat menerapkan strategi konsep penyelesaian mengunakan "dikuadratkan kedua ruas" ataupun lainnya yang lebih cepat untuk mendapatkan Himpunan Penyelesaian pada soal dalam bentuk tertentu secara lebih

bermakna,sehingga siswa tidak terbiasa menggunakan rumus cepat dalam memecahkan masalah matematika.

3. Guru harus membiasakan siswa untuk terus mencoba menyelesaikan soal dari tingkat mudah sampai tingkat yang sukar.
4. Memperbanyak latihan soal dengan berbagai variasi soal
5. Menjelaskan dengan perlahan tentang garis bilangan sampai siswa memahami nya
6. Menggunakan pembelajaran dimulai dengan masalah kontekstual atau masalah yang biasa ditemukan siswa dalam kehidupan sehari-hari
7. Membuat pembelajaran menjadi lebih inovatif dengan menggunakan video pembelajaran ataupun media belajar lain yang sekira dapat menunjang proses belajar mengajar.

GRAFIK FUNGSI TRIGONOMETRI SINUS DAN COSINUS

$$\begin{pmatrix} Oleh: \\ Rizky\ Dwi\ Ayu\ Ningsih\ (A1C017010) \\ Wanti\ Yulpika\ (A1C017014) \\ Clara\ Fadhilah\ Inayah\ (A1C017040) \end{pmatrix}$$

8.1 Materi

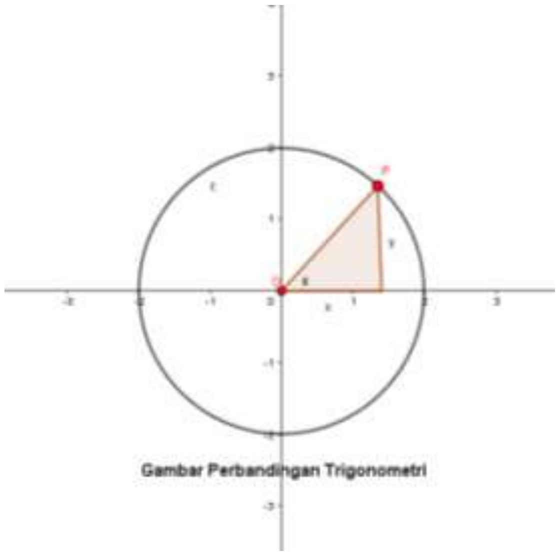
A. Definisi Trigonometri

Menurut Corral (2009: 1) trigonometri merupakan ilmu yang mempelajari hubungan antara sisi dan sudut pada segitiga. Kata trigonometri berasal dari kata trigono yang berarti triangle atau segitiga dan metro yang berarti measure atau pengukuran. Menurut Hulya Gur (2009: 68), trigonometri merupakan salah satu subjek pembelajaran dalam matematika dimana sangat sedikit siswa yang menyukainya, kebanyakan siswa tidak menyukai dan mengalami kebingungan dengan trigonometri. Maka, trigonometri adalah cabang dari ilmu matematika yang mengkaji masalah sudut dan relasi yang ada dalam sudut tersebut.

B. Perbandingan Trigonometri

Menurut Rusgianto H.S. (2012: 8) pada bidang koordinat, jika titik P(x,y) ≠ O(0,0) dirotasikan berlawanan arah jarum jam akan terbentuk sudut dan koordinat P(x,y) yang baru. Jika sudut yang terbentuk adalah α dan titik

P(x,y), maka berdasarkan gambar berikut ini dapat didefinisikan suatu perbandingan trigonometri, yaitu:



Gambar 2.2.1.a Perbandingan trigonometri ada segitiga siku-siku

$\sin \propto = \frac{y}{OP}$

$\cos \propto = \frac{x}{OP}$

$\tan \propto = \frac{y}{x}$

$\csc \propto = \frac{OP}{y}$

$\sec \propto = \frac{OP}{x}$

$\mathrm{ctg} \propto = \frac{x}{y}$

Beriku tabel perbandingan trigonometri di sudut-sudut istimewa:

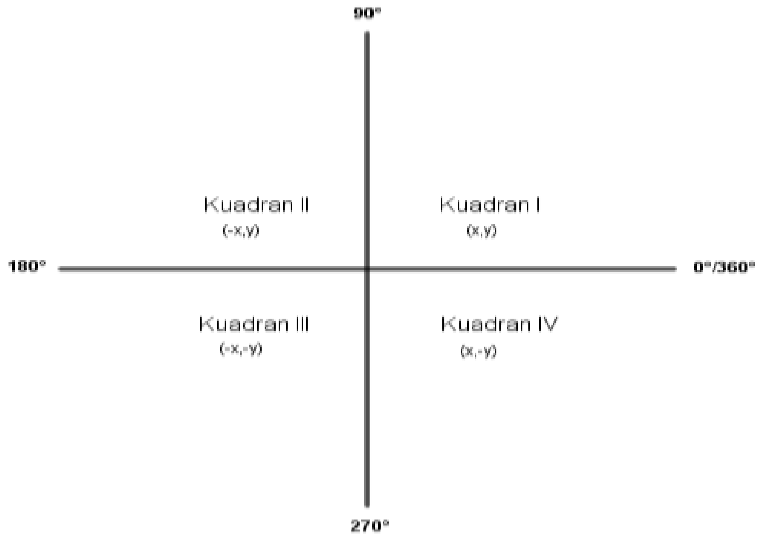
θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
Sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
Cos	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
Tan	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0
Cosec	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	1	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	2	∞	-2	$-\sqrt{2}$	$-\frac{2}{3}\sqrt{3}$	1	$-\frac{2}{3}\sqrt{3}$	$-\sqrt{2}$	-2	∞
Sec	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	2	∞	-2	$-\sqrt{2}$	$-\frac{2}{3}\sqrt{3}$	-1	$-\frac{2}{3}\sqrt{3}$	$-\sqrt{2}$	-2	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	1
Cot	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	∞	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	∞

Table 2.2.1

Sistem koordinat terbagi dalam empat kuadran yang masing-masing kuadran memiliki kombinasi nilai x dan y yang berbeda, yaitu :

1. Kuadran I dengan nilai x positif dan y positif.
2. Kuadran II dengan nilai x negatif dan y positif.
3. Kuadran III dengan nilai x negatif dan y negatif.
4. Kuadran IV dengan nilai x positif dan y negatif.

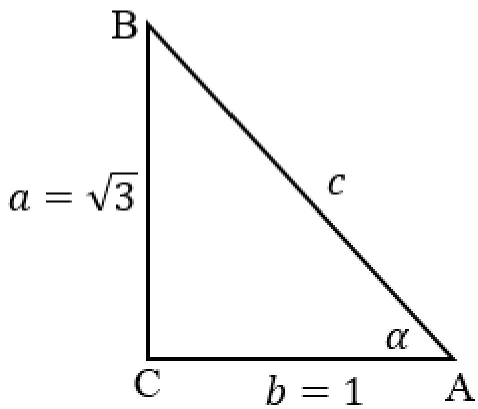
Berikut ini gambar dari empat kuadran tersebut :



Gambar 2.2.1.b Kuadran pada trigonometri

Contoh soal :

Perhatikan gambar berikut!



Gambar 2.2.1.c Segitiga Siku-siku

Nilai $\cos\alpha$ adalah …

Dengan teorema pythagoras, panjang $c = AB$ dapat ditentukan sebagai berikut.

$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{4} = 2$

Cosinus sudut adalah perbandingan antara panjang sisi samping sudut terhadap hipotenusa (sisi miring) segitiga siku-siku. Untuk itu,

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{1}{2}$$

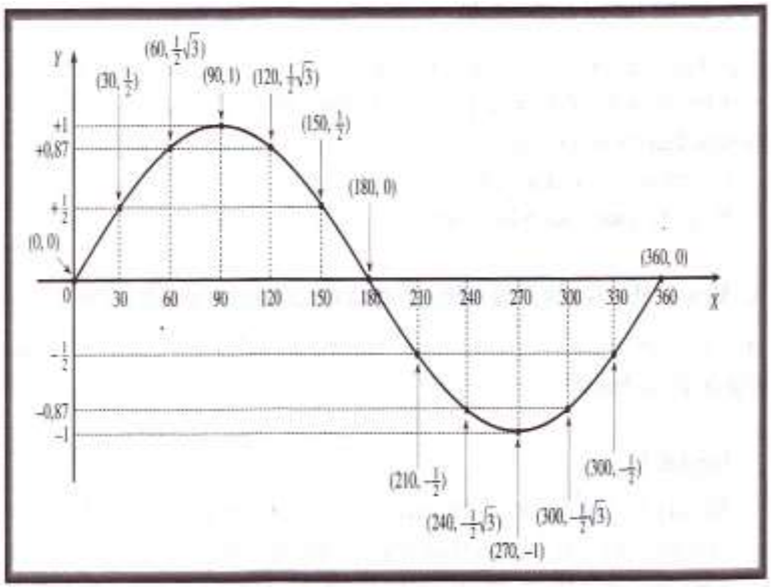
Jadi, Nilai $\cos\alpha$ adalah $\frac{1}{2}$

C. Grafik Fungsi Trigonometri

Grafik fungsi trigonometri dapat dibuat dengan menentukan nilai perbandingan trigonometri dari beberapa sudut. Untuk menggambar grafik fungsi y = sin θ dan y = cos θ , kita ingatkan bahwa daerah hasil kedua fungsi ini adalah selang [– 1,1]. Grafik fungsi sinus dan cosinus terletak antara garis mendatar y = 1 dan y = – 1. Nilai sin θ dan cos θ untuk beberapa sudut istimewa telah diketahui. Dari nilai-nilai ini dapat digambar fungsi sinus y = sin θ dan cosines y = cosθ berikut.

1. Grafik sinus

Grafik sinus untuk sudut $0° - 360°$ dapat dilihat pada gambar berikut.



Gambar 2.2.2.a Grafik sinus untuk sudut $0° - 360°$

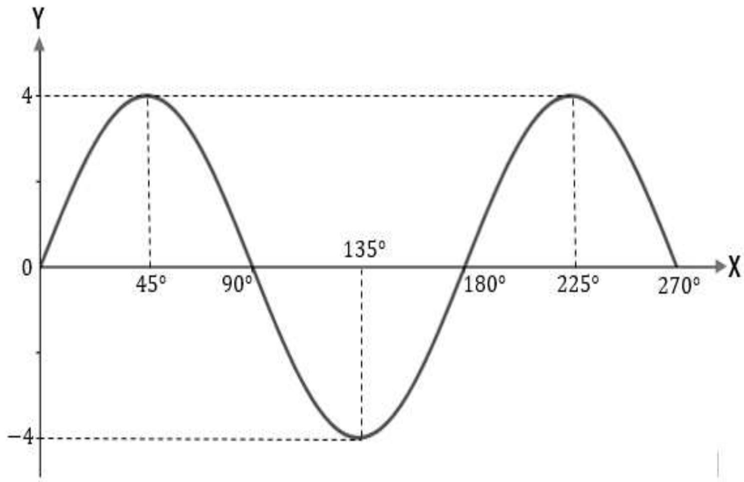
Berdasarkan grafik y = sin x atau grafik sinus tersebut, dapat diambil kesimpulan bahwa nilai sinus terletak diantara -1 dan 1 atau dengan kata lain nilai minimum untuk sinus adalah -1 dan nilai maksimum adalah 1.

Grafik fungsi y = sin x (huruf x sebagai ganti dari θ) mempunyai amplitudo 1 dan periode 2π . Fungsi y = a sin x dengan a suatu konstanta dan a ≠ 0, nilai dari y = a sin x adalah a kali nilai y = sin x .

Sehingga grafik y = sin x mempunyai amplitude | a | dan periodenya 2π . Sedangkan grafik y = a sin kx dengan a, k suatu konstanta a ≠ 0 dan k > 0 mempunyai amplitude | a | dan periode$\frac{2\pi}{k}$. Dapat disimpulkan bahwa: Grafik fungsi y = a sin kx dengan a ≠ 0 dan k > 0 mempunyai amplitudo = | a | dan periode = $\frac{2\pi}{k}$.

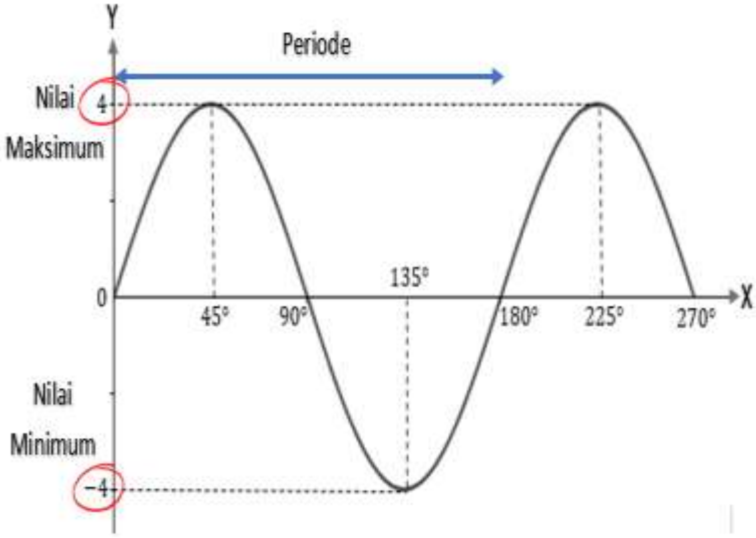
Contoh :

Grafik di bawah ini adalah grafik fungsi ……



Penyelesaian :

Perhatikan sketsa gambar berikut



Gambar 2.2.2.b Sketsa grafikk f(x)=4 sin 2x

Grafik sinus yang memiliki bentuk umum f(x) = a sin kx, kurva pada gambar tidak bergeser dan berawal dari titik (0,0). Grafik juga menunjukkan bahwa nilai maksimum dan minimum fungsi adalah 4 dan −4, sehingga

$$amplitudo = \frac{N.Maksimum - N.minimum}{2} = \frac{4-(-4)}{2}$$
$$= 4$$

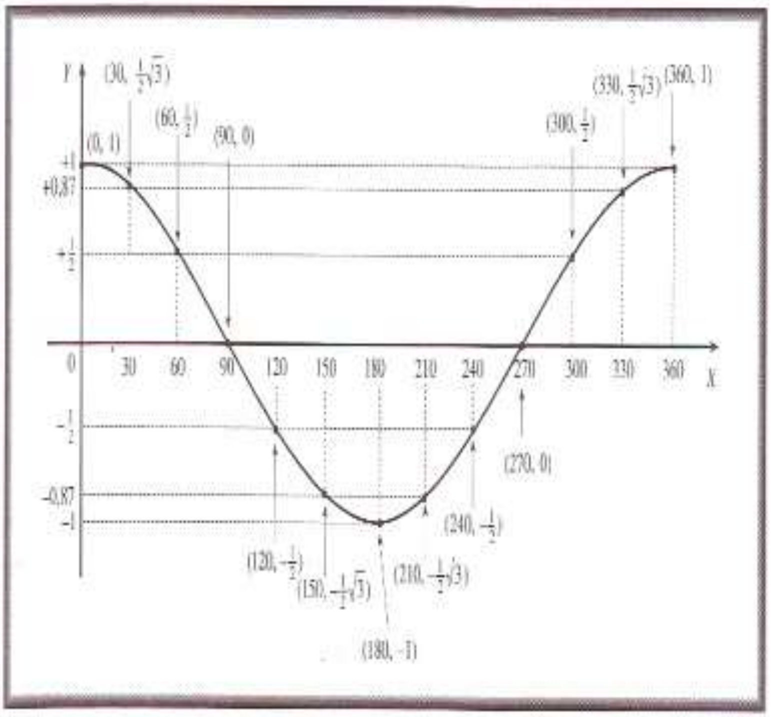
Pada saat nilai x =180°, fungsi kembali bernilai 0, lalu berulang kembali seperti sebelumnya, sehingga periodenya adalah 180°, dan akibatnya

$$k = \frac{360^o}{180^o} = 2$$

Jadi, rumus fungsi $f(x) = 4 \sin 2x$ dengan batas interval $0^o \leq x \leq 270^o$

2. Grafik Cosinus

Grafik Cosinus untuk sudut $0° - 360°$ dapat dilihat pada gambar berikut.



Gambar 2.2.2.c Grafik Cosinus untuk sudut 0° − 360°

Berdasarkan grafik y = cos x atau grafik cosinus tersebut, identikvdengan grafik sinus bahwa nilai cosinus juga terletak diantara -1 dan 1 atau dengan kata lain nilai minimum untuk cosinus adalah -1 dan nilai maksimum adalah 1.

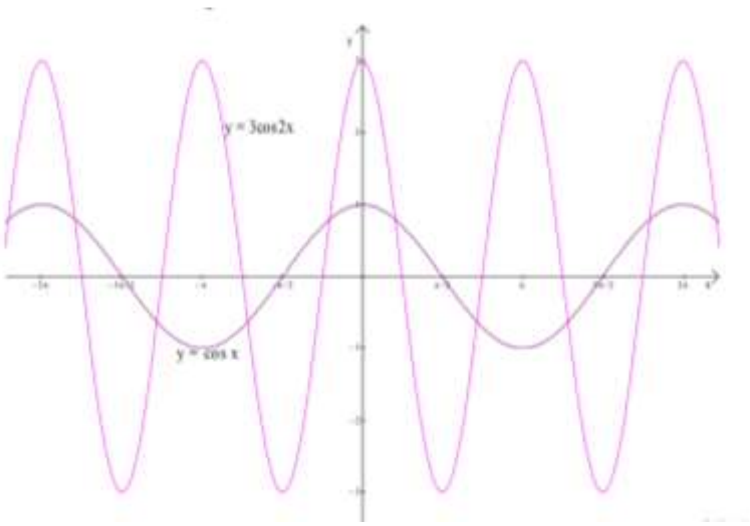
Grafik fungsi cosinus mempunyai bentuk umum yaitu, y = a cos kx Seperti halnya pada fungsi y = a sin kx , sketsa grafik fungsi y = a cos px dengan a ≠ 0 dan k ≠ 0 dapat dikembangkan dengan konsep yang sama. Fungsi y = sin x dan y = cos x mempunyai amplitudo 1 dan periode 2π , sehingga fungsi y = a cos kx mempunyai amplitudo = | a | dan periode $\frac{2\pi}{k}$. Diperoleh kesimpulan bahwa: grafik fungsi y = a cos kx dengan a ≠ 0 dan k ≠ 0 mempunyai amplitudo = | a | dan periode $\frac{2\pi}{k}$.

Contoh :

Gambarlah grafik fungsi y = 3 cos 2x untuk – 2π ≤ x ≤ 2π .

Penyelesaian:

Diketahui bahwa amplitudo y = 3 cos 2x adalah 3 dan periodenya 2. Nilai maksimum fungsi adalah 3 dan nilai minimumnya –3. Grafik akan mengalami siklus atau kembali seperti semula setelah π atau 180° atau k = $\frac{2\pi}{\pi} = \pi = 180^o$. Maka sketsa grafik y = 3 cos 2x adalah :



Gambar 2.2.2.d Grafik fungsi y = 3 cos 2x untuk $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.

Daerah asal fungsi sinus dan cosinus adalah selang [2,0 π]. Perhatikan bahwa grafik fungsi sinus dan cosinus mempunyai sifat mengulang, sehingga kedua fungsi tersebut dinamakan fungsi periodik. Grafik fungsi sinus dan cosinus akan kembali seperti semula setelah 2π , dengan kata lain periode fungsi tersebut adalah 2π . Karena sifat keperiodikannya, grafik fungsi sinus dan cosinus dapat digeser ke kiri maupun ke kanan.

Ada beberapa hal yang dapat di ketahui dari grafik:

1. Daerah hasilnya θ dan cos θ adalah antara –1 sampai 1.
2. Kedua grafik mempunyai amplitudo 2π .

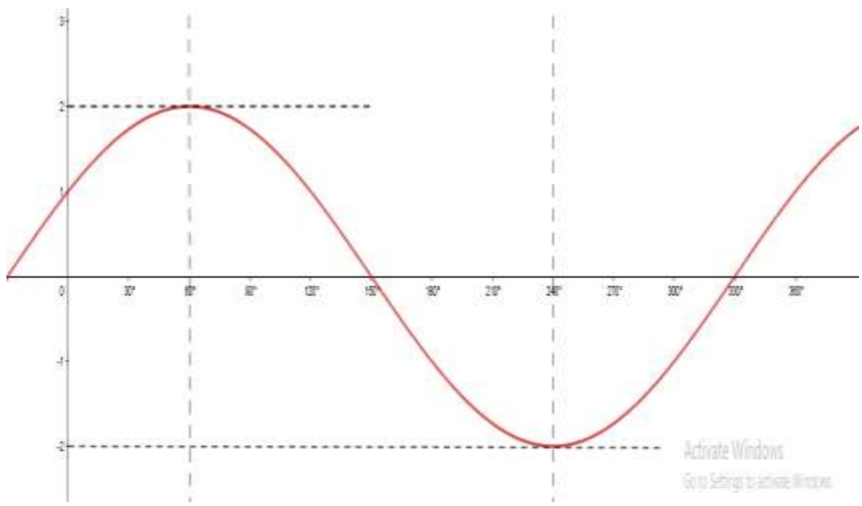
3. Amplitudonya 1, yang didapat dari ½ × (nilai max – nilai min).
4. Grafik $y = \sin \theta$ simetris terha-dap titik asal dan $y = \cos \theta$ simetris terhadap sumbu y.
5. Grafik $y = \sin \theta$ sama seperti $y = \cos \theta$, tetapi digeser 2π satuan ke kanan.

8.2 Permasalahan Pembelajaran Pada Pokok Bahasan (di *SMAN 5 Kota Bengkulu* kelas X semester 2)

Peserta didik mengalami kesulitan dalam menerima penyampaian yang diberikan oleh guru terutama pada materi grafik persamaan trigonometri, pada materi tersebut peserta didik mengalami kesulitan dalam menggambarkan grafik atau sebaliknya yaitu menentukan fungsi trigonometri dari grafik yang disajikan.

Contoh kesalahan siswa pada saat mengerjakan soal :

1. Grafik fungsi trigonometri dari gambar dibawah ini adalah …



Penyelesaian :

Amplitudo = 1

Pergeseran grafik ($\propto$) = 60°

Periode = 1, Maka k =$\frac{360°}{240°}$ = 1,5

Maka, $y = a \sin k(x + \alpha)$

$y = (1) \sin 1{,}5(x + 60°)$

$y = 1{,}5 \sin(x + 60°)$

Jadi, grafik fungsi trigonometri tersebut adalah $y = 1{,}5 \sin(x + 60°)$.

Dapat disimpulkan, dari uraian penyelesaian pada soal tersebut dapat dilihat bahwa siswa mengalami kesulitan ketika harus menentukan amplitudo, periode dan pergeseran sumbu tegak (α) dari grafik fungsi trigonometri. Sehingga ketika menentukan grafik fungsinya siswa mengalami kesalahan.

2. Gambarlah grafik fungsi trigonometri dari $y = 2 \cos x$
   Penyelesaian:

   a = amplitudo = 2

   k = 1

   Pergeseran sumbu tegak (α) = 0°

   Pada soal ini siswa tidak dapat menggambarkan fungsi trigonometri dari $y = 2 \cos x$ dikarenakan siswa tidak tahu letak amplitudo, periode dan pergeseran sumbu tegak (α) padagrafik fungsi trigonometri.

8.3 Solusi dan Hasil Belajar

A. Solusi

Salah satu solusi dari permasalahan yang dialami siswa yaitu dengan menggunakan bantuan geogebra saat mengajar. Menurut Mahmudi (2010) pemanfaatan program GeoGebra memberikan beberapa keuntungan, diantaranya adalah sebagai berikut:

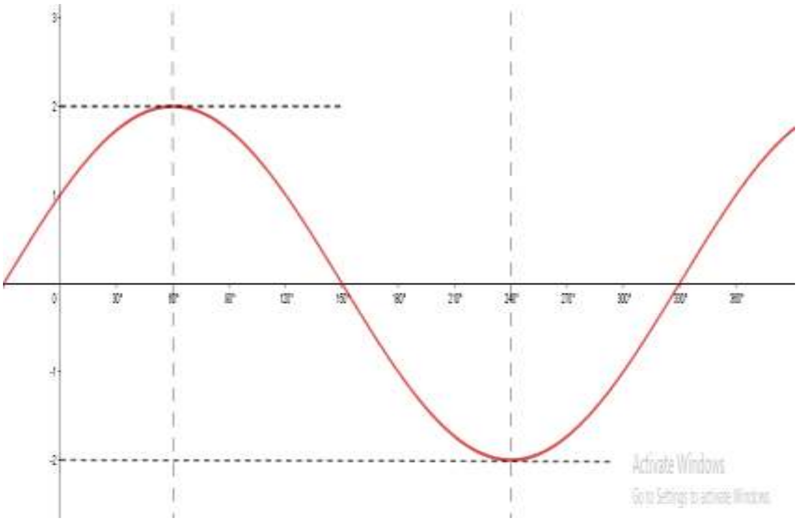
1. Lukisan-lukisan geometri yang biasanya dihasilkan dengan dengan cepat dan teliti dibandingkan dengan menggunakan pensil, penggaris, atau jangka. Adanya fasilitas animasi dan gerakan-gerakan manipulasi (dragging) pada program GeoGebra dapat memberikan pengalaman visual yang lebih jelas kepada siswa dalam memahami konsep geometri.
2. Dapat dimanfaatkan sebagai balikan/evaluasi untuk memastikan bahwa lukisan yang telah dibuat benar.
3. Mempermudah guru/siswa untuk menyelidiki atau menunjukkan sifat-sifat yang berlaku pada suatu objek geometri.

Maka dengan geogebra siswa akan lebih mudah memvisualisasikan grafik fungsi trigonometri, salah satunya pada saat pergeseran sumbu tegak.

Solusi yang dilakukan oleh bapak Lindung Sipahutar, M.Pd untuk mengatasi kesulitan yang dialami siswa adalah dengan meberikan tugas portofolio berupa makalah pada 3 pertemuan akhir dari materi grafik fungsi trigonometri. Siswa akan dibagi kedalam kelompok kemudian akan diberikan tugas makalah mengenai grafik fungsi trigonometri selama 10 hari. Untuk siswa yang belum memenuhi kriteria ketuntasan, akan diberikan program remedial. Sebelum remedial dilakukan, hasil ujian akan dibagikan dan akan dibahas bersama untuk menemukan penyelesaian dari soal yang ada pada lembar ujian.

Berikut cara menyelesaikan dua soal pada masalah di atas dengan benar :

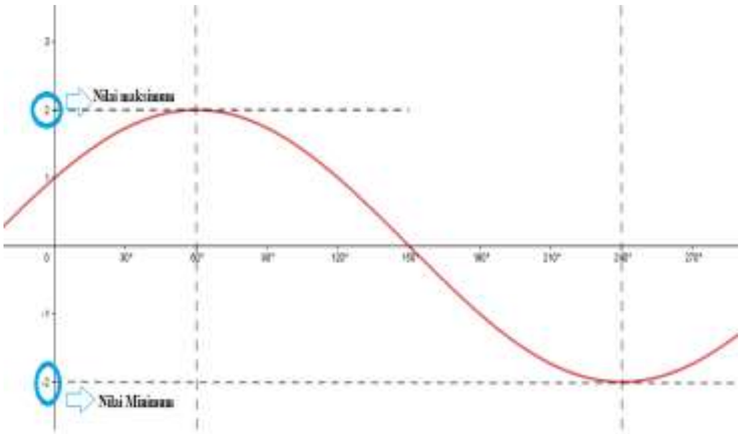
1. Grafik fungsi trigonometri dari gambar dibawah ini adalah …



Penyelesian :

Untuk menyelesaikan soal diatas maka:

a. Tentukan terlebih dahulu amplitudo (a) dari grafik fungsi trigonometri yang disajikan. Amplitudo adalah setengah dari jarak antara titik terendah dan titik tertinggi pada grafik. Perhatikan gambar berikut untuk mengetahui nilai maksimum dan nilai minimum.



Gambar 2.3.a Nilai maksimum dan minimum grafik fungsi trigonometri

Berdasarkan gambar diatas maka 2 adalah nilai maksimum dan -2 adalah nilai minimum. Sehingga :

$\text{amplitudo} = \frac{1}{2} \times (\text{nilai maksimum} - \text{nilai minimum})$

a $= \frac{1}{2} \times \left(2 - (-2)\right)$

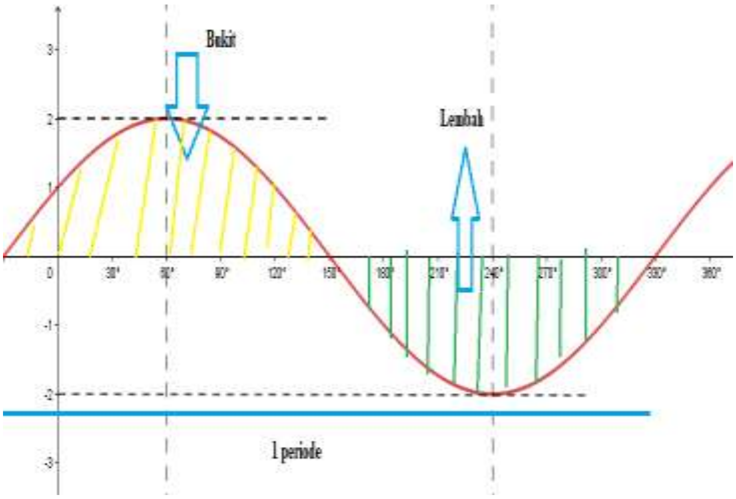
a $= \frac{1}{2} \times (2 + 2)$

a $= \frac{1}{2} \times (4)$

a $= 2$

Jadi, diperoleh amplitudonya adalah 2

b. Kemudian tentukan periode grafik fungsi trigonometri yang disajikan. Periode adalah jarak terjadinya pengulagan grafik fungsi trigonometri dari titik acuan awal ke titik pengulangan yang pertama. Satu periode pada fungsi trigonometri adalah terdiri dari satu lembah dan satu bukit. Perhatikan gambar berikut untuk mengetahui periode dari grafik yang disajikan.



Gambar 2.3.b Periode grafik fungsi trigonometri

Maka lembah = $\frac{1}{2}$ periode, 1 lembah berada pada selang $[150°, 330°]$ maka

Lembah = 330°-150° = 180°, maka 1 periode = 2 × 180° = 360°.

Jadi periodenya adalah 360°.

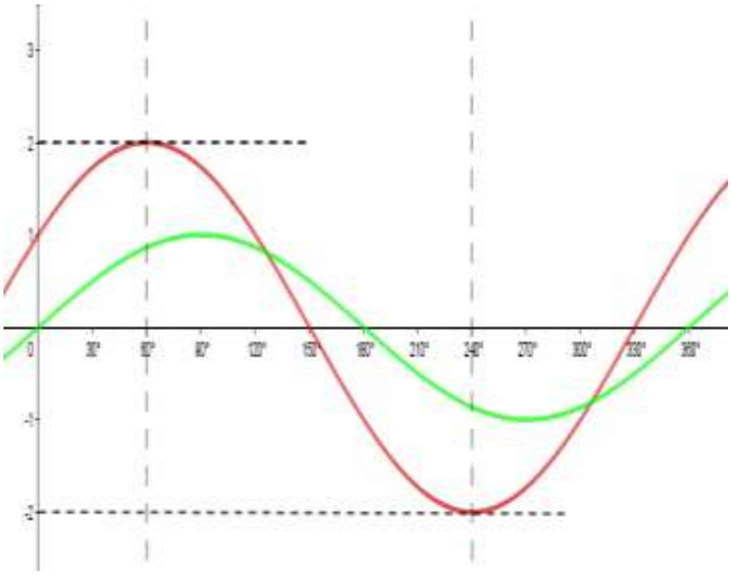
c. Untuk menentukan k, maka

Periode $= \frac{360°}{k}$

k $= \frac{360°}{Periode}$

k $= \frac{360°}{360°} = 1$

d. Tentukan Pergeseran sumbu tegak (sumbu y). Apabila sumbu tegak bergeser kekiri maka $\propto = \propto$, namun jika sumbu tegak bergeser kekiri maka $\propto = -\propto$. Untuk menentukan Pergeseran sumbu tegak perhatikan gambar berikut :



Gambar 2.3.c Pergeseran sumbu tegak grafik fungsi trigonometri

Berdasarkan garfik diatas, grafik $y = \sin x$ berwarna hijau dan grafik pada soal berwarna merah. Dapat dilihat bahwa grafik bergeser kekanan sejauh 30°.

Hal ini dapat dilihat pada grafik hijau titik maksimum berada pada 90° namun pada grafik merah titik maksimum berada pada 60°. Jadi dapat diketahui bahwa α = 30°

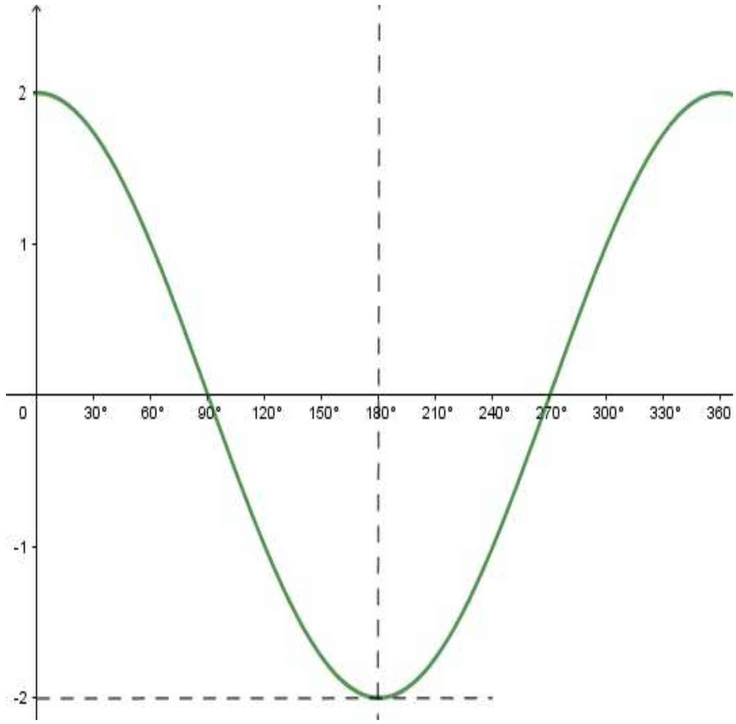
e. Jika bentuk umum dari fungsi sinus adalah $y = a \sin \mathrm{k}\,(x + \alpha)$, maka
$y = a \sin \mathrm{k}\,(x + \alpha)$
$y = 2 \sin(1)(x + 30°)$
$y = 2 \sin\ (x + 30°)$
Jadi, fungsi trigonometri dari grafik yang disajikan pada soal adalah
$$\boldsymbol{y = 2 \sin\ (x + 30°)}$$

2. Gambarlah grafik fungsi trigonometri dari $y = 2 \cos x$
Penyelesian:
a. Berdasarkan bentuk umum fungsi cosinus yaitu $y = a \cos \mathrm{k}\,(x + \alpha)$, maka dapat diketahui bahwa amplitudo dari $y = 2 \cos x$ adalah 2. Jika a= 2, maka titik maksimumnya adalah 2 dan titik minimumnya adalah -2. Hal ini dikarenakan amplitudo = | a |.
b. Fungsi $y = 2 \cos x$ dapat diurai menjadi $y = 2 \cos\,(1)\,(x + 0)$. Maka berdasarkan bentuk umum yaitu $= a \cos \mathrm{k}\,(x + \alpha)$, maka diperoleh bahwa:
- k =1 , jika k = 1 maka periodenya adalah

Periode $= \frac{360°}{k}$
Periode $= \frac{360°}{1}$ = 360°
Jadi, Periodenya adalah 360°

- $\alpha = 0°$, jika $\alpha = 0°$ maka sumbu tegaknya tidak mengalami pergeserakan.

c. Maka gambar dari fungsi $y = 2\cos x$ adalah



Gambar 2.3.d Grafik fungsi y = 2 cos x

B. Hasil Belajar

Berdasarkan wawancara yang kami lakukan dengan Bapak Lindung Sipahutar,M.Pd, hasil belajar pada materi grafik fungsi trigonometri yang dicapai peserta didik di SMA N 5 Kota Bengkulu yaitu dari 36 peserta didik hanya terdapat 16 peserta didik yang lulus dan 20 peserta didik mengalami kegagalan.

BAB 9

LIMIT FUNGSI ALJABAR

$$\begin{pmatrix} Oleh: \\ Rheca\ Nurahma\ Angelina\ (A1C017008) \\ Bagus\ Dwi\ Pangestu\ (A1C017038) \\ Meicindy\ Jeny\ Klorina\ (A1C017054) \end{pmatrix}$$

9.1 Materi

A. Pengertian Limit Fungsi Aljabar secara Intuitif

a. Bentuk Fungsi Aljabar

Fungsi aljabar yang akan dihitung nilai limitnya antara lain berbentuk;

1. *Polinomial berderajat n,* yang berbentuk:
   $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_0$
   Polinomial ini dapat diartikan sebagai:
   (i) Fungsi linear: $f(x) = ax + b$
   (ii) Fungsi kuadrat: $f(x) = ax^2 + bx + c$
   (iii) Polinomial berderajat *n*: $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_0$

2. *Fungsi rasional (pecahan),* yang berbentuk:
   $f(x) = \frac{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_0}{b_m x^m + b_{m-1}x^{m-1} + \dots + a_0}$

3. *Fungsi irasional (bentuk akar),* yang berbentuk:
   $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{px^2 + qx + r}$

b. Arti Limit Fungsi Aljabar di Suatu Titik

1. **Definisi 1** : limit suatu fungsi aljabar di suatu titik secara intuitif
   $\lim_{x \to a} f(x) = L$, berarti: untuk *x* mendekati *a*, tetapi $x \neq a$, maka nilai $f(x)$ mendekati L.
   Contoh:

1. Tentukan nilai limit dari $f(x) = \frac{x^2-2x}{x^2-4}$ untuk $x \to 2$

Penyelesaian:

- Untuk $x = 2$, maka nilai $f(2) = \frac{2^2-2(2)}{2^2-4} = \frac{0}{0}$

Karena $f(x) = \frac{0}{0}$ = tak terdefinisi pada $x = 2$, kita menemui bentuk tak tentu dalam pengertian limit.

- Untuk $x \to 2, f(x) = \frac{x(x-2)}{(x+2)(x-2)}$, ambil $x =$ 1,999 berarti

$f(x) = \frac{x(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x}{(x+2)}$

Nilai fungsi $f(x)$ untuk $x \to 2$ dapat dilihat pada tabel berikut:

x	1	1,2	1,5	1,7	1,9	1,99	1,999	...	2
$y = f(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1,2}{3,2}$	$\frac{1,5}{3,5}$	$\frac{1,7}{3,7}$	$\frac{1,9}{3,9}$	$\frac{1,99}{3,99}$	$\frac{1,999}{3,999}$	...	$\frac{2}{4}$

Hal ini berakibat: $\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2} \frac{x}{(x+2)} = \frac{2}{(2+2)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Jadi, nilai $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-2x}{x^2-4} = \frac{1}{2}$

2. $f(x) = \begin{cases} -x-2 & x < 0 \\ x-2 & 0 \leq x < 2 \\ x+1 & x \geq 2 \end{cases}$

   a) Lukislah grafik $f(x)$
   b) Buktikan apakah ada limit di $x = 0$ dan $x = 2$!

   Penyelesaian:

   a) grafik $f(x)$

$-x-2\,,x<0$

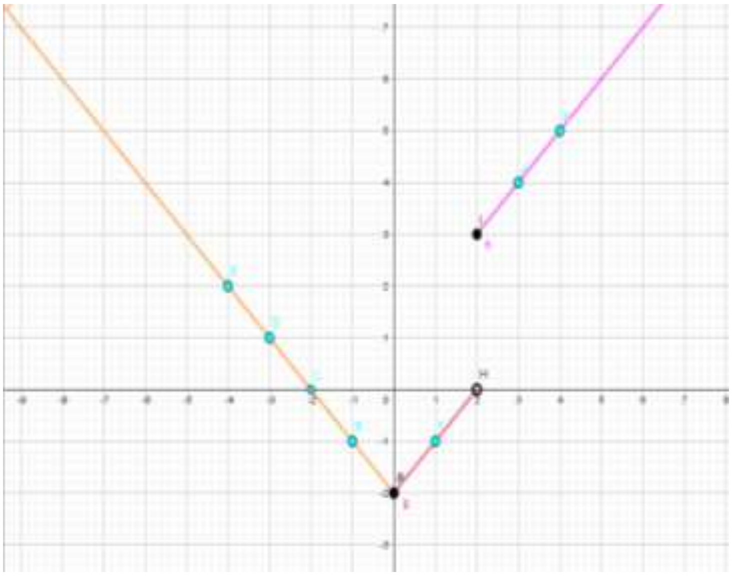
x	-1	-2	-3	-4	0
y	-1	0	1	2	2

$x-2,\, 0\leq x<2$

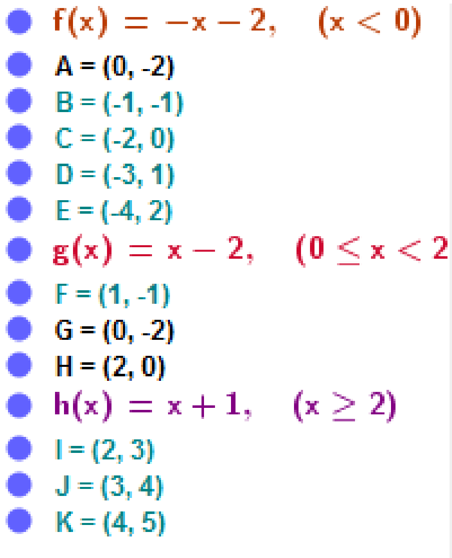
x	0	1
y	-2	-1

$x+1, x\geq 2$

x	2	3	5
y	3	4	6



Gambar 1. Grafik fungsi $f(x)$



Gambar 2. Titik-titik koordinat fungsi $f(x)$

b) Pembuktian limit di $x = 0$ dan $x = 2$

- *limit* di $x = 0$

  $\lim_{x \to 0^-} f(x) = -x - 2$ (karena $x < 0 \to f(x) = -x - 2$)
  $= 0 - 2$
  $= -2$

  $\lim_{x \to 0^+} f(x) = x - 2$ (karena $x \geq 0 \to f(x) = x - 2$)
  $= 0 - 2$
  $= -2$

  Karena $\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^-} f(x) = -2$ maka di $x = 0$ terdapat limit yaitu -2

- *limit* di $x = 2$

  $\lim_{x \to 2^-} f(x) = x - 2$ (karena $x < 2 \to f(x) = x - 2$)
  $= 2 - 2$
  $= 0$

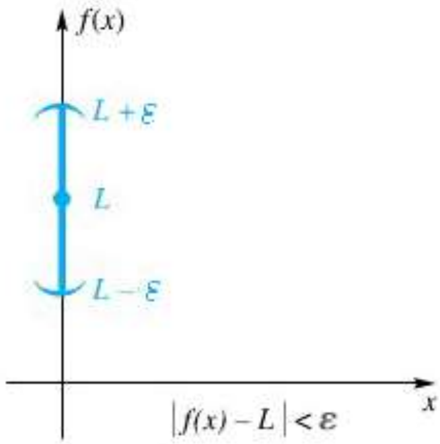
$\lim_{x \to 2^+} f(x) = x + 1$ (karena $x \geq 2 \to f(x) = x + 1$)
$= 2 + 1$
$= 3$

Karena $\lim_{x \to 2^-} f(x) \neq \lim_{x \to 2^+} f(x) \to 0 \neq 3$ maka di $x = 2$ tidak terdapat limit

2. **Definisi 2**: Limit fungsi aljabar di suatu titik secara konsep matematis

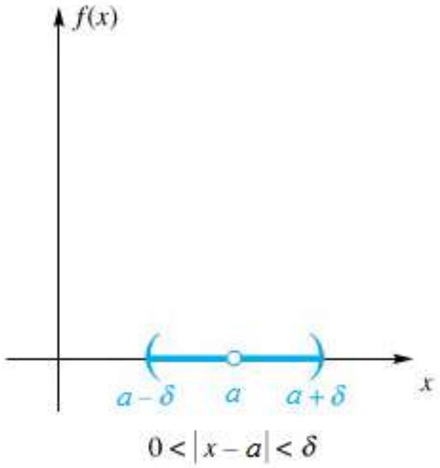
$\lim_{x \to c} f(x) = L,$ untuk setiap bilangan kecil $\varepsilon > 0$, terdapat $\delta > 0$ sehingga ketidaksamaan: $|f(x) - L| < \varepsilon$ berlaku untuk semua x yang memenuhi: $0 < |x - a| < \delta$.

Kita menggunakan ε dan δ untuk menyatakan bilangan-bilangan positif yang kecil. $|f(x) - L| < \varepsilon$ digunakan untuk menyatakan $f(x)$ terletak dalam interval terbuka $(L - \varepsilon, L + \varepsilon)$ atau $L - \varepsilon < f(x) < L + \varepsilon$.



Gambar 3. $|f(x) - L| < \varepsilon$

Untuk menyatakan bahwa x cukup dekat tetapi berlainan dengan a, sama saja dengan mengatakan bahwa untuk suatu δ, x terletak dalam interval terbuka $(a-\delta, a+\delta)$ dengan a dihilangkan. Dapat ditulis $0 < |x-a| < \delta$. $|x-a| < \delta$ akan menguraikan interval $a-\delta < x < a+\delta$, sedangkan $0 < |x-a|$ mensyaratkan bawha $x = c$ dikecualikan.

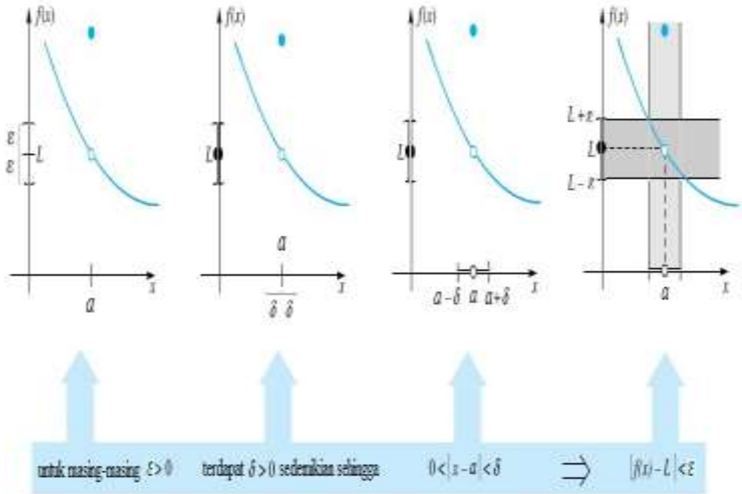


Gambar 4. $0 < |x-a| < \delta$

.

Gambar di bawah ini digunakan untuk membantu memahami definisi ini

$$0 < |x-a| < \delta \Longrightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$$



Gambar 5. $0 < |x - a| < \delta \Longrightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$

Contoh:

Tunjukkan bahwa: $\lim_{x \to 4}(3x - 7) = 5$

Penyelesaian:

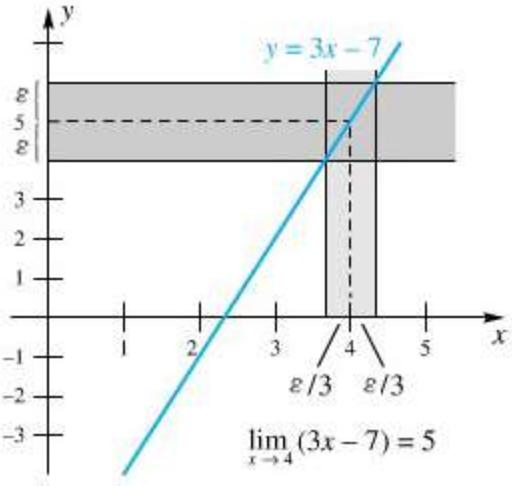
Misalkan, ε sembarang bilangan positif ($\varepsilon > 0$), kita diharuskan memperoleh $\delta > 0$ yang memenuhi: $0 < |x - 4| < \delta \Rightarrow |(3x - 7) - 5| < \varepsilon$

Perhatikan ruas kanan ketidaksamaan:

$$|(3x - 7) - 5| < \varepsilon \Rightarrow |3x - 12| < \varepsilon$$
$$|3(x - 4)| < \varepsilon$$
$$|3||x - 4| < \varepsilon$$
$$|x - 4| < \frac{\varepsilon}{|3|}$$
$$|x - 4| < \frac{\varepsilon}{3}$$

, sehingga diperoleh $\delta = \frac{\varepsilon}{3}$

$$|x - 4| < \delta$$



Gambar 6. Grafik $\lim_{x \to 4}(3x - 7) = 5$

Pembuktian formal:

Misalkan $\varepsilon > 0$ dan terdapat $\delta = \frac{\varepsilon}{3}$

$$
\begin{aligned}
0 < |x - 4| < \delta \Rightarrow \ |(3x - 7) - 5| &= |3x - 12| \\
&= |3(x - 4)| \\
&= |3|(x - 4) \\
&= \ |3|(x - 4) < 3\delta \\
&= 3|(x - 4) < 3\left(\frac{\varepsilon}{3}\right) \\
&= 3|(x - 4) < \varepsilon
\end{aligned}
$$

Hal ini berarti $\lim_{x \to 4}(3x - 7) = 5$

B. Pengertian Limit Fungsi Aljabar secara Operasi Limit

a. Teorema Dasar Limit

Misalkan a merupakan bilangan positif, k merupakan konstanta, f dan g fungsi-fungsi yang mempunyai limit, maka:

(1) $\lim_{x \to a} k = k$

(2) $\lim_{x \to a} x = a$

(3) $\lim_{x \to a}[kf(x)] = k\left[\lim_{x \to a} f(x)\right]$

(4) $\lim_{x \to a}[f(x) \ \pm g(x)] = \left[\lim_{x \to a} f(x) \ \pm \ \lim_{x \to a} g(x)\right]$

(5) $\lim\limits_{x\to a}[f(x)\,.\,g(x)] = \left[\lim\limits_{x\to a} f(x)\right].\left[\lim\limits_{x\to a} g(x)\right]$

(6) $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$ dengan $\lim\limits_{x\to a} g(x) \neq 0$

(7) $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^n = \left[\lim\limits_{x\to a} f(x)\right]^n$

(8) $\lim\limits_{x\to a}\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim\limits_{x\to a} f(x)}$ dengan $\lim\limits_{x\to a} f(x) > 0$ dan n senap

Contoh:

$$\lim_{x\to 1}(1-2x)^2 = \left\{\lim_{x\to 1}(1-2x)\right\}^2$$

$$= \left\{\left(\lim_{x\to 1} 1\right) - 2\left(\lim_{x\to 1} x\right)\right\}^2 = (1-2(1))^2 = 1$$

$$\therefore \lim_{x\to 1}(1-2x)^2 = 1$$

b. Menghitung Nilai Limit Fungsi Aljabar

1. Bentuk $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

   Perhitungan nilai $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$, untuk bentuk fungsi:

   (i) Polinomial, lakukan proses substitusi nilai $x = 0$ ke $f(x)$, diperoleh $f(0)$ sebagai nilai limit tersebut

   (ii) Rasional (pecahan), lakukan proses substitusi $x = 0$ ke $f(x)$, jika diperoleh:

$$f(0) = \begin{Bmatrix} \frac{0}{\text{tidak nol}} = 0 \\ \frac{\text{tidak nol}}{0} = \infty \\ \frac{0}{0} \end{Bmatrix}$$

   *$\frac{0}{0}$ (bentuk tak tentu, harus dihindari dengan proses pemfaktoran)

   Contoh:

   $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^3+10x^2}{x^3+2x^2} =$

   Tes limit : $x = 0 \Rightarrow \frac{0^3+10(0)^2}{(0)^3+2(0)^2} = \frac{0}{0}$ (tes limit gagal)

2. Bentuk $\lim_{x \to a} f(x)$ dengan $a = 0$ dan $f(x)$ merupakan fungsi rasional (pecahan)

   Algoritma:

   (i) Lakukan tes limit

   Substitusikan nilai $x = a$ ke fungsi $f(x)$

   - Apabila tidak menjumpai bentuk $\frac{0}{0}$, maka proses limit selesai, yaitu $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$
   - Apabila menjumpai bentuk $\frac{0}{0}$, lakukan prose (ii).

   (ii) Lakukan faktorisasi atas $f(x)$

   Faktorkan $f(x)$ atas faktor linearnya sehingga penyebab pembentukan $\frac{0}{0}$ dapat dihilangkan.

   Contoh:

   $\lim_{x \to 0} \frac{x^3+10x^2}{x^3+2x^2} =$

   Tes limit : $x = 0 \Rightarrow \frac{0^3+10(0)^2}{(0)^3+2(0)^2} = \frac{0}{0}$ (tes limit gagal)

   Cara pemfaktoran:

   $\lim_{x \to 0} \frac{x^3+10x^2}{x^3+2x^2} = \lim_{x \to 0} \frac{x^2(x+10)}{x^2(x+2)} = \lim_{x \to 0} \frac{(x+10)}{(x+2)} = \frac{(0+10)}{(0+2)} = \frac{10}{2} = 5$

C. Limit Fungsi Aljabar di Tak Hingga

Terdapat perbedaan antara limit tak hingga dengan limit di tak hingga. Limit tak hingga suatu fungsi $f(x)$ adalah limit untuk x mendekati suatu bilangan real yang mengahasilkan nilai tak hingga (∞). Seperti yang telah diuraikan di awal bahwa limit suatu fungsi $f(x)$ untuk x mendekati a didapat dengan cara mensubstitusikan nilai a^+ (pendekatan nilai a dari kanan) dan nilai a^- (pendekatan nilai a dari kiri) ke fungsi $f(x)$. Jika ditemukan nilai $f(a^+) = f(a^-) = c$ maka diperoleh $\lim\limits_{x \to a} f(x) = c$.

Limit di tak hingga fungsi aljabar mempunyai dua bentuk umum (yang biasa dimunculkan), yaitu: $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ dan $\lim\limits_{x\to\infty} [f(x) - g(x)]$

Untuk menyelesaikan soal limit di tak hingga ni digunakan teorema:
Jika a adalah bilangan real tak nol, maka $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{a}{x} = 0$, sehingga jika n adalah derajat tertinggi d antara $f(x)$ dan $g(x)$ dari bentuk $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$, maka baik pembilang maupun penyebut dibagi x^n.

Contoh:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{6x^3+4x+6}{4x^2+2x^3-3x} = \lim_{x\to\infty} \frac{6x^3+4x+6}{4x^2+2x^3-3x} \times \frac{1/x^3}{1/x^3}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{6x^3}{x^3}+\frac{4x}{x^3}+\frac{6}{x^3}}{\frac{4x^2}{x^3}+\frac{2x^3}{x^3}-\frac{3x}{x^3}} = \lim_{x\to\infty} \frac{6+\frac{4}{x^2}+\frac{6}{x^3}}{\frac{4}{x}+2-\frac{3}{x^2}} = \frac{6+\frac{4}{\infty}+\frac{6}{\infty}}{\frac{4}{\infty}+2-\frac{3}{\infty}} =$$

$$\frac{6+0+0}{0+2-0} = \frac{6}{2} = 3$$

*Rumus limit

(1) $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{ax+b} - \sqrt{cx+d} = \infty$, jika a > c

(2) $\mathrm{Lim}_{x\to\infty} \sqrt{ax+b} - \sqrt{cx+d} = -\infty$, jika a < c

(3) $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{ax+b} - \sqrt{cx+d} = 0$, jika a = c

(4) $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{ax^2+bx+c} - \sqrt{px^2+qx+r} = \infty$, jika a > p

(5) $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{ax^2+bx+c} - \sqrt{px^2+qx+r} = -\infty$, jika a < p

(6) $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{ax^2+bx+c} - \sqrt{px^2+qx+r} = \frac{b-q}{2\sqrt{a}}$, jika a = p

Contoh:

1. $\lim_{x\to\infty} \sqrt{3x+2} - \sqrt{3x-4} = \lim_{x\to\infty} \sqrt{3x+2} - \sqrt{3x-4} \times \frac{\sqrt{3x+2}+\sqrt{3x-4}}{\sqrt{3x+2}+\sqrt{3x-4}}$

   $= \lim_{x\to\infty} \frac{(3x+2)-(3x-4)}{\sqrt{3x+2}+\sqrt{3x-4}} = \lim_{x\to\infty} \frac{6}{\sqrt{3x+2}+\sqrt{3x-4}}$

   (memiliki variable pangkat tertinggi $\sqrt{x}$)

   $= \frac{0}{\sqrt{3+0}+\sqrt{3-0}} = \frac{0}{2\sqrt{3}} = 0$

2. $\lim_{x\to\infty} \sqrt{4x^2-5x+3} - (2x-1)$

   $= \lim_{x\to\infty} \sqrt{4x^2-5x+3} - \sqrt{(2x-1)^2}$

   $= \lim_{x\to\infty} \sqrt{4x^2-5x+3} - \sqrt{4x^2-4x+1}$

   $= \frac{-5-(-2)}{2\sqrt{4}} = \frac{-3}{4}$

9.2 Permasalahan Pembelajaran Pada Pokok Bahasan (di *SMAN 5 Kota Bengkulu* kelas XI semester 1)

a. Kesulitan memfaktorkan polinomial pada limit

   Contoh kasus :

   1. Carilah nilai $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-2x-3}{(3-x)} = \cdots$

      Jawab =

      $\lim_{x\to 3} \frac{2x^2-2x-3}{(3-x)} = \lim_{x\to 3} \frac{(x-1)(x+3)}{(3-x)}$

      $= \frac{(3-1)(3+3)}{(3-3)} = \frac{2.6}{0} = \frac{12}{0}$

      (**tidak dapat diselesaikan**)

   2. Carilah nilai $\lim_{x\to 5} \frac{2x^2-13x-15}{x-5} = \cdots$

      Jawab =

      $\lim_{x\to 5} \frac{2x^2-13x-15}{x-5} = \lim_{x\to 5} \frac{(2x-5)(x+3)}{x-5}$

      $= \frac{(2.5-5)(5+3)}{(5-5)} = \frac{5.8}{0} = \frac{40}{0}$

      (**tidak dapat diselesaikan**)

b. Kesulitan dalam melakukan operasi bilangan bulat

Contoh kasus :

Carilah nilai $\lim_{x\to\infty} \sqrt{25x^2 - 5x - 6} - 5x + 1 = \ldots.$

$\lim_{x\to\infty} \sqrt{25x^2 - 5x - 6} - 5x + 1 = \lim_{x\to\infty} \sqrt{25x^2 - 5x - 6} - (5x + 1)$

$= \lim_{x\to\infty} \sqrt{25x^2 - 5x - 6} - \sqrt{(5x+1)^2}$

$= \lim_{x\to\infty} \sqrt{25x^2 - 5x - 6} - \sqrt{25x^2 + 10x + 1}$

$= \frac{b-q}{2\sqrt{a}} = \frac{5-10}{2\sqrt{25}} = \frac{-15}{2.5} = \frac{-15}{10} = \frac{-3}{2}$

c. Kesulitan menentukan tata letak $\lim_{x\to a}$ pada penyelesaian soal

Carilah nilai $\lim_{x\to 12} \frac{2x^3-5x^2-x}{x^2-x} = \ldots\ldots$

Jawab =

$$\lim_{x\to 12} \frac{2x^3-5x^2-x}{x^2-x} = \frac{x(2x^2-5x-1)}{x(x-1)}$$

$$= \frac{(2x^2-5x-1)}{(x-1)}$$

$$= \frac{(2(12)^2-5(12)-1)}{(12-1)}$$

$$= \lim_{x\to 12} \frac{227}{11}$$

9.3 Solusi dan Hasil Belajar

A. Solusi

a. Kesulitan memfaktorkan polinomial pada limit

Contoh kasus :

1. Carilah nilai $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-2x-3}{(3-x)} = \cdots$

   Jawab =

   Solusi untuk permasalahan diatas

Dalam mengerjakan soal di atas, siswa biasanya kesulitan dalam memfaktorkan persamaan kuadrat. Supaya siswa dapat mengerjakan soal limit di atas maka kita harus mengingatkan atau menjelaskan kembali cara mencari faktor dari persamaan kuadrat.

Diketahui persamaan $\boldsymbol{ax^2+bx+c=0}$. Jika $\boldsymbol{a=1}$ maka mencari faktornya, yaitu : cari angka x_1 dan x_2, sedemikian sehingga $\boldsymbol{x_1+x_2=b}$ dan $\boldsymbol{x_1.x_2=c}$.

Sehingga pada soal di atas $\boldsymbol{x^2-2x-3=0}$,angka yang memenuhi

$\boldsymbol{x_1+x_2=-2} \quad \leftrightarrow \quad \boldsymbol{-3+1=-2}$

$\boldsymbol{x_1.x_2=-3} \quad \leftrightarrow \quad \boldsymbol{-3.1=-3}$

yaitu, -3 dan 1

Jadi, $\boldsymbol{x^2-2x-3=(x-3)(x+1)}$

Berikut cara menyelesaikan soal di atas dengan benar

Carilah nilai $\lim\limits_{x\to3}\frac{x^2-2x-3}{(3-x)}=\cdots$

Jawab =

$$\lim_{x\to3}\frac{2x^2-2x-3}{(3-x)}=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)(x+1)}{(3-x)}$$
$$=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)(x+1)}{-(-3+x)}$$
$$=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)(x+1)}{-(x-3)}$$
$$=\lim_{x\to3}\frac{(x+1)}{-1}$$
$$=\frac{(3+1)}{-1}=-4$$

2. Carilah nilai $\lim\limits_{x\to5}\frac{2x^2-13x-15}{x-5}=\cdots$

Solusi untuk permasalahan diatas, yaitu

Dalam mengerjakan soal di atas, siswa biasanya kesulitan dalam memfaktorkan persamaan kuadrat. Supaya siswa dapat mengerjakan soal limit di atas maka kita harus mengingatkan atau menjelaskan kembali cara mencari faktor dari persamaan kuadrat.

Diketahui persamaan $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$. Jika $\boldsymbol{a \geq 1}$ **atau** $\boldsymbol{a \leq -1}$ maka mencari faktornya, yaitu : cari angka x_1 dan x_2, sedemikian sehingga $\boldsymbol{x_1 + x_2 = b}$ dan $\boldsymbol{x_1 . x_2 = ac}$. Lalu jabarkan persamaanya kuadratnya menjadi $\boldsymbol{ax^2 + x_1 x + x_2 x + c = 0}$. Lalu faktorkan hasil penjabaran tersebut.

Sehingga pada soal di atas $\boldsymbol{2x^2 - 13x + 15 = 0}$,angka yang memenuhi

$\boldsymbol{x_1 + x_2 = -13} \quad \leftrightarrow \quad \boldsymbol{-10 + (-3) = -13}$

$\boldsymbol{x_1 . x_2 = 30} \quad \leftrightarrow \quad \boldsymbol{-10 . (-3) = 30}$

Jadi, $\boldsymbol{2x^2 - 18x + 15 = 2x^2 - 10x - 3x + 15}$

$$\boldsymbol{= 2x(x - 5) - 3(x - 5)}$$

$$\boldsymbol{= (2x - 3)(x - 5)}$$

Berikut cara menyelesaikan soal di atas dengan benar, yaitu

Carilah nilai $\lim\limits_{x \to 5} \frac{\boldsymbol{2x^2 - 18x + 15}}{(x-5)} = \cdots$

Jawab =

$$\lim_{x \to 5} \frac{\boldsymbol{2x^2 - 18x + 15}}{(x-5)} = \lim_{x \to 5} \frac{\boldsymbol{(2x-3)(x-5)}}{(x-5)}$$

$$= \lim_{x \to 5} \boldsymbol{(2x - 3)}$$

$$= 2(5) - 3 = 7$$

b. Kesulitan dalam melakukan operasi bilangan bulat

Contoh kasus :

Carilah nilai $\lim\limits_{x \to \infty} \sqrt{25x^2 - 5x - 6} - 5x + 1 = \ldots.$

Solusi untuk kesulitan siswa dalam melakukan operasi bilangan bulat, yaitu

Untuk menyelesaikan soal di atas, kita harus menjelaskan kepada siswa jika ada tanda **"$-$" ingin diletakkan di dalam tanda kurung, maka tanda tersebut akan menjadi "$+$"**. Sebaliknya, jika **tanda "$+$", ingin diletakkan di dalam tanda kurung, maka tersebut akan menjadi "$-$"**. Sehingga pada bagian $-5x + 1$ menjadi $-(5x - 1)$.

Selain itu, kita harus mengingatkan kembali ke siswa untuk selalu teliti melihat tanda operasi yang berada **di depan bilangan.** Jika diketahui $\sqrt{25x^2 - 5x - 6}$, maka **koefisien di depan x adalah -5, bukan 5.**

Kita harus menanamkan konsep kepada siswa, bila bingung terhadap penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat maka kita dapat menganalogikannya dengan ilustrasi seperti hutang, buah, atau yang lainnya. Seperti bada bagian $\mathbf{5 - 10 = -15}$. Kita dapat mengilustrasikannya sebagai, "Andi memiliki uang 5, lalu dgunkannya untuk mebayar hutang sebanyak 10. Berapa sisa hutang Andi yang belum dibayar?. Hutang yang belum dibayar Andi ada 5. Karena hutang bernilai "$-$", maka hasilnya -5. Jadi, $\mathbf{5 - 10 = -5}$.

Berikut cara menyelesaikan soal di atas dengan benar

Carilah nilai $\lim\limits_{x \to \infty} \sqrt{25x^2 - 5x - 6} - 5x + 1 = \dots$

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{25x^2 - 5x - 6} - 5x + 1 = \lim_{x\to\infty} \sqrt{25x^2 - 5x - 6} - (5x - 1)$$

$$= \lim_{x\to\infty} \sqrt{25x^2 - 5x - 6} - \sqrt{(5x-1)^2}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \sqrt{25x^2 - 5x - 6} - \sqrt{25x^2 - 10x + 1}$$

$$= \frac{b-q}{2\sqrt{a}} = \frac{-5-(-10)}{2\sqrt{25}} = \frac{5}{2.5} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

c. Kesulitan menentukan tata letak $\lim\limits_{x\to a}$ pada penyelesaian soal

Carilah nilai $\lim\limits_{x\to 12} \frac{2x^3-5x^2-x}{x^2-x} = \ldots\ldots$

Solusi untuk kesulitan siswa di atas, yaitu

Kita harus tegas menjelaskan kepada siswa bahwa tanda $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to a}}$ harus selalu ditulis saat menyelesaikan soal limit. Namun saat nilai $\boldsymbol{x \to a}$ telah disubstitusikan kedalam persamaan, tanda $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to a}}$ tidak perlu ditulis lagi.

Berikut cara menyelesaikan soal di atas dengan benar

Carilah nilai $\lim\limits_{x\to 12} \frac{2x^3-5x^2-x}{x^2-x} = \ldots\ldots$

Jawab =

$$\lim_{x\to 12} \frac{2x^3-5x^2-x}{x^2-x} = \lim_{x\to 12} \frac{x(2x^2-5x-1)}{x(x-1)}$$

$$= \lim_{x\to 12} \frac{(2x^2-5x-1)}{(x-1)}$$

$$= \lim_{x\to 12} \frac{(2(12)^2-5(12)-1)}{(12-1)}$$

$$= \frac{227}{11}$$

B. Hasil Belajar

Berdasarkan hasil wawancara dengan Ibu Sherlywaty, M.Pd selaku guru matematika kelas XI di SMA N 5 Kota Bengkulu, hasil belajar siswa dikatakan cukup baik dalam pelajaran matematika pada materi limit fungsi aljabar. Beliau mengajar 6 kelas, yaitu XI IPA 1 – XI IPA 6. Diantara 6 kelas yang diajarnya, ada 4 kelas yang hasil belajarnya lebih dari setengah di atas kkm dan 2 kelas lagi lebih dari setengah nilainya di bawah kkm. Nilai kkm telah ditentukan oleh sekolah, yaitu 76. Banyaknya siswa yang tidak mencapai target nilai kkm, disebabkan karena permasalahan seperti yang telah dijabarkan.

Permasalahan kesulitan belajar yang dialami siswa, yaitu

1. Kesulitan memfaktorkan polynomial
2. Kesulitan dalam melakukan operasi bilangan bulat
3. Kesulitan menentukan tata letak $\lim_{x \to a}$ pada penyelesaian soal

BAB 10

INTEGRAL TAK TENTU FUNGSI ALJABAR

$$\begin{pmatrix} Oleh: \\ Rahmiati\ Azizah\ (A1C017026) \\ Reni\ Rahmawati\ (A1C017056) \\ Novi\ Rikawati\ (A1C017066) \end{pmatrix}$$

10.1 Materi

A. Integral Tak Tentu Fungsi Aljabar

Integral tak tentu merupakan bentuk integral yang variabel integrasinya tidak memiliki batas sehingga integrasi dari sebuah fungsi akan menghasilkan banyak kemungkinan dan hanya dinyatakan sebagai penyelesaian umum. Istilah tak tentu berarti bentuk fungsi F memuat konstanta real sembarang. Konstanta sembarang ini umumnya disimbolkan "C".

Mengapa hasil integral tak tentu memiliki banyak kemungkinan dan hanya berupa solusi umum? Hasil integral tak tentu disebut demikian karena memang tidak dapat dipastikan fungsi mana yang merupakan integral dari suatu integral.

Seperti definisinya, integral pada dasarnya merupakan operasi balikan dari turunan (diferensial). Maksudnya, jika f(x) adalah turunan dari F(x), maka kita dapat menetukan F(x) dengan cara mengintegralkan f(x). akan tetapi, pada kenyataanya, ketika f(x) diintegralkan maka hasilnya tidak berupa F(x) melainkan mengandung suatu tetapan yaitu C.

Perhatikan contoh berikut :

Misal

1. $F(x)_1 = 3x^2$ jika f(x) adalah turunn dari fungsi F(x), maka diperoleh :
   f(x) = dF(x)/dx
   f(x) = d $(3x^2)$/dx
   f(x) = 6x
2. $F(x)_2 = 3x^2 + 4$, maka diperoleh :

$f(x) = dF(x)/dx$
$f(x) = d\ (3x^2+4)/dx$
$f(x) = 6x$

3. $F(x)_3 = 3x^2 + 114$, maka diperoleh :
   $f(x) = dF(x)/dx$
   $f(x) = d\ (3x^2+114)/dx$
   $f(x) = 6x$
4. $F(x)_4 = 3x^2 + 245$, maka diperoleh :
   $f(x) = 6x$
5. $F(x)_5 = 3x^2 - 288$, maka diperoleh :
   $f(x) = 6x$
6. $F(x)_6 = 3x^2 - 12$, maka diperoleh :
   $f(x) = 6x$

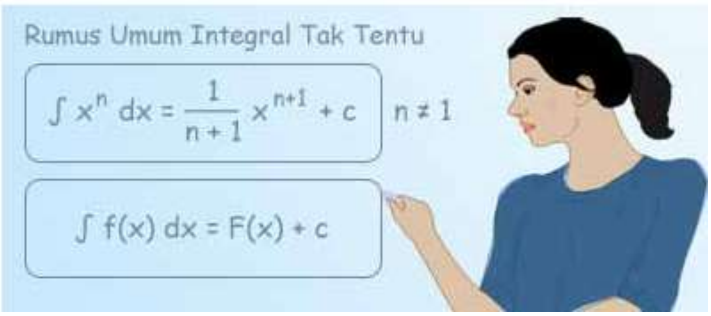
Berdasarkan dari contoh diferensiasi (menurunkan) diatas, dapat dilihat bahwa fungsi-fungsi tersebut menghasilkan turunan yang sama, yaitu sama-sama 6x. kita ketahui bahwa turunan merupakan invers dari integral atau anti turunan. Sehingga dapat kita ketahui

- jika berpatokan pada fungsi pertama $F(x) = 3x^2$,hasil dari integral 6x adalah :
  $\int f(x)\ dx = \int 6x\ dx$
  $\int f(x)\ dx \approx 3x^2$
- jika berpatokan pada fungsi kedua $F(x) = 3x^2+4$,hasil dari integral 6x adalah
  $\int f(x)\ dx = \int 6x\ dx$
  $\int f(x)\ dx \approx 3x^2+4$
- jika berpatokan pada fungsi ketiga $F(x) = 3x^2 + 114$,hasil dari integral 6x adalah
  $\int f(x)\ dx = \int 6x\ dx$
  $\int f(x)\ dx \approx 3x^2+114$
- jika berpatokan pada fungsi keempat $F(x) = 3x^2 + 245$,hasil dari integral 6x adalah
  $\int f(x)\ dx = \int 6x\ dx$

$\int$ f(x) dx ≈ 3x^2+245

- jika berpatokan pada fungsi kelima F(x) = $3x^2 -$ 288,hasil dari integral 6x adalah
  $\int$ f(x) dx = $\int$ 6x dx
  $\int$ f(x) dx ≈ $3x^2 - 288$
- jika berpatokan pada fungsi keenam F(x) = $3x^2 -$ 12,hasil dari integral 6x adalah
  $\int$ f(x) dx = $\int$ 6x dx
  $\int$ f(x) dx ≈ $3x^2 - 12$

Dari proses integrase diatas, dapat kita lihat bahwa integral dari 6x ternyata tidak menghasilkan satu jawaban yang pasti, karna bisa saja jawabnnya adalah 3x^2 atau 3x^2+4 atau bisa saja fungsi lain misalnya 3x^2-12, 3x^2+114, dan sebagainya. Oleh karena itu jawaban dari integral tak tentu hanya bisa di tulis sebagai penyelesaian umum dengan menambahkan suatu tetapan integrase C. sehingga kita dapat bahwa rumus umum dari integral tak tentu adalah



B. Rumus Integral Fungsi Aljabar :

Untuk n bilangan rasional dengan n ≠ -1, dan a, c adalah bilangan real maka berlaku aturan:

1. $\int x^n \, dx = \frac{1}{n+1} x^n + c$
2. $\int ax^n \, dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1} + c$

Khusus untuk pangkatnya -1 maka berlaku aturan:

1. $\int x^{-1}\, dx = \frac{1}{x}\, dx = \ln x + c$
2. $\int ax^{-1}\, dx = \int \frac{a}{x}\, dx = a \ln x + c$

Dengan fungsi ln x dibaca "len x" yang sama dengan fungsi logaritma dengan basis e = 2, 718

Pembuktian rumus integral tak tentu fungsi aljabar :

- Kita ingat kembali rumus integral tak tentu fungsi aljabar yaitu:
  $y = x^n \rightarrow y' = nx^{n-1}$ dan $y = \ln x \rightarrow y' = 1/x$
- Sesuai dengan pengertian integral, maka bentuk $\int f(x)\, dx = f(x) + c$ benar jika berlaku turunan fungsi (f(x) + c) adalah turunan dari (f(x) + c.
- Pembuktian rumus pertama : $\int x^n\, dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$
  $\frac{d}{dx}(\frac{1}{n+1} x^{n+1} + c) = (n + 1). \frac{1}{n+1} x^{(n+1)-1}$
  $= x^n$
  Jadi terbukti bahwa $\frac{d}{dx}(\frac{1}{n+1} x^{n+1} + c) = x^2$
  - Pembuktian rumus kedua : $\int ax^n\, dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1} + c$
  $\frac{d}{dx}(\frac{a}{n+1} x^{n+1} + c) = (n + 1). \frac{a}{n+1} x^{(n+1)-1} = ax^n$
  Jadi terbukti bahwa $\frac{d}{dx}(\frac{a}{n+1} x^{n+1} + c) = ax^n$
  - Pembuktian rumus ketiga : $\int \frac{1}{x}\, dx = \ln x + c$
  $\frac{d}{dx}(\ln x + c) = \frac{1}{x}$
  Jadi terbukti bahwa $\frac{d}{dx}(\ln x + c) = \frac{1}{x}$
  - Pembuktian rumus keempat : $\int \frac{q}{x}\, dx = a \ln x + c$
  $\frac{d}{dx}(a \ln x + c) = a . \frac{1}{x} = \frac{a}{x}$
  Jadi terbukti bahwa $\frac{d}{dx}(\ln x + c) = \frac{a}{x}$

Contoh soal integral fungsi aljabar :

1) Tentukan hasil integral dari bentuk berikut :
   a) $\int x^3\, dx$

b) $\int 6x^3\ dx$

c) $\int \frac{3}{x}\ dx$

d) $\int \sqrt{x}\ dx$

Peyelesaian :

- Kita langsung gunakan rumus integral fungsi aljabar diatas
- Kita membutuhkan sifat eksponen:
  $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$, $\sqrt{a} = a^{1/2}$

a) $\int x^3\ dx$, artinya n = 3

$\int x^3\ dx = \frac{1}{3+1} x^{3+1} + c = \frac{1}{4} x^4 + c$

b) $\int 6x^3\ dx$, artinya a = 6, n = 3

$\int 6x^3\ dx = \frac{6}{3+1} x^{3+1} + c = \frac{6}{4} x^4 + c = \frac{3}{2} x^4 + c$

c) $\int \frac{3}{2}\ dx$, artinya n = -1

$\int \frac{3}{2}\ dx = \int 3x^{-1}\ dx = 3 \ln x + c$

d) $\int \sqrt{x}\ dx = x^{1/2}\ dx$, artinya $n = \frac{1}{2}$

$\int \sqrt{x}\ dx = x^{1/2}\ dx$

$= \frac{1}{\frac{1}{2}+1} x^{1/2+1} + c$

$= \frac{1}{\frac{3}{2}} x^{3/2+1} + c$

$= \frac{2}{3} x^{3/2+1} + c$

$= \frac{2}{3} x^{1+1/2} + c$

$= \frac{2}{3} x^1 \cdot x^{1/2} + c$

$= \frac{2}{3} x \sqrt{x} + c$

Jadi, hasil $\int \sqrt{x}\ dx = \frac{2}{3} x^{3/2} + c = \frac{2}{3} x \sqrt{x} + c$

C. Sifat-Sifat Integral Tak Tentu :

Untuk memudahkan dalam mengerjakan integral, sebaiknya kita harus menguasai juga sifat-sifat integral tak tentu sebagai berikut:

1. $\int kdx = kx + c$ dimana x adalah suatu konstanta
2. $\int kf(x)\,dx = k \int f(x)\,dx$

(konstanta bisa dikeluarkan terlebih dahulu)

1. $\int [f(x) + g(x)]\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$
2. $\int [f(x) - g(x)\,dx = \int f(x)\,dx - \int g(x)\,dx$

catatan :

a. untuk sifat (3) dan (4), jika ada beberapa suku fungsi, maka masing-masing suku bisa diintegralkan langsung.
b. Jika ada bentuk perkalian fungsi atau pembagian fungsi, maka tidak bisa diintegralkan langsung, tetapi harus dijabarkan terlebih dahulu sehingga terbentuk fungsi ($ax^n + bx^m + c\,x^k + \ldots$), setelah itu baru masing-masing suku kita integralkan.

Contoh soal :

2) Tentukan hasil integral berikut ini:
   a. $\int 3\,dx$
   b. $\int 3x^5\,dx$
   c. $\int (x^2 + x)\,dx$
   d. $\int (x^2 - x)\,dx$
   e. $\int (x^3 - 2x + 5)\,dx$

   Penyelesaian :

   a. $\int 3\,dx = 3x + c$ (sifat 1)
   b. berdasarkan sifat (2):
      $\int 3x^5\,dx = 3 \int x^5\,dx = 3.\,\frac{1}{5+1}\,x^{5+1} + c = 3.\,\frac{1}{6}\,x^6 + c = \frac{1}{2}\,x^6 + c$
   c. berdasarkan sifat (3):

$\int (x^2 + x)\, dx = \int x^2\, dx + \int x\, dx = \frac{1}{2+1} x^{2+1} + \frac{1}{1+1} x^{1+1} + c = \frac{1}{3} x^3 + \frac{1}{2} x^2 + c$

d. berdasarkan sifat (4)

$\int (x^2 - x)\, dx = = \int x^2\, dx - \int x\, dx = \frac{1}{2+1} x^{2+1} - \frac{1}{1+1} x^{1+1} + c$

$= \frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{2} x^2 + c$

e. masing-masing suku langsung diintegralkan

$\int (x^3 - 2x + 5)\, dx = \int x^3\, dx - \int 2x\, dx + \int 5\, dx$

$= \frac{1}{3+1} x^{3+1} - \frac{2}{1+1} x^{1+1} + 5x + c$

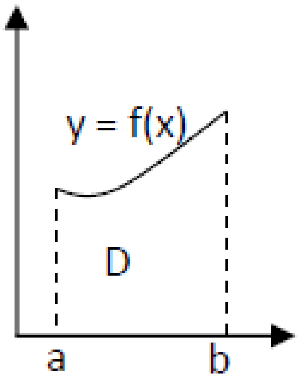
$= \frac{1}{4} x^4 - \frac{2}{2} x^2 + 5x + c$

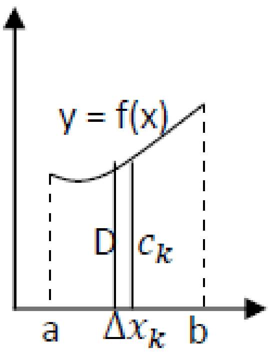
$= \frac{1}{4} x^4 - x^2 + 5 + c$

D. Integral Tentu (Jumlah Rieman)

Integral tentu dikonstruksi dengan Jumlah Rieman yang menggambarkan luas daerah.

Misal fungsi f(x) terdefinisi pada selang tutup $[a, b]. D = \{(x, y) | a \leq x \leq b, 0 \leq y \leq f(x)\}$





Langkah – langkah :

1. Partisikan selang [a,b] menjadi n selang dengan titik pembagian
   $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$

$P = \{a = x_0, x_1, \dots, x_n = b\}$ disebut partisi dari $[a, b]$

2. Definisikan panjang partisi P, sebagai

$$||P|| = \underset{1 \leq i \leq n}{Maks} |\Delta x_k|, \ \Delta x_k = x_k - x_{k-1}$$

3. Pilih $c_k \in [x_{k-1}, x_k], k = 1, 2, \dots, n$
4. Bentuk jumlah Rieman : $\sum_{k=1}^{n} f(c_k)\Delta x_k$

Jika $||P|| \to 0$ maka diperoleh limit jumlah Rieman $Lim_{\,||P|| \to 0} \sum_{k=1}^{n} f\,(c_k)\,\Delta x_k$

Jika limit ini ada, maka dikatakan f terintegralkan Rieman pada selang $[a, b]$ dan ditulis sebagai :

$$\int_a^b f(x)dx = Lim_{\,||P|| \to 0} \sum_{k=1}^{n} f\,(c_k)\,\Delta x_k$$

$$= Lim_{\,||P|| \to 0} \sum_{n \to \infty}^{n} f\,(c_k)\,\Delta x_k$$

Contoh Soal

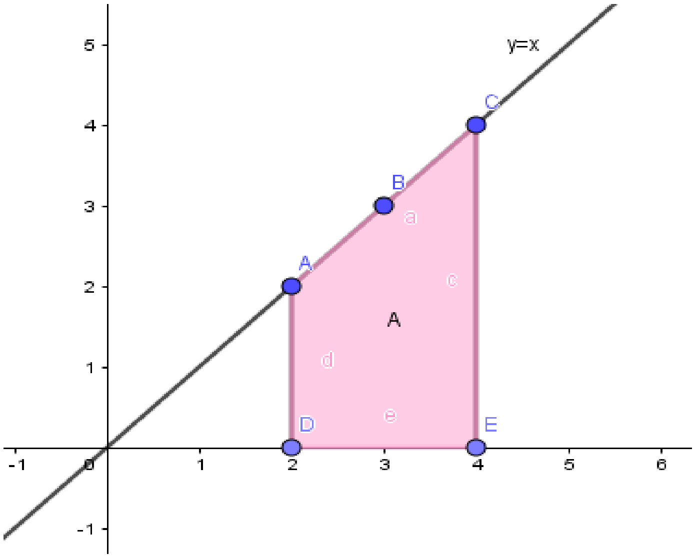
1. Lukislah daerah A yang dibatasi oleh $y = x$, $a = 2$ dan $b = 4$

   Penyelesaian :

   a. Cari terlebih dahulu titik-titik yang memnuhi $a = 2$ dan $b = 4$

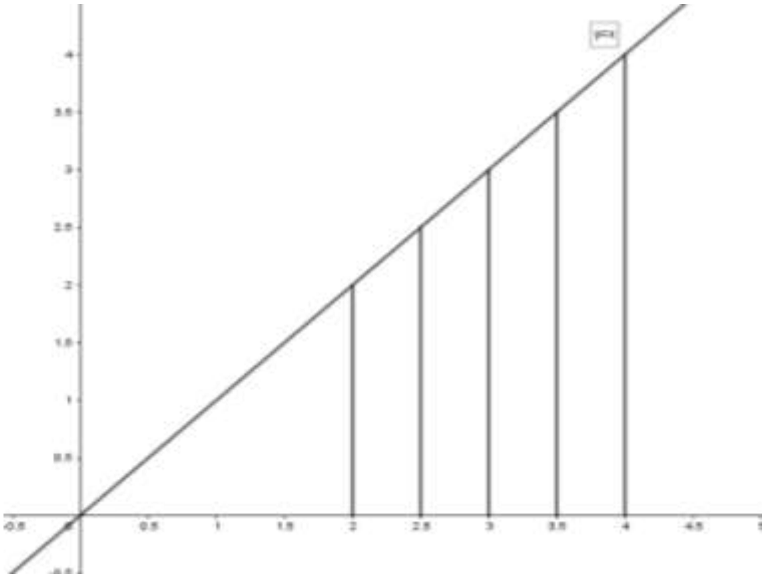
X	2	3	4
Y	2	3	4

   b. Kemudian hubungkan titik-titik (x,y) sehingga membentuk sebuh garis lurus sepertigambar berikut



2. Hitunglah jumlah rieman dari daerah A tersebut (buat gambarny) bila n=4

   Penyelesaian :



- Jumlah rieman = Luas 1 +Luas 2+Luas 3+Luas 4

$$= \left(2\tfrac{1}{2} \times \tfrac{1}{2}\right) + \left(3 \times \tfrac{1}{2}\right) + \left(3\tfrac{1}{2} \times \tfrac{1}{2}\right) + \left(4 \times \tfrac{1}{2}\right)$$

$= 1{,}25 + 1{,}5 + 1{,}75 + 2$

$= 6{,}5 \cong 6$

- Dengan integral = $\int_2^4 x\, dx$

$= \frac{1}{2} x^2]_2^4$

$= \frac{1}{2}(4)^2 + \frac{1}{2}(2)^2$

$= 8 - 2 = 6$

10.2 Permasalahan Pembelajaran Pada Pokok Bahasan (di *SMAN 5 Kota Bengkulu* kelas XI semester 2)

a. Keberhasilan Belajar

Berdasarkan hasil wawancara kelompok kami dengan salah satu guru mata pelajaran matematika kelas XI IPA di SMAN 5 Kota Bengkulu, yaitu Ibu Sherlywaty, S.Pd mengenai keberhasilan belajar siswa kelas XI pada materi Integral Tak Tentu Fungsi Aljabar dapat dikatakan cukup baik. Karena berdasarkan informasi beliau, rata-rata nilai siswa pada materi integral tak tentu fungsi aljabar yang beliau ajarkan ini cukup memuaskan dibandingkan dengan materi limit atau materi lainnya. Beliau mengajar 6 kelas, yaitu kelas XI IPA 1 – XI IPA 6. Dari ke enam kelas tersebut , terdapat 4 kelas yang lebih dari setengah siswanya mendapatkan nilai diatas KKM dimana nilai KKM yang telah ditentukan oleh pihak sekolah adalah 76. Beda halnya dengan 4 kelas tadi, 2 kelas lain tersebut lebih dari setengah siswanya mendapatkan nilai dibawah KKM. Namun beliau mengatakan bahwa mungkin saja ini dipengaruhi oleh jam pelajaran yang tak sama. Beliau mengajar 4 kelas yang hasil belajaranya diatas kkm pada jam pertama dan kedua (jam pagi), sehingga siswa masih semangat dan serius dalam belajar. Sedangkan 2 kelas yang hasil belajarnya di bawah kkm pada jam siang, Dimana pada jam siang tersebut sangat rawan untuk tidur dan kurang bersemangat dalam memperhatikan materi yang disampaikan.

b. Metode/Model Pembelajaran

Berdasarkan hasil wawancara kami dengan Ibu sherlywaty, M. Pd selaku guru mata pelajaran kelas XI IPA di SMAN 5 Kota Bengkulu mengenai model dan metode pembelajar materi integral tak tentu fungsi aljabar, yaitu dengan model problem based learning dan metode ceramah, tanya jawab, diskusi dan penugasan.

Pada model problem based learning, siswa diperintahkan untuk membaca buku terlebih dahulu untuk mengetahui informasi tentang integral terdapat beberapa kesulitan yang dialami siswa pada masa pembelajaran mengenai materi Integral Tak Tentu Fungsi Aljabar yaitu antara lain:

1. Siswa sering mengalami kekeliruan dalam menghitung seperti pada operasi bilangan bulat ataupun bilangan pecahan.
2. Siswa sering lupa untuk menambahkan "c" pada hasil pengintegralan.

Seperti pada contoh soal berikut :

1. $\int \frac{6}{x^3} - \frac{3}{x^2} dx$

Yang dijawab oleh siswa :

$\int \frac{6}{x^3} - \frac{3}{x^2} dx$

$\int \frac{6}{x^3} - \frac{3}{x^2} dx = \int 6x^{-3} - 3x^{-2}\, dx$ ….. tahap 1

$= \int 6x^{-3} dx - \int 3x^{-2}\, dx$ …... tahap 2

$= \frac{6}{-3+1}x^{-3+1} - \frac{3}{-2+1}x^{-2+1} + C$ …... tahap 3

$= -3x^{-2} - (-3)x^{-1} + C$ …... tahap 4

$= -\frac{3}{x^2} + \frac{3}{x} + C$ …... tahap 5 (hasil akhir)

Dapat dilihat pada soal diatas siswa banyak mengalami kesalahan pada tahap 4. Biasanya hal ini disebabkan oleh kekeliruan menghitung pada tahap 3 karena siswa masih kurang teliti tentang operasi bilangan bulat ataupun bilangan pecahan. Kemudian kekeliruan juga sering terjadi pada tahap 5(hasil akhir) yaitu siswa sering lupa menambahkan c (yang bernilai sebagai konstantan)

10.3 Solusi

Pada permasalahan diatas kami biasa memberikan solusi, yaitu kita sebagi pengajar yang juga sering menjadi faktor eksternal dari kesulitan belajar siswa dapat lebih menekankan lagi konsep integral tak tertu terkhusus pada pentingnya penggunaan "C" (konstanta) pada hasil akhir penjumlahan integral tak tentu. Kita juga harus selalu memberikan himbauan kepada siswa untuk selalu teliti terkhusus dalam operasi bilangan bulat ataupun pecahan.

BAB 11

DIMENSI TIGA

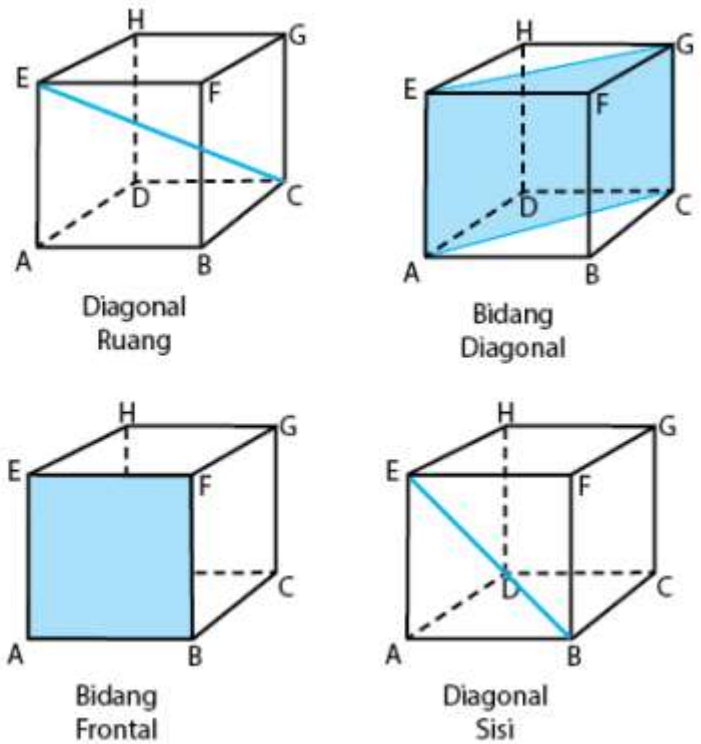
$$\begin{pmatrix} Oleh: \\ Muhammad\ Rudi\ Erlanda\ (A1C017002) \\ Adinda\ Rizky\ Safira\ (A1C017004) \\ Melvi\ Khairani\ (A1C017032) \end{pmatrix}$$

11.1 Materi

A. Pengertian Dimensi Tiga

Dimensi tiga merupakan bangun dengan ukuran yang terdiri atas panjang, lebar, dan tinggi. Dimensi tiga juga sering disebut juga dengan bangun ruang.

Unsur dimensi tiga, Unsur tersebut adalah diagonal sisi, diagonal ruang, bidang frontal, dan bidang diagonal. Unsur tersbut dapat dilihat pada gambar di bawah :



B. Kedudukan Titik, Garis, dan Bidang dalam Ruang

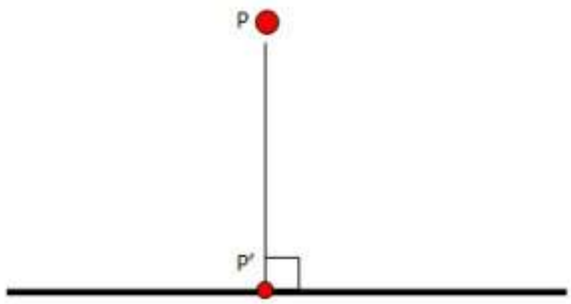
No.	Kedudukan	Penjelasan
1.	Titik terhadap garis	Ada dua kemungkinan yaitu : Titik pada garis (berimpit) dan kemungkinan yang lain titik di luar garis
2.	Titik terhadap bidang	Kondisinya kurang lebih sama yaitu ada dua kemungkinan : titik pada bidang (berimpit) atau titik berada dil luar bidang
3.	Garis terhadap garis	Ada empat, yaitu : Dua garis itu kondisinya sejajar, atau saling berpotongan, bersilangan, atau berimpit.
4.	Garis terhadap bidnag	Ada tiga kemungkinan yaitu : Berimpit, sejajar atau menembus bidang
5.	Bidang terhadap bidang	Ada tiga kemungkinan kalau tidak sejajar atau berpotongan atau mungkin juga berimpit.

C. Proyeksi

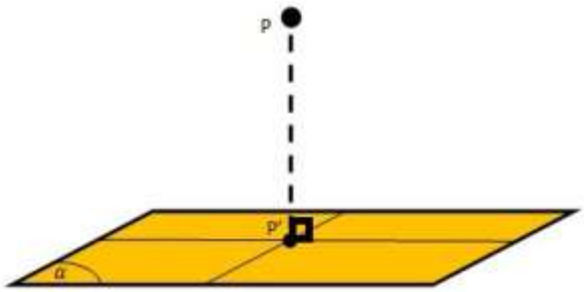
Proyeksi adalah bayangan yang terbentuk dari suatu bangun pada bidang datar dengan arah bayangan dengan bidang datar tersebut sebagai bidang proyeksi terbentuk sudut 90^0 jika dilukiskan.

Sebagai aplikasinya, perhatikanlah ilustrasi proyeksi titik pada garis, bidang dan proyeksi garis pada bidang berikut ini

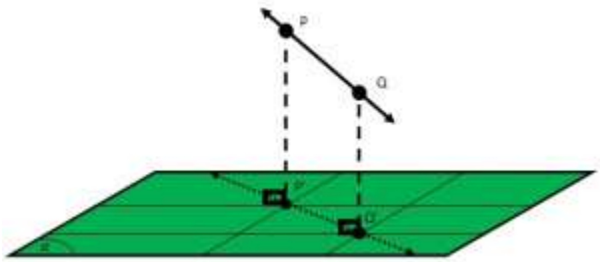
1. Proyeksi titik pada garis



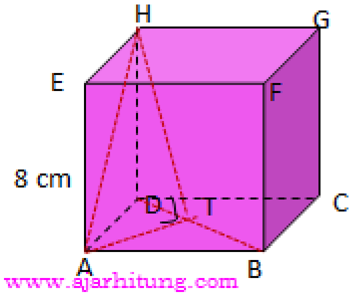
2. Proyeksi titik pada bidang



3. Proyeksi garis pada bidang



➢ Contoh Soal
   1. Perhatikan gambar kubus ABCD.EFGH. Panjang proyeksi AH pada bidang BDHF adalah …
      Diketahui : Panjang sisi kubus = 8 cm
      Ditanya : Panjang proyeksi AH pad bidang BDHF ?
      Jawaban :
      Perhatikan kubus di bawah ini :



Perhatikan segitiga ATH:

AH = AC = diagonal sisi

Perhatikan segitiga ADH siku-siku di D

AH = $\sqrt{AD^2 + DH^2}$

$= \sqrt{(8)^2 + (8)^2}$

$= \sqrt{64 + 64}$

$= \sqrt{128}$

$= \sqrt{64\, x\, 2}$

$= 8\sqrt{2}$ cm

Perhatikan bidang ABCD

AC = diagonal sisi = AH = $8\sqrt{2}$ cm

AT = ½ AC = ½ . $8\sqrt{2}$ = $4\sqrt{2}$ cm

Perhatikan segitiga ATH

TH = $\sqrt{AH^2 - AT^2}$

$= \sqrt{(8\sqrt{2})^2 - (4\sqrt{2})^2}$

$= \sqrt{128 - 32}$

$= \sqrt{96}$

$= \sqrt{16 . 6}$

$= 4\sqrt{6}$ cm

D. Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang

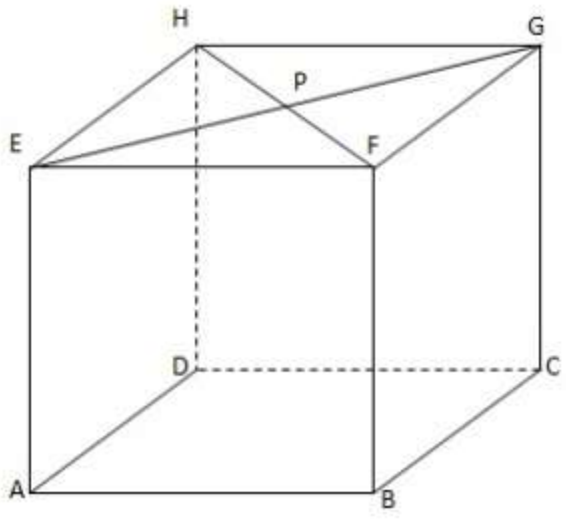
No.	Nama Bangun	Luas Permukaan	Volume
1.	Kubus	L = 6 x $(sisi)^2$	V = $(sisi)^3$
2.	Balok	L = 2 x (pl + pt + lt)	V = p x l x t
3.	Prisma	L = (n x luas sisi tegak) + (2 x luas alas)	V = luas alas x tinggi prisma
4.	Limas	L = luas alas + luas sisi – sisi tegak	V = $\frac{1}{3}$ x luas alas x tinggi
5.	Kerucut	L = π x r x (r + s)	V = $\frac{1}{3} \times \pi \times r^2$ x t
6.	Tabung	L = 2 x π x r x (r + t)	V = $\pi \times r^2 \times t$
7.	Bola	L = 4 x $\pi \times r^2$	V = $\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$

E. Jarak Antara Titik, Garis, dan Bidang dalam Bangun Ruang

Perhatikan kembali bahasan tentang proyeksi

➢ **Contoh Soal**

1. Perhatikanlah ilustrasi berikut



Untuk kubus ABCD.EFGH di atas jika panjang sisi kubus adalah 4 cm.

Tentukanlah :

a. Jarak titik P terhadap titik B
b. Jarak titik F terhadap garis AC
c. Jarak bidang ABCD terhadap bidang EFGH

Jawab:

a. panjang BP atau jarak titik B terhadap titik P adalah
   Jawaban :

   Diketahui : Panjang sisi kubus ABCD.EFGH adalah 4 cm
   Ditanya : Jarak titik P terhadap titik B
   Jawaban :
   $BP^2 = BF^2 + FP^2$ (Untuk mencari BP perhatikan ΔBFP, yang merupakan segitiga siku – siku, dengan siku – siku <F)

   FP = ½ HF (Untuk mencari HF perhatikan ΔHEF, yang merupakan segitiga siku –siku, dengan siku – siku <E)
   Sehingga :
   $HF = HE^2 + EF^2$
   $= \sqrt{HE^2 + EF^2}$
   $= \sqrt{4^2 + 4^2}$
   $= \sqrt{16 + 16}$
   $= \sqrt{32}$
   $= \sqrt{16 \, x \, 2}$
   $HF = 4\sqrt{2}$
   Dapat kita cari panjang FP
   FP = ½ HF

$= \frac{1}{2}\ 4\sqrt{2}$

$= 2\sqrt{2}$

$BP^2 \quad = BF^2 + FP^2$

$BP \quad = \sqrt{BF^2 + FP^2}$

$= \sqrt{4^2 + (2\sqrt{2})^2}$

$= \sqrt{16 + 8}$

$= \sqrt{24}$

$= \sqrt{4x6}$

$BP = 2\sqrt{6}$ cm

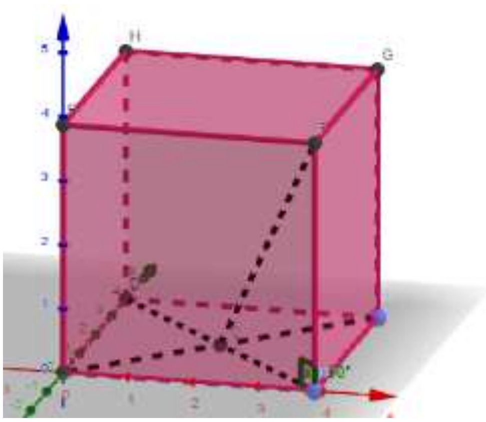
b. Jarak F terhadap garis AC adalah

Diketahui : Panjang sisi kubus ABCD.EFGH adalah 4 cm

Ditanya : Jarak titik F terhadap garis AC

Jawaban :

Jarak B terhadap titik P pada No.1 di atas. Sebagai penjelasan, Garis AC terletak pada bidang ABCD di mana titik D adalah proyeksi titik F terhadap bidang ABCD dan proyeksi titik D pada garis AC adalah tepat di pertengahan garis AC. Sehingga Jarak titik F terhadap garis AC adalah sama saja jarak titik F ke pertengahan AC, misal titik O



$FO^2 = FB^2 + OB^2$ (Untuk mencari FO perhatikan ΔFBO, yang merupakan segitiga siku –siku, dengan siku – siku <B)

$OB = \frac{1}{2} BD$ (Untuk mencari BD perhatikan ΔDAB, yang merupakan segitiga siku –siku, dengan siku – siku <A)

Sehingga :

$$\begin{aligned}
BD^2 &= DA^2 + AB^2 \\
&= \sqrt{DA^2 + AB^2} \\
&= \sqrt{4^2 + 4^2} \\
&= \sqrt{16 + 16} \\
&= \sqrt{32} \\
&= \sqrt{16\, x\, 2} \\
BD &= 4\sqrt{2}
\end{aligned}$$

Dapat kita cari panjang OB

$$\begin{aligned}
OB &= \tfrac{1}{2} BD \\
&= \tfrac{1}{2}\ 4\sqrt{2} \\
&= 2\sqrt{2} \\
FO^2 &= FB^2 + OB^2 \\
FO &= \sqrt{FB^2 + OB^2} \\
&= \sqrt{4^2 + (2\sqrt{2})^2} \\
&= \sqrt{16 + 8} \\
&= \sqrt{24} \\
&= \sqrt{4x6} \\
FO &= 2\sqrt{6} \text{ cm}
\end{aligned}$$

c. Jarak bidang ABCD terhadap bidang EFGH

Diketahui : Panjang sisi kubus ABCD.EFGH adalah 4 cm

Ditanya : Jarak bidang ABCD terhadap bidang EFGH

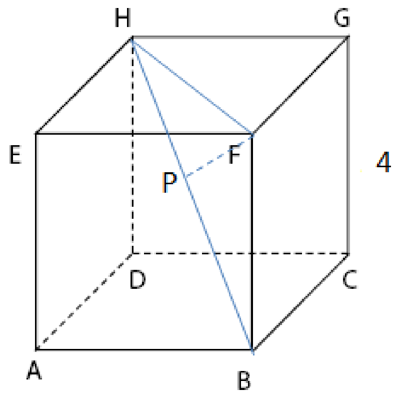
Jawaban :
Untuk mencari jarak bidang ABCD terhadap bidang EFGH perhatikan bidang AEBF, karena ABCD // EFGH sehingga jarak bidang ABCD terhadap bidang EFGH sama seperti jarak dari titik A ke titik E. Jarak titik A ke titik E merupakan rusuk dari kubus, yaitu 4 cm. sehingga jarak bidang ABCD terhadap bidang EFGH adalah 4 cm.

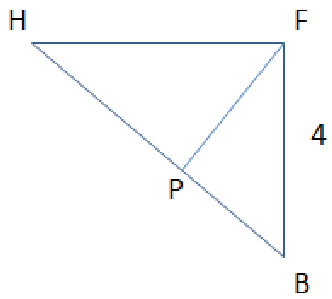
2. Kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 4 cm. Tentukan jarak antara titik F dengan diagonal ruang BH!

Diketahui : Kubus ABCD. EFGH panjang rusuk 4 cm

Ditanya : Jarak antara titik F dengan diagonal ruang BH

Jawaban :





Berdasarkan ilustrasi yang diberikan jarak antar titik F dengan diagonal ruang BH di gambarkan dengan jarak F ke P sehingga untuk mencari panjang PF dapat menggunakan perbandingan antara tinggi segitiga dengan alas segitiga

½ PF X BH = ½ BF X FH

- Untuk mencari FH perhatikan ΔHEF siku – siku di <E

Sehingga :

$FH^2 = HE^2 + EF^2$

$= \sqrt{HE^2 + EF^2}$

$= \sqrt{4^2 + 4^2}$

$= \sqrt{16 + 16}$

$= \sqrt{32}$

$= \sqrt{16 \: x \: 2}$

FH $= 4\sqrt{2}$

- Untuk mencari BH perhatikan ΔBDH siku – siku di <D

Sehingga :

$BH^2 = BD^2 + DH^2$

$= \sqrt{BD^2 + DH^2}$ (karena BD sejajar FH maka panjang BD $4\sqrt{2}$

$= \sqrt{4\sqrt{2}^2 + 4^2}$

$= \sqrt{32 + 16}$

$= \sqrt{48}$

$= \sqrt{16 \: x \: 3}$

BH $= 4\sqrt{3}$

Maka dapat dicari panjang FP yaitu sebagai berikut

- ½ PF X BH = ½ BF X FH
- ½ PF x $4\sqrt{3}$ = ½ 4 x $4\sqrt{2}$
- ½ PF x $4\sqrt{3} = 8\sqrt{2}$
- ½ PF x $\frac{4\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}$ (kedua ruas dibagi $4\sqrt{3}$)
- ½ PF = $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ (sama – sama dibagi dengan 4)
- ½ PF = $\frac{2\sqrt{2} x \sqrt{3}}{\sqrt{3} \: x \sqrt{3}}$ (dirasionalkan dengan mengalikan dengan $\sqrt{3}$)
- ½ PF = $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

- ½ PF x 2 = $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ x2 (kedua ruas dikalikan dengan 2)
- PF = $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ cm

Jadi panjang PF adalah $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ cm

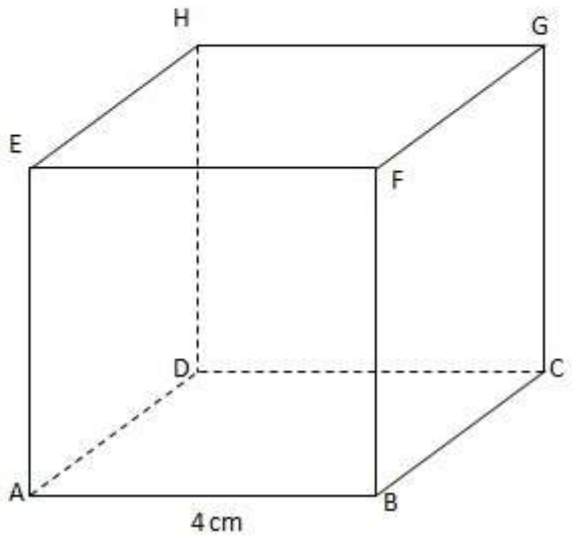
F. Sudut dalam bangun Ruang

Ada tiga, yaitu :

1. Sudut antara dua garis
2. Sudut antara garis dengan bidang
3. Sudut antara dua bidang

➢ **Contoh Soal**

1. Perhatikanlah kubus ABCD.EFGH dengan panjang sisinya 4 cm berikut



a. Sudut antara dua garis

Tentukanlah sudut yang dibentuk oleh garis – garis

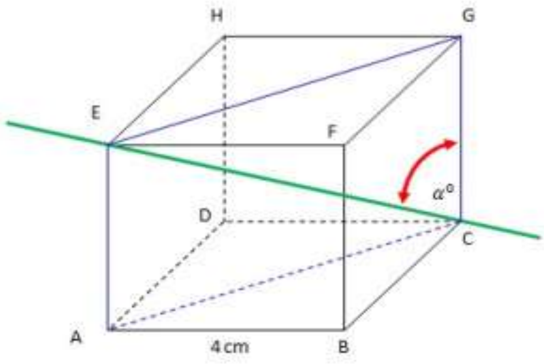
1) AE dan AB
2) AH dan AC

3) AD dan BG
4) EC dan BF

Penyelesaian:

Diketahui : Panjang sisi = 4 cm

1) Garis AE dan AB berpotongan di titik A. Sehinggan antara garis AE dan AB terbentuk sudut $\angle EAB = \angle BAE = 90^0$.
2) Garis AH dan AC berpotongan di titik A dan sudut yang terbentuk adalah (sudut) $\angle HAC \; atau \; \angle CAH$. Dari titik H ke titik C serta titik A apa bila dihubungkan terbentuklah sebuah segitiga sama sisi, karena AH = AC = CH = diagonal sisi. Sehingga sudut $\angle HAC = \angle CAH = 60^0$.
3) Karena garis AD dan BG saling bersilangan dan garis AD sejajar BC pada bidang BCGF, maka sudut yang terbentuk adalah dapat diwakili oleh $\angle GBC = \frac{1}{2} \times \angle FBC = \frac{1}{2} \times 90^0 = 45^0$
.
4) Perhatikan bahwa garis EC dan BF saling bersilangan dan garis BF sejajar dengan CG pada bidang ACGE. Sehingga sudut yang terbentuk adalah $\angle ECG$, sebagai ilustrasinya adalah sebagaimana berikut ini



CG = 4 cm (panjang sisi) dan EG = $4\sqrt{2}$ (diagonal sisi)

$$\tan \angle ECG = \tan \alpha^0 = \frac{EG}{CG}$$

$$\tan \angle ECG = \frac{4\sqrt{2}}{4}$$

$$= \sqrt{2}$$

$$\angle ECG = \tan^{-1}\left(\sqrt{2}\right)$$

$$= 54,74^0 \quad (dengan \quad bantuan \quad tabel)$$

2. Sudut antara dua bidang

Kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm. Q dan P adalah titik tengah HG dan FG. Jika α adalah sudut yang dibentuk bidang BDPQ dengan bidang ABCD maka nilai $\sin \alpha$ adalah ….

Pembahasan :

Diketahui : Panjang Rusuk = 6 cm

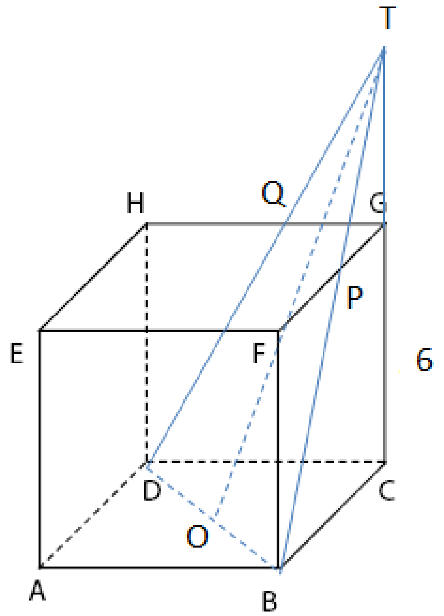
Q titik tengah HG

P titik tengah FG

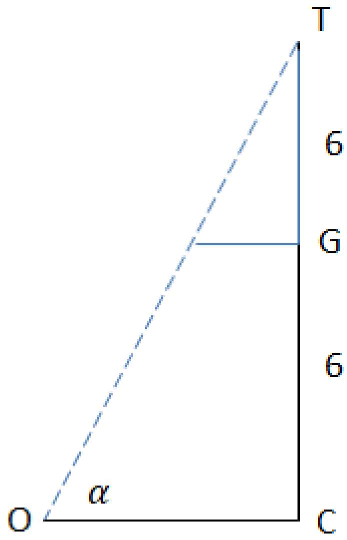
∝ adalah sudut yang dibentuk dari bidang BDPQ dengan bidang ABCD

Ditanya : $\sin a = \cdots$?
Jawaban :

Garis CG diperpanjang 1 kali ke atas maka terbentuklah garis GT dan CG = GT, titik O kita jadikan titik tengah garis AC
Sebagai ilustrasinya adalah sebagaimana berikut ini



Berdasarkan soal 2 diketahui $GT = 6$, sehingga :



OC = $\frac{1}{2}$ x AC

OC = $\frac{1}{2}$ x $\sqrt{AB^2 + BC^2}$ = $\frac{1}{2}$ x $\sqrt{6^2 + 6^2}$ = $\frac{1}{2}$ x $6\sqrt{2}$ = $3\sqrt{2}$

Dan CT = 6 + 6 = 12

Maka :

OT = $\sqrt{OC^2 + CT^2}$ = $\sqrt{3\sqrt{2}^2 + 12^2}$ = $\sqrt{18 + 144}$ = $\sqrt{162}$ = $9\sqrt{2}$

Diperoleh :

$Sin\ \alpha = \frac{CT}{OT} = \frac{12}{9\sqrt{2}} = \frac{12\ \sqrt{2}}{9\ X\ 2} = \frac{12}{18}\sqrt{2} = \frac{2}{3}\sqrt{2}$

3. Sudut antara garis dan bidang

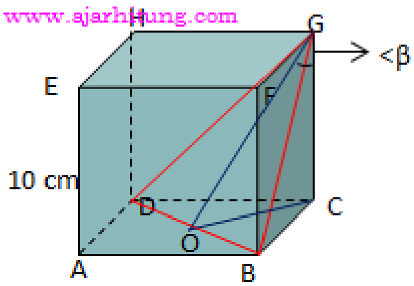
Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan rusuk 10 cm. Kosinus sudut antara garis GC dan bidang BDG adalah?

Pembahasan :

Diketahui : Panjang rusuk = 10 cm

Ditanya : Cos $\beta = \cdots$?

Perhatikan gambar berikut ini :



GC = 10 cm

OC = ½ diagonal sisi kubus (Kita ketahui bahwa diagonal sisi kubus = rusuk $\sqrt{2}$

= ½ . $10\sqrt{2}$

= $5\sqrt{2}$ cm

OG = $\sqrt{OC^2 + GC^2}$

= $\sqrt{(5\sqrt{2})^2 + 10^2}$

= $\sqrt{50 + 100}$

$= \sqrt{150} = \sqrt{25\,.\,6} = 5\sqrt{6}$

Segitiga OGC siku – siku di C, maka :

Cos $\beta = \frac{CG}{OG} = \frac{10}{5\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{1}{3}\sqrt{6}$

11.2 Permasalahan Pembelajaran Pada Pokok Bahasan (di *SMAN 5 Kota Bengkulu* kelas XII semester 1)

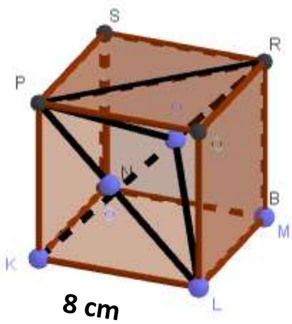
A. Contoh Soal Permasalahan yang Sering dialami Siswa pada Materi Dimensi Tiga

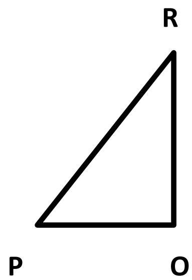
Diketahui sebuah kubus KLMN.PQRS dengan panjang rusuk 8 cm. tentukanlah :

1. Jarak antar garis PL ke bidang NMRS
2. Cos α antara garis KR dengan bidang KLMN
3. Sinus α antara garis KP dengan bidang KQS

Jawaban :

1. Jarak antar garis PL ke bidang NMRS





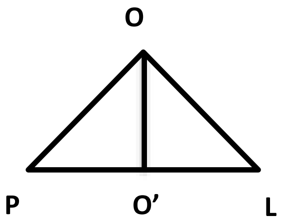
PR = $8\sqrt{2}$ (Karena merupakan diagonal sisi sehingga $a\sqrt{2}$)

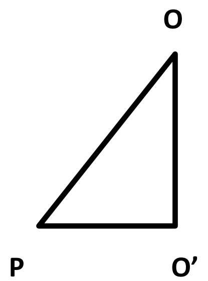
RO = $\frac{8}{3}\sqrt{3}$ (Karena $\frac{1}{3}$ dari diagonal ruang)

Sehingga :

PO = $\sqrt{(8\sqrt{2})^2 - (\frac{8}{3}\sqrt{3})^2}$

PO = $\sqrt{\frac{320}{3}} = 2\sqrt{15}$





OO’ = $\sqrt{(2\sqrt{15})^2 - (4\sqrt{2})^2}$

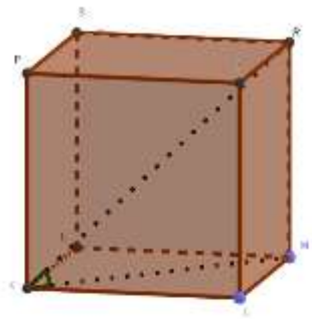
PO = $\sqrt{60 - 32}$

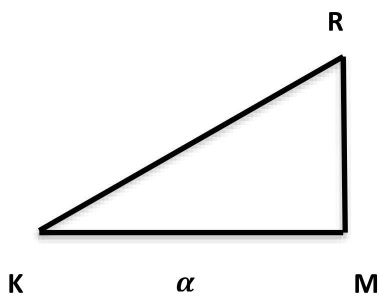
PO = $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

Jadi jarak P ke bidang NMRS = $2\sqrt{7}$ cm

Kesalahan yang dilakukan siswa :
Siswa salah dalam membuat sketsa gambar yang dimaksud soal. Kesalahan siswa berawal dari salah menentukan hasil proyeksi PL di bidang yang dimaksud soal. Siswa mengasumsikan bahwa segitiga POR merupakan segitiga siku – siku di O (hasil proyeksi menurut siswa)

2. **Cos α antara garis KR dengan bidang KLMN dengan panjang rusuk 8 cm**





Jawaban siswa :

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

$\cos A = b^2 + c^2 - a^2$

$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$\cos A = \frac{8^2 + (8\sqrt{3})^2 - (8\sqrt{2})^2}{2.8.8\sqrt{3}}$

$\cos A = \frac{64+192-128}{128\sqrt{3}}$

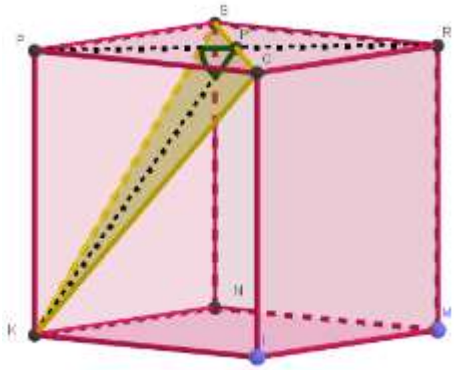
$\cos A = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$

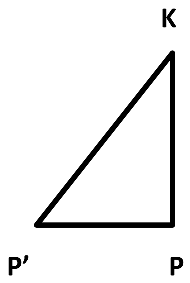
Jadi, cosinus sudut antara KR dengan bidang KLMN = $\frac{1}{3}\sqrt{3}$

Kesalahan yang dilakukan siswa :

Siswa kurang tepat dalam penggunakan rumus Cosinus sudutnya.

3. **Sinus α antara garis KP dengan bidang KQS dengan panjang rusuk nya 8 cm**





PP' = $\frac{1}{2}$ PR, PR = $8\sqrt{2}$ (diagonal sisi) sehingga PP' = $\frac{1}{2}$ x $8\sqrt{2}$ = $4\sqrt{2}$

KP = 8 cm (salah satu rusuk dari kubus KLMN. PQRS

KP' = $\sqrt{8^2 + (4\sqrt{2})^2}$

$= \sqrt{64 + 32} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$

Sehingga :

$\text{Sin} = \frac{Depan}{Miring} = \frac{8}{4\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{1}{3}\sqrt{6}$

Jadi, sinus sudut antara KP dengan bidang KQS adalah $\frac{1}{3}\sqrt{6}$

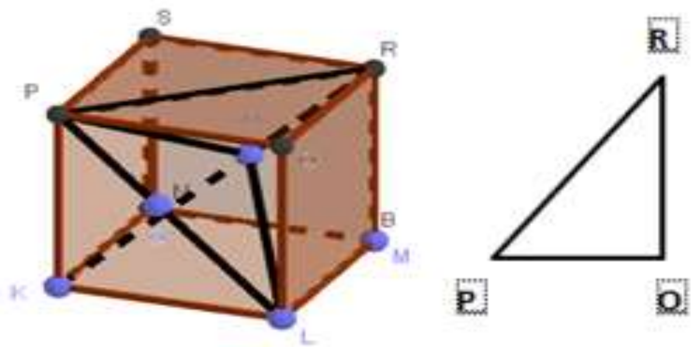
Kesalahan yang dilakukan siswa :

Siswa salah dalam menggambar sketsa yang dimaksud soal sehingga siswa salah dalam memntukan nilai sudut yang dicari. Seharusnya sudut yang dimaksud soal adalahh sudut K, tetapi siswa mencari sudut P' sehingga menyebabkan siswa salah dalam mensubstitusikan sisi 'depan'.

11.3 Solusi

A. Solusi dari Permasalahan yang dialami Siswa dalam Mengerjakan Soal Dimensi Tiga

1. Jarak antar garis PL ke bidang NMRS



Diketahui : panjang sisinya adalah 8 cm.

Ditanya : Jarak antara garis PL ke bidang NMRS

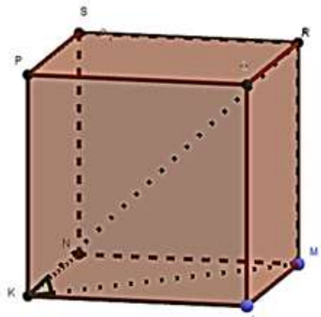
Jawaban :

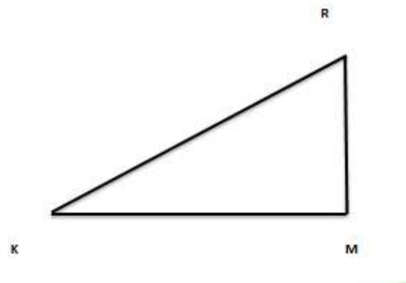
- Proyeksikan PL ke bidang NMRS sehingga didapat garis MS

- Perhatikan bidang KLOP, bidang PORS, dan bidang NMRS
- Jarak antara bidang KLOP ke bidang NMRS dapat dilihat dari bidang PORS.
- Sekarang perhatikan garis KL dan garis MS
- Jarak kedua garis itu dapat kita lihat rusuk dari salah satu bidang PORS, misalnya rusuk PS.
- Maka jarak kedua garis itu adalah panjang rusuk PS = 8 cm

Jadi jarak PL ke bidang NMRS adalah 8 cm

2. Cos α antara garis KR dengan bidang KLMN





Diketahui : Panjang rusuk adalah 8 cm
Ditanya : Cos α antara garis KR dengan bidang KLMN
Jawaban :

Perhatikan segitiga KMR siku-siku di M

Cos α = $\frac{samping}{miring}$

Cos α =$\frac{KM}{KR}$

Perhatikan segitiga KLM siku-siku di L

KM = $\sqrt{KL^2 + LM^2}$

= $\sqrt{(8)^2 + (8)^2}$

= $\sqrt{64 + 64}$

$= \sqrt{128}$

$= \sqrt{64 \ x \ 2}$

$= 8\sqrt{2}$ cm

Perhatikan segitiga KMR siku-siku di M

KR = $\sqrt{KM^2 + MR^2}$

$= \sqrt{(8\sqrt{2})^2 + (8)^2}$

$= \sqrt{128 + 64}$

$= \sqrt{192}$

$= \sqrt{64 \ x \ 3}$

$= 8\sqrt{3}$ cm

Sehingga didapat KM = $8\sqrt{2}$ cm dan KR = $8\sqrt{3}$ cm

Perhatikan segitiga KMR siku-siku di M

Cos $\alpha = \frac{samping}{miring}$

Cos $\alpha = \frac{KM}{KR}$

Cos $\alpha = \frac{8\sqrt{2}}{8\sqrt{3}}$

Cos $\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

Rasionalkan penyebutnya

Cos $\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ x $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

Cos $\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$

Cos $\alpha = \frac{1}{3}\sqrt{6}$

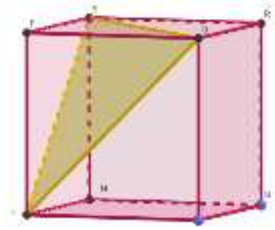
3. Sinus α antara garis KP dengan bidang KQS

Diketahui : Panjang rusuknya 8 cm

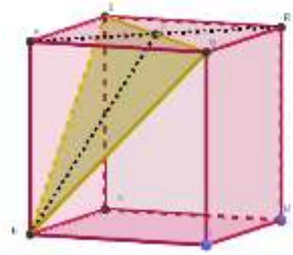
Ditanya : Sinus α antara garis KP dengan bidang KQS

Jawaban :

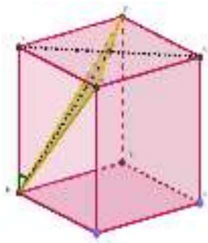
Diberikan kubus KLMN.PQRS dan buat bidang KQS



Buatgaris PR agar dapat membuat garis tinggi pada segitiga KQS.



Buatlah sudut yang terbentuk antar garis KP dengan bidang KQS



Perhatikan garis PR pada bidang PQRS

PR = diagonal sisi

PR = $\sqrt{PQ^2 + QR^2}$

$= \sqrt{(8)^2 + (8)^2}$

$= \sqrt{64 + 64}$

$= \sqrt{128}$

$= \sqrt{64 \; x \; 2}$

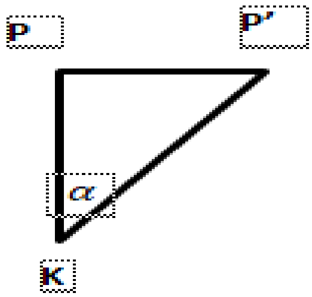
$= 8\sqrt{2}$ cm

PP' = $\frac{1}{2}$ PR

PP′ = $\frac{1}{2}$ x $8\sqrt{2}$

= $4\sqrt{2}$ cm

Perhatikan segitiga KPP′ siku-siku di P



Sin $\alpha = \frac{depan}{miring}$

Sin $\alpha = \frac{PP\prime}{KP\prime}$

Perhatikan segitiga KPP′ siku-siku di P

KP′ = $\sqrt{KP^2 + (PP')^2}$

= $\sqrt{8^2 + (4\sqrt{2})^2}$

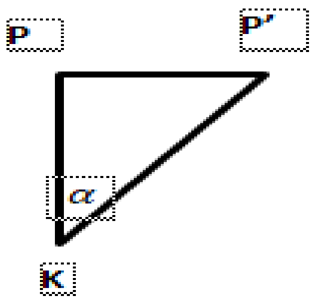
= $\sqrt{64 + 32}$

= $\sqrt{96}$

= $4\sqrt{6}$ cm

Sehingga didapat KP′ = $4\sqrt{6}$ cm dan PP′ = $4\sqrt{2}$ cm

Perhatikan segitiga KPP′ siku-siku di P



Sin $\alpha = \frac{depan}{miring}$

Sin $\alpha = \frac{PP\prime}{KP\prime}$

Sin α = $\frac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{6}}$

Sin α = $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$

Rasionalkan penyebutnya

Sin α = $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$ x $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$

Sin α = $\frac{\sqrt{12}}{6}$

Sin α = $\frac{1}{3}\sqrt{3}$

B. Penggunaan Geogebra dalam Menyelesaikan Persoalan Dimensi Tiga

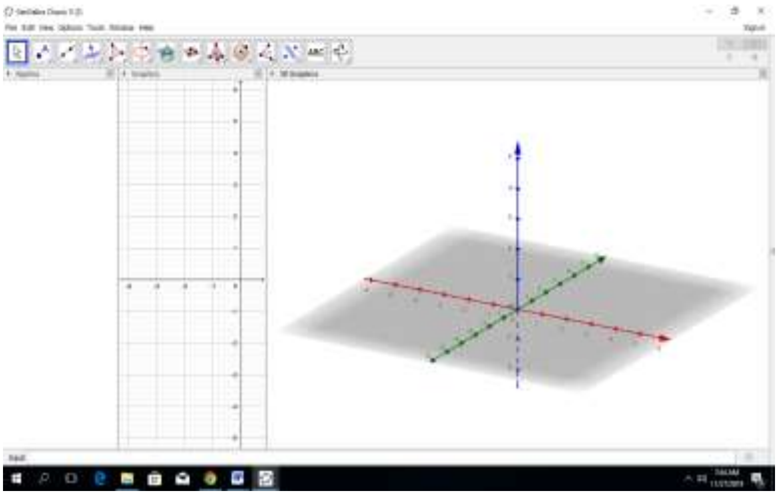
Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan rusuk 10 cm. Kosinus sudut antara garis GC dan bidang BDG adalah ....

Pembahasan :

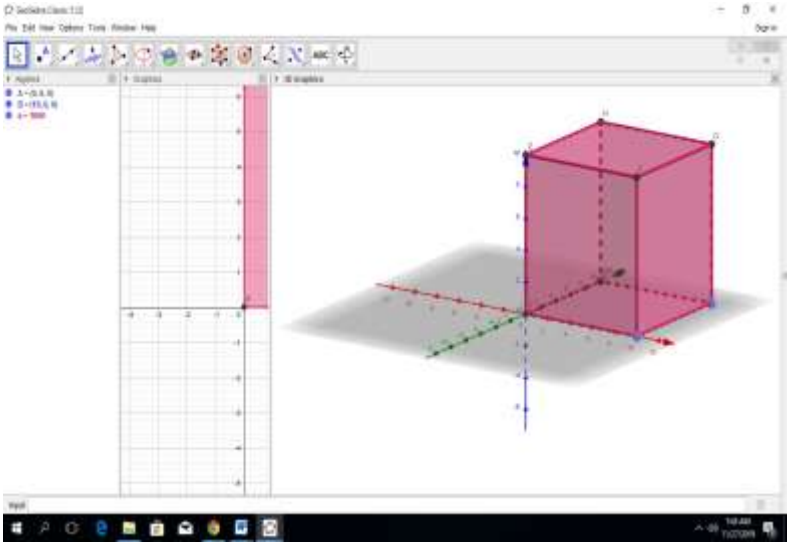
Diketahui : ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 10 cm
Ditanya : Kosinus sudut antara garis GC dan bidang BDG
Jawab :

Langkah – Langkah Penyelesaian Dengan Geogebra

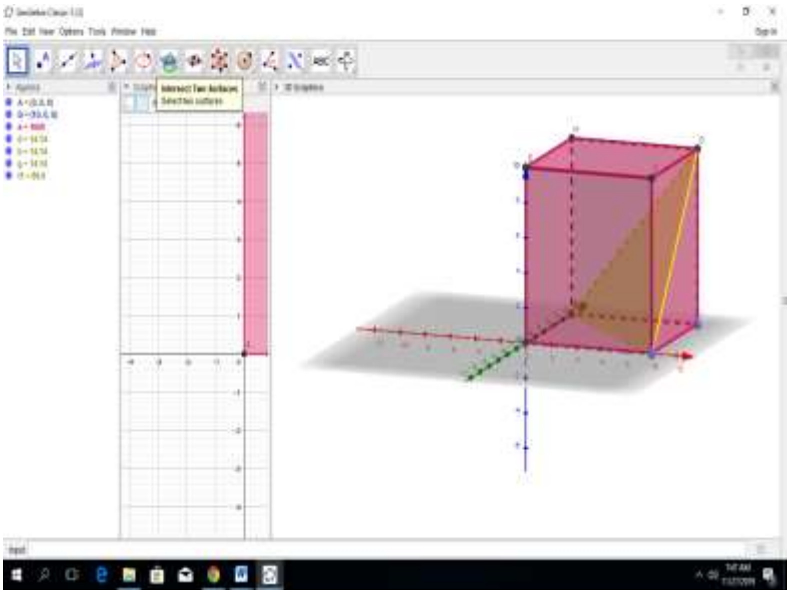
1. Buatlah kubus pada geogebra dengan mengaktifkan fitur 3D Grapichs



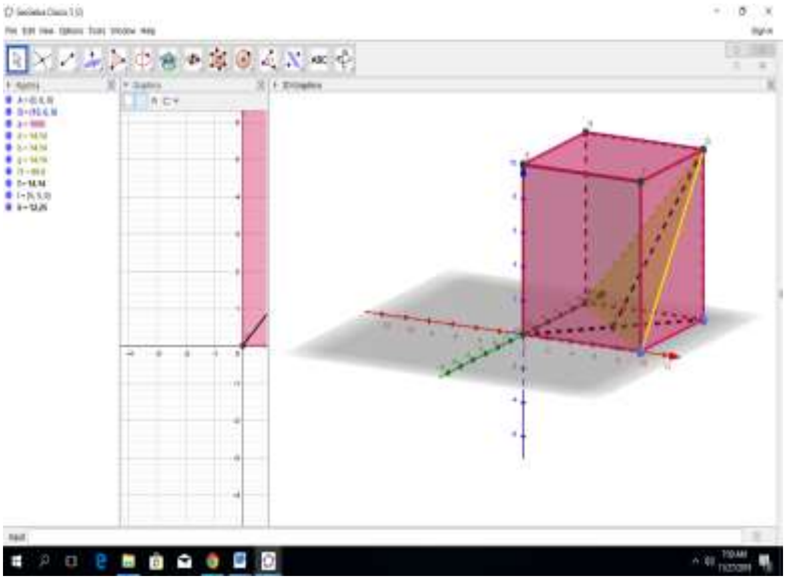
2. Buatlah kubus ABCD.EFGH dengan menggunakan fitur **cube** dengan panjang rusuk 10 cm



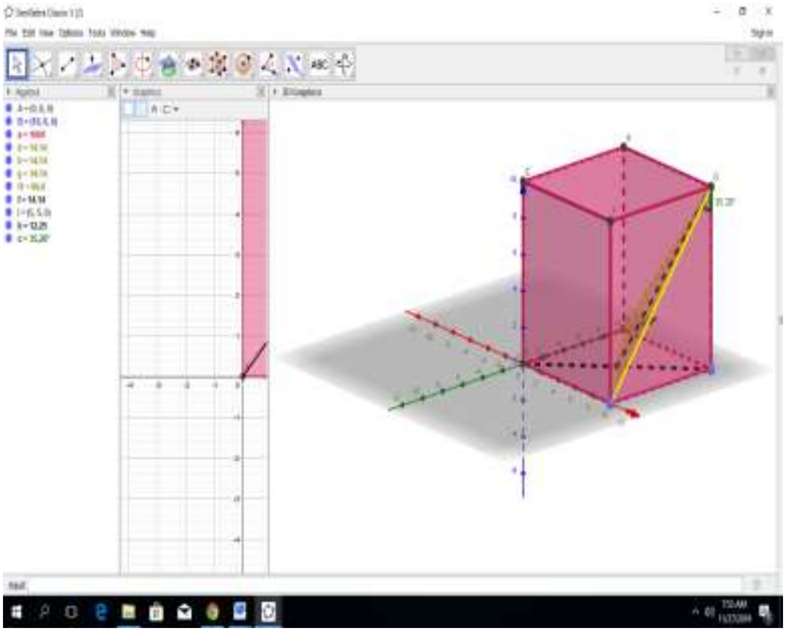
3. Buatlah bidang BDG pada kubu ABCD.EFGH dengan menggunakan fitur **polygon**



4. Buatlah garis tinggi segtiga BDG dengan cara mencari titik perpotongan antara diagonal sisi AC dan BD kemudian, membuat garis dari G ke titik perpotongan yang didapat menggunakan fitur **segment**



5. Sehingga didapat sudut yang terbentuk antara garis GC dang Bidang BDG yaitu sudut G pada ΔCIG, kemudian cari sudut G dengan menggunakan fitur **angle**



6. Jadi didapat kosinus antara garis GC dan bidang BDG yaitu
   Cos 35.26° = 0.8165408119

BAB 12

PELUANG DAN TRANSFORMASI GEOMETRI

$$\left(\begin{array}{c} Oleh: \\ Luluk\ Lutfiya\ (A1C017022) \\ Monica\ Celine\ Pratiwi\ (A1C017030) \\ Lilia\ Gina\ Febrila\ (A1C017060) \end{array}\right)$$

12.1 Materi

A. Belajar dan Pembelajaran

Sugihartono (2007: 74) mendefinisikan belajar sebagai suatu proses memperoleh pengetahuan dan pengalaman dalam wujud perubahan tingkah laku dan kemampuan berinteraksi yang relatif permanen atau menetap karena adanya interaksi individu dengan lingkungannya. Sementara itu, belajar dalam paham konstruktivisme, seperti halnya yang dikemukakan oleh Jerome Brunner (Sugihartono, 2007: 111) merupakan proses yang bersifat aktif terkait dengan ide discovery learning yaitu siswa berinteraksi dengan lingkungan melalui eksplorasi dan manipulasi objek, membuat pertanyaan dan menyelenggarakan penelitian.

Menurut Piaget (Sugihartono, 2007: 110), proses belajar terdiri dari tiga tahapan, yaitu tahap asimilasi, tahap akomodasi, dan tahap equilibrasi.

a) Tahap Asimilasi Tahap ini merupakan tahap dimana informasi baru disatukan atau diintegrasikan ke struktur kognisi (skema/skemata) yang sudah ada di dalam benak siswa. Ketika suatu informasi dikenalkan kepada seseorang dan ternyata informasi tersebut cocok dengan skema/skemata yang sudah ada di pikirannya maka informasi tersebut akan diasimilasi sehingga terbentuk pengetahuan baru.

b) Tahap Akomodasi Tahap akomodasi diartikan sebagai penyesuaian skema/skemata pada siatuasi yang baru. Ketika suatu informasi baru dikenalkan pada seseorang dan informasi tersebut tidak dapat langsung diasimilasikan dengan skemata yang sudah ada, maka ada dua kemungkinan. Pertama, jika informasi baru tersebut hanya kurang sesuai dengan skemata yang sudah ada, maka skemata yang sudah ada tersebut direkonstruksi sehingga cocok dengan informasi yang baru. Kedua, jika informasi baru tersebut benar-benar tidak cocok dengan skemata yang sudah ada maka akan dibentuk skemata baru yang cocok dengan informasi baru tersebut.

c) Tahap Equilibrasi/penyeimbangan Tahap equilibrasi diartikan sebagai penyesuaian berkesinambungan antara asimilasi dan akomodasi. Proses akomodasi dimulai ketika pengetahuan baru yang dikenalkan tidak cocok dengan struktur kognitif (skema/skemata) yang sudah ada, sehingga terjadi disequilibrium. Kemudian, skemata yang sudah ada direkonstruksi agar sesuai dengan informasi baru yang diberikan, sehingga terjadi 11 equilibrium. Adanya proses tersebut menyebabkan informasi baru dapat diakomodasi dan selanjutnya diasimilasikan menjadi pengetahuan baru. Penjelasan di atas mengarahkan pada kesimpulan bahwa belajar menurut paham konstruktivisme adalah proses aktif dimana siswa mengkonstruksikan pengetahuannya sendiri.

Pembelajaran ditinjau dari paham konstruktivisme menurut Sugihartono (2007: 114) merupakan pembentukan lingkungan belajar yang dapat membantu siswa untuk membangun konsep-konsep atau prinsip-prinsip siswa berdasarkan kemampuannya sendiri melalui proses internalisasi. Menurut Made Wena (2009: 52) tujuan akhir dari pembelajaran adalah menghasilkan siswa yang memiliki pengetahuan dan keterampilan dalam pemecahan masalah yang dihadapi kelak di masyarakat.Hal ini sejalan dengan pandangan Polya (1960: 4) yang mengatakan bahwa point utama dalam pembelajaran matematika adalah untuk mengembangkan taktik dalam pemecahan masalah.Jadi, pembelajaran yaitu pembentukan lingkungan belajar yang memfasilitasi siswa untuk membangun konsep dan prinsip berdasar kemampuannya sendiri dengan tujuan akhirnya yaitu kemampuan memecahkan masalah.

Adapun ciri-ciri pembelajaran dalam pandangan kognitif (Sugihartono, 2007: 114-115) adalah sebagai berikut.

a) Menyediakan pengalaman belajar dengan mengaitkan pengetahuan yang dimiliki siswa terbentuk pengetahuan baru,
b) menyediakan berbagai alternatif pengalaman belajar, misalkan menyelesaikan masalah tidak hanya dengan satu cara,
c) mengintegrasikan pembelajaran dengan hal yang realistik dan relevan dimana hal tersebut melibatkan pengalaman konkrit,
d) mengintegrasikan pembelajaran sehingga terjadi interaksi dan kerja sama, baik dengan orang lain maupun dengan lingkungannya,
e) memanfaatkan berbagai media baik lisan maupun tertulis, sehingga pembelajaran menjadi lebih efektif,
f) melibatkan siswa, baik secara emosional maupun sosial sehingga siswa menjadi tertarik dan mau belajar.

B. Peluang Kejadian Majemuk

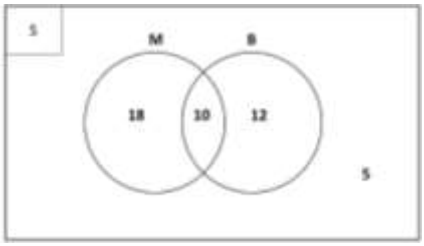
1. Peluang Dua Kejadian Sembarang

Untuk dua kejadian sembarang A dan B pada ruang sampel S, berlaku rumus:

$$\mathbf{P\ (A \cup B) = P\ (A) + P\ (B) - P\ (A \cap B)}$$

Contoh :

Dari 45 siswa pada suatu kelas, diketahui 28 siswa suka Matematika, 22 siswa suka bahasa Inggris, dan 10 siswa suka kedua-duanya. Jika seorang siswa dipilih secara acak, tentukan peluang siswa yang terpilih adalah yang menyukai Matematika atau bahasa Inggris!

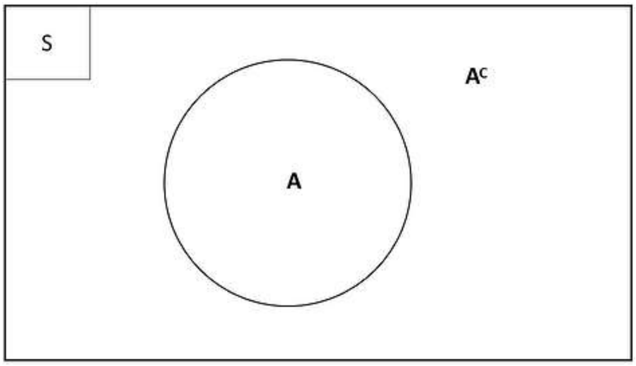


Diketahui :
n(S) = 45
Suka Matematika, n(M) = 28
Suka Bahasa Inggris, n(B) = 22
Suka keduanya, n(M ∩ B) = 10
Jawab :
Peluang terpilih yang suka Matematika atau Bahasa Inggris ialah:

$$P\,(M\,\cup\,B) = P\,(M) + P\,(B) - P\,(M\,\cap\,B)$$
$$= \frac{28}{45} + \frac{22}{45} - \frac{10}{45}$$
$$= \frac{40}{45}$$
$$= \frac{8}{9}$$

2. **Komplemen Suatu Kejadian**

$P\,(A^c) = 1 - P\,(A)$



Contoh:

Sebuah dadu dilempar sekali, tentukan peluang munculnya mata dadu lebih dari dua.

Jawab:

Sebuah dadu dilempar sekali, maka n (S) = 6

Jika A = {mata dadu lebih dari sama dengan 2}={3,4,5,6}

Sehingga A^c = { mata dadu kurang dari atau sama dengan 2 } = {1, 2}, n(A^c) = 2

$$P(A^c) = \frac{n(A^c)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Sehingga $P(A) = 1 - P(A^c)$

$$= 1 - \frac{1}{3}$$

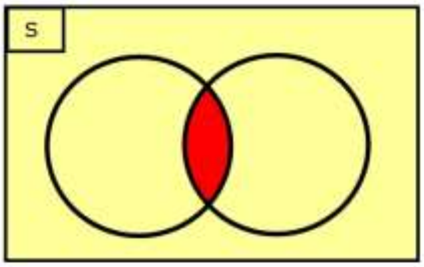
$$= \frac{2}{3}$$

Jadi, peluang munculnya mata dadu lebih dari 2 adalah 2/3

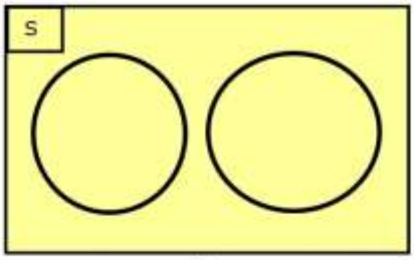
3. Peluang Dua Kejadian Saling Lepas

Jika pada peluang dari dua kejadian atau lebih terdapat irisan kejadian maka disebut **kejadian tidak saling lepas**.Jika tidak ada kejadian irisan atau tidak ada anggota irisan disebut **kejadian saling lepas** atau **kejadian saling terpisah**.

$$\mathbf{P\,(A \cup B) = P(A) + P\,(B)}$$



a



b

Contoh:

1) Pada pelemparan sebuah dadu bermata 6, berapakah peluang mendapatkan dadu mata 1 atau 3 ?

   Jawab:

   A = {1}, B = {3}

   n(A) = 1, n(B) = 1

   Peluang mendapatkan dadu mata 1 atau 3:

   $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

   $P(A \cup B) = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)}$

   $P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$

   $P(A \cup B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

2) Dua buah dadu dilemparkan bersama-sama satu kali. Berapakah peluang muncul jumlah angka kedua dadu sama dengan 4 atau 9?

		Dadu Kedua					
		1	2	3	4	5	6
Dadu Pertama	1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

A = {muncul jumlah angka kedua dadu sama dengan 4} = {(1,3),(2,2),(3,1)}

n(A) = 3

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

B = {muncul jumlah angka kedua dadu sama dengan 9} = {(3,6),(4,5),(5,4),(6,3)}

n(B) = 4

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{36}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{3}{36} + \frac{4}{36} = \frac{7}{36}$$

4. Dua Kejadian Saling Bebas

Kejadian A dan B dikatakan saling bebas jika kejadian A tidak mempengaruhi kejadian B dan kejadian B tidak mempengaruhi kejadian A. Dirumuskan:

P (A ∩ B) = P (A) X P (B)

Contoh:

Jika peluang Andi dapat menyelesaikan suatu soal adalah 0,4 dan peluang Budi dapat menyelesaikan soal yang sama adalah 0,3 maka peluang mereka berdua dapat menyelesaikan soal tersebut adalah …

Jawab :

P(A) = 0,4

P(B) = 0,3

Peluang Andi dan Budi dapat menyelesaikan soal:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0{,}4 \times 0{,}3 = 0{,}12$$

5. **Peluang Dua Kejadian Bersyarat**

Jika kejadian A dan B tidak saling bebas, kejadian B dipengaruhi oleh kejadian A atau kejadian B dengan syarat A, dirumuskan:

$$\mathbf{P(B|A)} = \frac{\mathbf{P(A \cap B)}}{\mathbf{P(A)}} \ \mathbf{atau} \mathbf{P(A \cap B)} = \mathbf{P(A)} \times \mathbf{P(B|A)}$$

Contoh:

Sebuah dadu dilempar sekali.Tentukan peluang munculnya mata dadu ganjil dengan syarat munculnya kejadian mata dadu prima lebih dahulu.

Jawab:

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, n(S) = 6

A = Kejadian munculnya angka prima

A = {2, 3, 5}, n(A) = 3

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

B = Kejadian muncul mata dadu ganjil

B = {1, 3, 5}

$(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = \{3,5\}$

$$P\big((\mathrm{A} \cap \mathrm{B})\big) = \frac{n(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Peluang munculnya mata dadu ganjil dengan syarat munculnya kejadian mata dadu prima lebih dahulu:

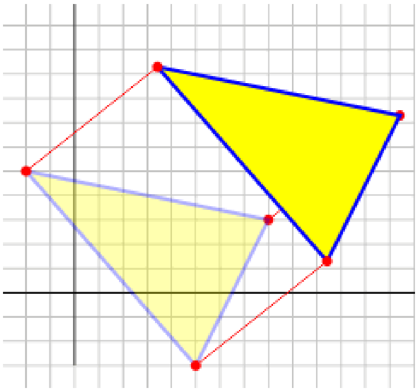
$$\mathrm{P(B|A)} = \frac{\mathrm{P(A \cap B)}}{\mathrm{P(A)}} = \frac{1/3}{1/2} = \frac{2}{3}$$

C. Transformasi Geometri

1. Translasi

Translasi adalah sebua jenis transformasi yang memindahkan suatu titik sepanjang garis lurus dengan arah dan jarak.Yang artinya ialah translasi itu hanya perpindahan titik.

Kita akan mengambil contoh sebuah perosotan, kalau kawan – kawan perhatikan baik – baik, di perosotan itu hanya ada mengubah titik awal yaitu puncak perosotan yang menuju ke titik akhir yaitu ujung perosotan. Contoh gambar nya seperti ini :



Translasi (Pergeseran)

Dengan rumus nya yaitu :

(x′ , y′) = (a , b) + (x , y)

Keterangan :

(x′ , y′) = titik bayangan.

(a , b) = vektor translasi.

(x , y) = titik asal.

Contoh :

1) Tentukan bayangan titik A(3,2) jika ditranslasikan oleh T(2,3)

   Menggunakan rumus translasi

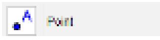
   $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

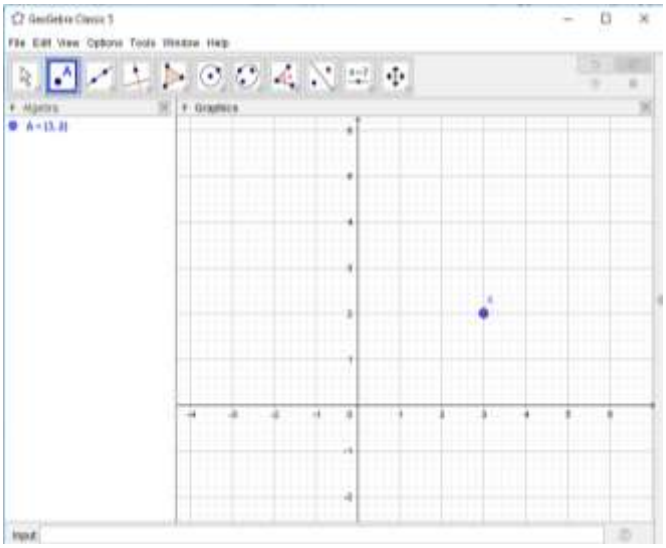
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

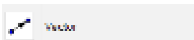
Menggunakan Geogebra

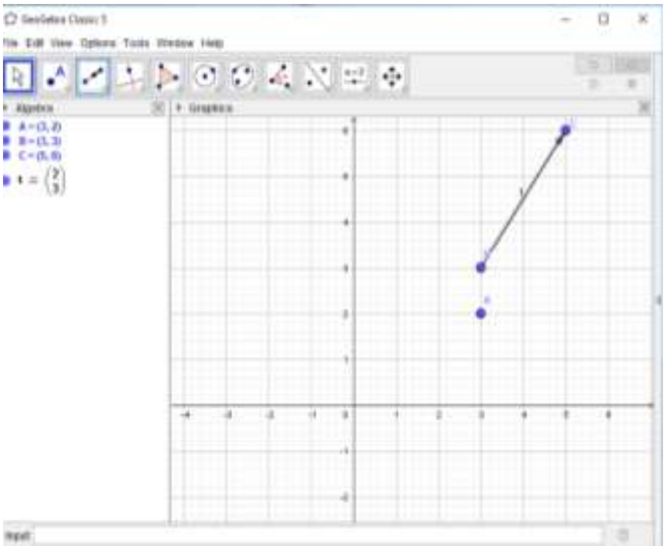
a. Buat sebuah titik A(3,2) menggunakan tool

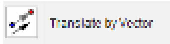


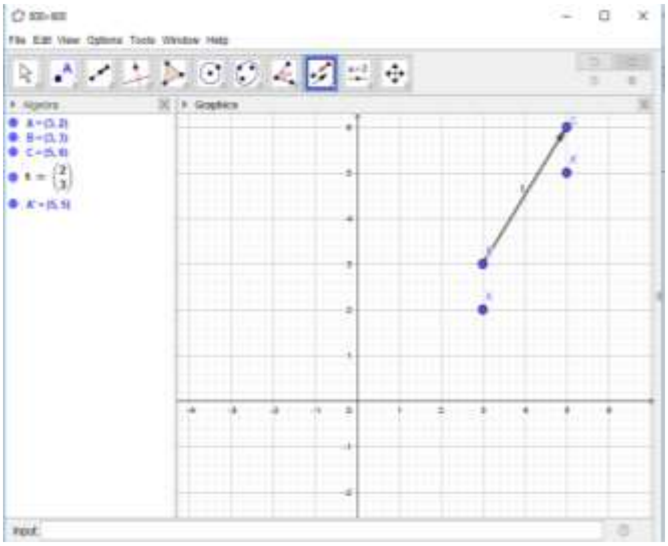


b. Buat sebuah vector T(2,3) menggunakan tool





c. Translasikan titik A terhadap vector t menggunakan tool 



Terbentutuk titik bayangan A′(5,5)

2. Refleksi

Seperti halnya bayangan pada benda yang terbentuk dari sebuah cermin. Sebuah objek yang mengalami refleksi akan memiliki bayangan benda yang dihasilkan oleh sebuah cermin.Hasil dari refleksi dalam bidang kartesius tergantung sumbu yang menjadi cerminnya. Pembahasan materi refleksi yang akan diberikan ada 7 jenis. Jenis – jenis tersebut antara lain yakni :

Jenis Pencerminan	Matriks
Sumbu *x*	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
Sumbu *y*	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Garis y = x	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
Garis y = −x	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
Titik O(0,0)	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
Garis x = h	$\begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
Garis y = k	$\begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

Contoh :

1) Tentukan bayangan titik A(1,2) jika direfleksikan terhadap sumbu x dan garis y=-x

   Menggunakan rumus refleksi

- Refleksi terhadap sumbu x

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

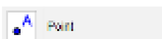
- Refleksi terhadap garis y=-x

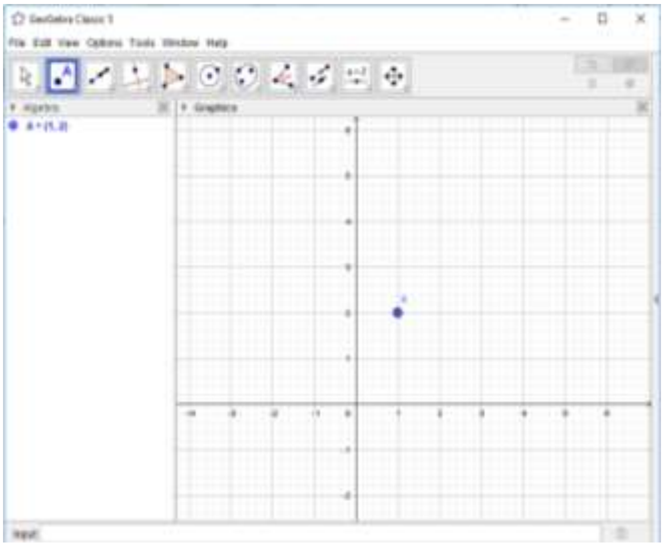
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

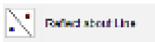
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

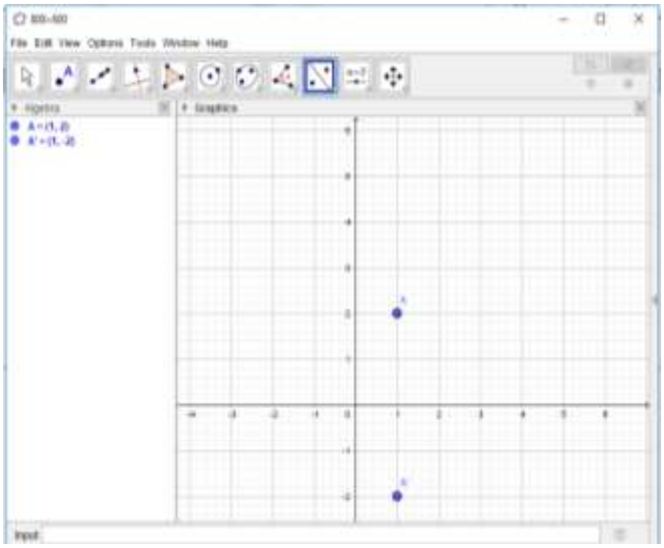
Menggunakan geogebra

a. Buat sebuah titik A(1,2) menggunakan tool

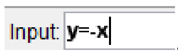




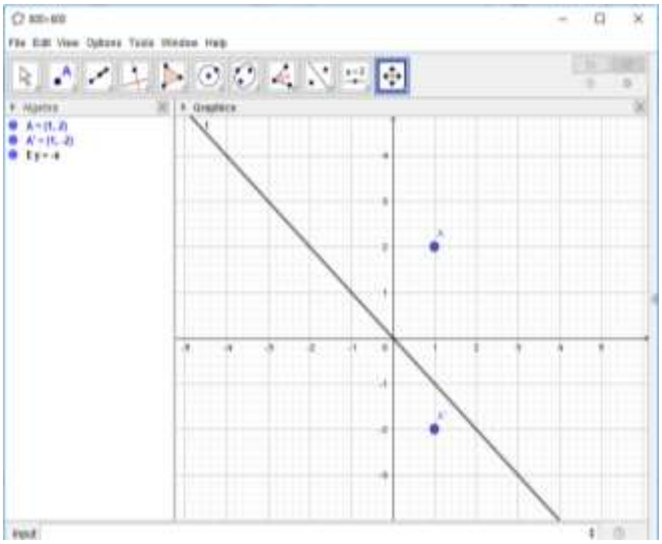
b. Refleksikan titik A terhadap sumbu x menggunakan tool 

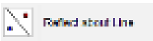


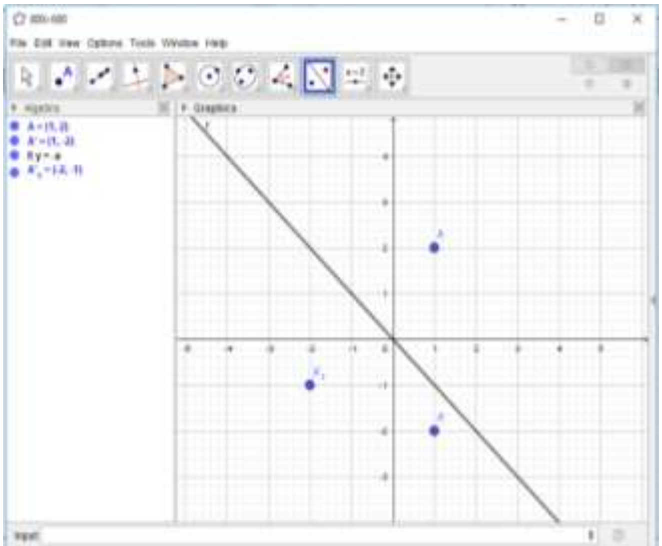
Akan terbentuk titik $A'(1,-2)$

c. Ketikkan garis y=-x dikotak input 

. Lalu tekan enter



d. Refleksikan kembali titik A terhadap garis y=-x menggunakan tool 



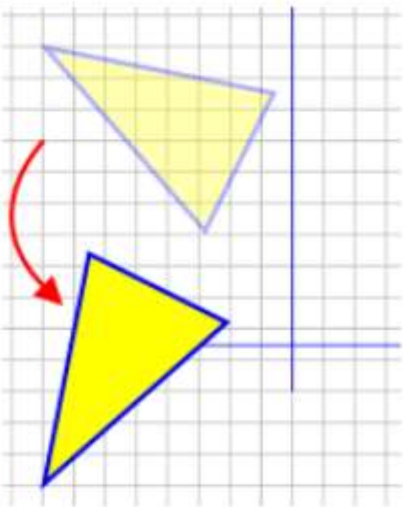
Terbentuk titik $A_1'(-2,-1)$

3. Rotasi

Kita semua pasti pernah melihat yang namanya bianglala, yang bisaanya terdapat di pasar malam.Bianglala tersebut merupakan sebuah contoh dari rotasi dalam transformasi geometri.

Rotasi dalam hal ini dapat dipahami sebagai memindahkan dari suatu titik ke titik yang lain. Prinsipnya ialah yakni dengan memutar terhadap sudut dan titik pusat tertentu yang memiliki jarak sama dengan setiap titik yang diputar.

Namun perlu di ingat bahwa rotasi itu tidak dapat mengubah ukuran.



Dan rumus dari rotasi ialah :

Rotasi	Bayangan	Matriks
R(O,90°)	(-y, x)	$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
R(O,90°)	(y, -x)	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$
R(O,180°)	(-x, -y)	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
R(O,270°)	(y, -x)	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$
R(O,-270°)	(-y, x)	$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

Contoh :

1) Tentukan bayangan titik A(2,1) yang dirotasikan dengan pusat O(0,0) sebesar 45°

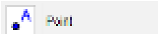
   Menggunakan rumus

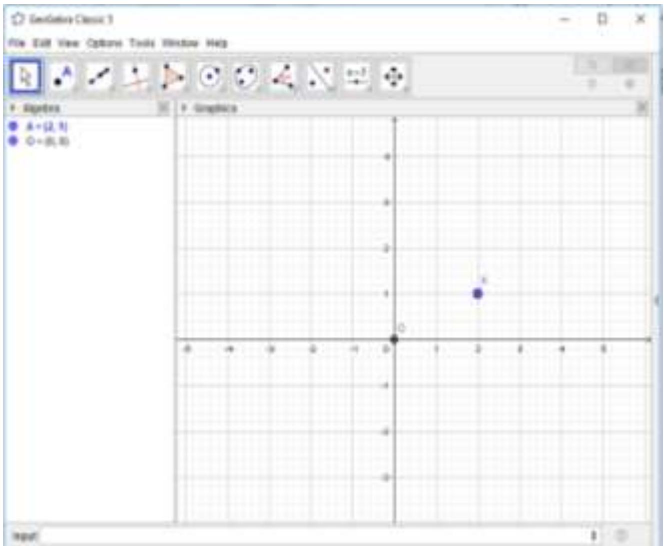
   $$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 270° & -\sin 270° \\ \sin 270° & \cos 270° \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

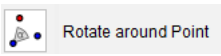
   $$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

   $$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

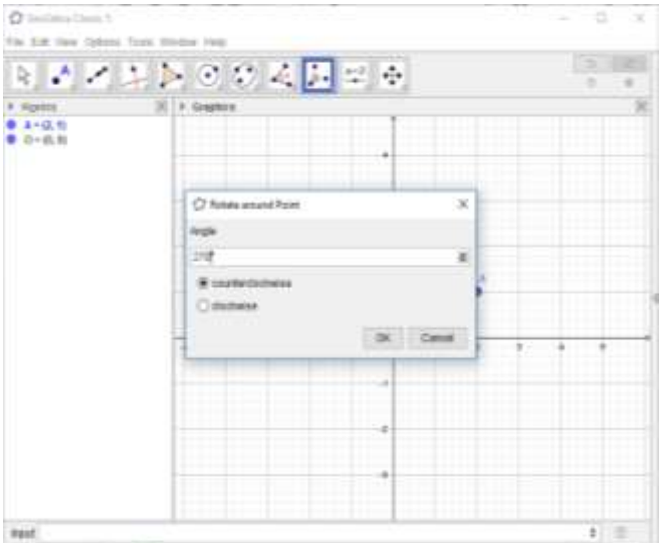
   Menggunakan geogebra

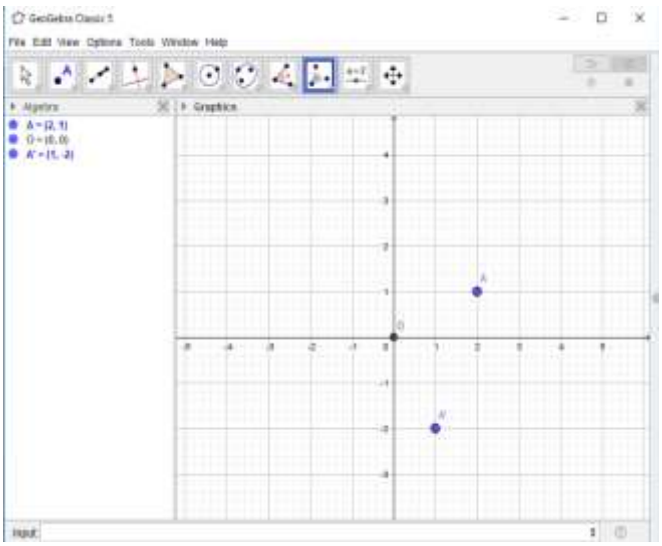
   a. Buat sebuah titik A(2,1) dan O(0,0) menggunakan tool 

   b. Rotasikan titik A(2,1) terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 270° menggunakan tool 

   . Isikan 270° pada kotak Angle, lalu klik OK





Terbentuk titik $A'(1, -2)$

4. Dilatasi

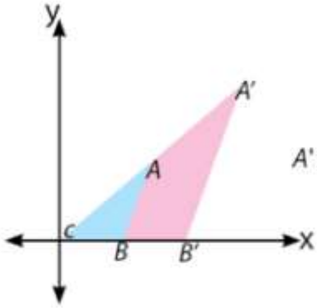
Dilatasi disebut juga dengan suatu perbesaran atau pengecilan suatu objek.Jika dalam transformasi pada translasi, refleksi, dan rotasi hanya dengan mengubah posisi benda.

Maka dilatasi melakukan transformasi geometri dengan merubah ukuran bendanya.Ukuran benda yang dapat menjadi lebih besar atau lebih kecil.

Perubahan ini bergantung pada skala yang akan menjadi faktor pengalinya.

Rumus dalam dilatasi ada 2 macam, yang dibedakan dengan berdasarkan pusatnya. Selanjutnya perhatikan uraian rumus untuk transformasi geometri pada dilatasi di bawah ini :

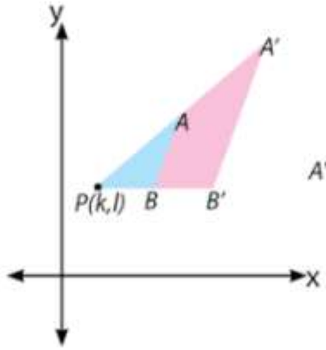
1) Dilatasi titik A (a , b) terhadap pusat O (0 , 0) dengan faktor skala m.



$$A' = \begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} am \\ bm \end{pmatrix}$$

Dilatasi titik A(a, b) terhadap pusat O(0,0)

2) Dilatasi titik A (a , b) terhadap pusat P (k , l) dengan faktor skala m.



$$A' = \begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a-k \\ b-l \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k \\ l \end{pmatrix}$$

Dilatasi titik A(a, b) terhadap pusat P(k,l)

Dan rumus dari dilatasi ialah :

$$(x,y) \xrightarrow{[O,\, k]} (x',y')$$

$$(x,y) \xrightarrow{[(a,b),\, k]} (x',y')$$

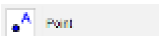
Contoh :

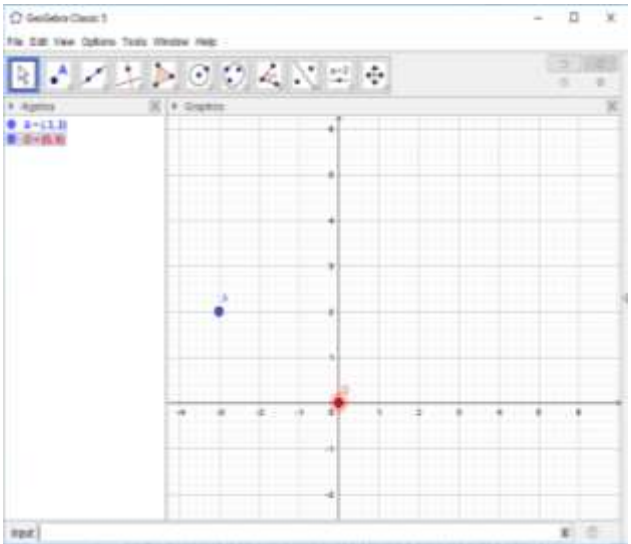
1) Tentukan bayangan titik A(-3,2) jika didilatasikan dengan skala k=5 terhadap titik pusat O(0,0)

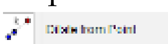
   Menggunakan rumus dilatasi

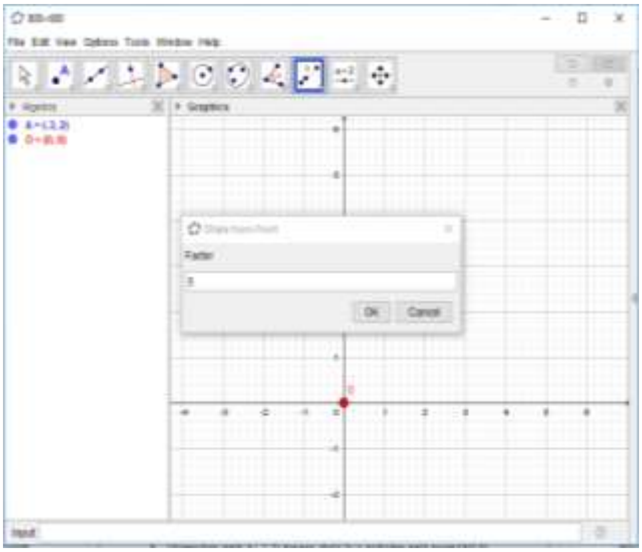
   $$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

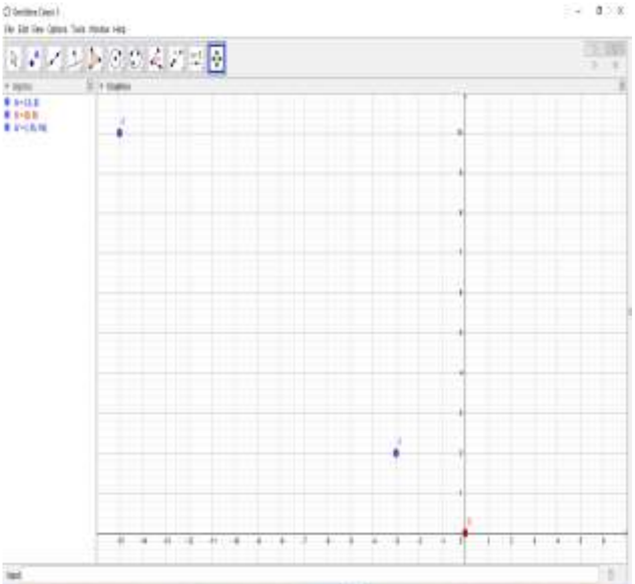
   Menggunakan aplikasi geogebra

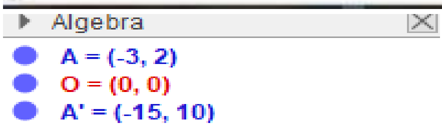
   a. Buat sebuah titik A(-3,2) dan O(0,0) menggunakan tool 

   b. Dilatasikan titik A(-3,2) dengan skala k=5 terhadap titik pusat O(0,0)menggunakan tool . Isikan angka 5 pada kotak input *facto,* lalu klik OK.





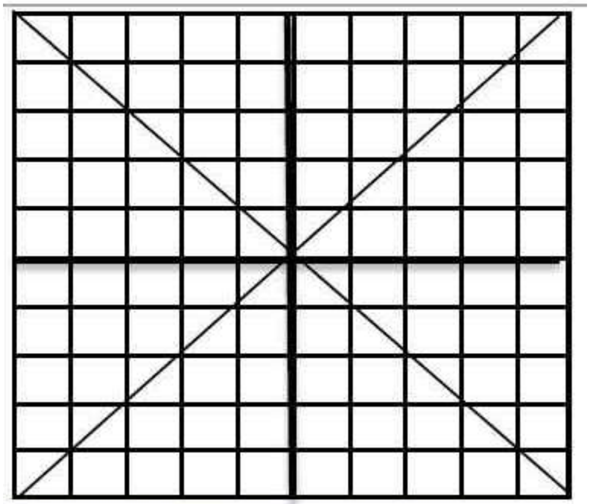


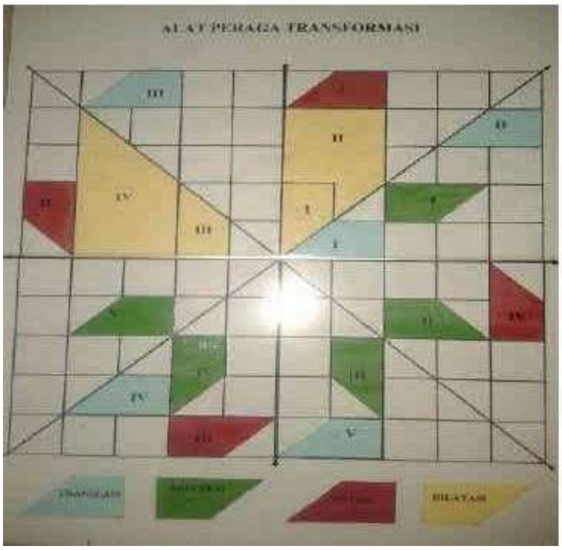
Akan terbentuk titik bayangan $A'(-15,10)$

5. **Media pembelajaran.**

Salah satu contoh media pembelajaran yang dapat membantu peserta didik dalam mempelajari materi transformasi geometri sebagai berikut :

a) Bentuk alat peraga





b) Indikator

Menemukan konsep transformasi dan sifat-sifat transformasi (translasi, refkeksi, rotasi, dan dilatasi)

c) Cara penggunaan

1) Translasi

Peserta didik diminta untuk mengamati pergerakan bangun trapesium berwarna biru pada koordinat kartesius dengan mengasumsikan bahwa pergerakan ke atas adalah searah sumbu y positif, ke bawah adalah searah sumbu y negatif, ke kanan searah sumbu x positif, dan ke kiri searah sumbu x negatif.

posisi awal Trapesium biru I adalah di titik (0,0), (2,0), (2,1), dan (1,1), kemudian bergerak ke trapesium II.

Berdasarkan papan transformasi, trapesium bergerak 3 langkah ke kanan dan 3 langkah keatas dari titik (0,0) ke titik (3,3), (2,0) ke (5,3), (2,1) ke (5,4), dan (1,1) ke (4,4). Hal ini berarti :

$$3,3 = 0 + 3, 0 + 3 \;;$$
$$5,3 = 2 + 3, 0 + 3 \;;$$
$$5,4 = 2 + 3, 1 + 3 \;;$$
$$4,4 = 1 + 3, 1 + 3 \;.$$

Kemudian dari trapesium biru II ke trapesium biru III. Posisi awal Trapesium biru II adalah $(3,3),(5,3),\ 5,4\ ,(4,4)$ kemudian bergerak ke trapesium III.

Berdasarkan papan transformasi, trapesium bergerak 7 langkah kekiri dan 1 langkah kebawah dari titik (3,3) ke (-4,4), (5,3) ke (-2,4), $5,4\ ke\ -2,5\ ,\ 4,4\ ke\ -3,5$. Hal ini berarti :

$$-4,4 = 3 + -7\ ,3 + 1$$

$$-2,4 = 5 + -7\ ,3 + 1$$

$$-2,5 = 5 + -7\ ,4 + 1$$

$$-3,5 = 4 + -7\ ,4 + 1$$

$$-2,4 = 5 + -7\ ,3 + 1$$

$$-2,5 = 5 + -7\ ,4 + 1$$

$$-3,5 = 4 + -7\ ,4 + 1$$

Kemudian dari trapesium biru III ke trapesium biru IV.

posisi awal Trapesium biru III adalah $-4,4\ ,$

$-2,4\ ,\ -2,5\ ,\ -3,5$ kemudian bergerak ke trapesium IV.

Berdasarkan papan transformasi, trapesium bergerak 8 langkah kebawah dari titik (-4,4) ke (-4,-4), (-2,4) ke (-2,-

4), (-2,5) ke (-2,-3), (-3,5) ke (-3,-3). Hal ini berarti :

$$-4,-4 \;=\; -4+0,4+(-8)$$

$$-2,-4 \;=\; -2+0,4+(-8)$$

$$-2,-3 \;=\; -2+0,5+(-8)$$

$$-3,-3 \;=\; -3+0,5+(-8)$$

Kemudian dari trapesium biru IV ke trapesium biru V.

posisi awal Trapesium biru IV adalah $-4,-4$,

$-2,-4$, $-2,-3$, $-3,-3$ kemudian bergerak ke trapesium V.

Berdasarkan papan transformasi, trapesium bergerak 4 langkah ke kanan dan 1 langkah ke bawah dari titik (-4,-4) ke (0,-5), (-2,-4) ke (2,-5), (-2,-3) ke (2,-4), (-3,-3) ke (1,-4). Hal ini berarti :

$$0,-5 \;=\; -4+4,-4+\;\;-1$$

$$2,-5 \;=\; -2+4,-4+\;\;-1$$

$$2,-4 \;=\; -2+4,-3+\;\;-1$$

$$1,-4 \;=\; -3+4,-3+(-1)$$

Peserta didik diminta untuk mengamati pola perubahan titik yang terjadi.

12.2 Hasil, Model dan Metode

A. Materi Peluang Kejadian Majemuk

1. Hasil Belajar

Hasil belajar siswa di SMAN 5 Kota Bengkulu dan SMAN 1 Arga Makmur pada materi "Peluang Kejadian Majemuk" menunjukkan hasil yang baik, 75% dari jumlah siswa kelas IX tuntas dan mengerti mengenai materi ini.

2. Model dan Metode Pembelajaran

Pendekatan : Saintifik

Model Pembelajaran : *Discovery Learning* dan *Project Based Learning* (Dipadukan bergantung pada situasi)

Metode Pembelajaran : ceramah, diskusi, tanya jawab, latihan, dan penugasan

B. Materi Transformasi Geometri

1. Hasil Belajar

Hasil belajar siswa di SMAN 5 Kota Bengkulu dan SMAN 1 Arga Makmur pada materi "Peluang Kejadian Majemuk" menunjukkan hasil yang baik, 75% dari jumlah siswa kelas IX tuntas dan mengerti mengenai materi ini.

2. Model dan Metode Pembelajaran

Pendekatan : Saintifik

Model Pembelajaran : *Discovery Learning* dan *Project Based Learning* (Dipadukan bergantung pada situasi)

Metode Pembelajaran : ceramah, diskusi, tanya jawab, latihan, dan penugasan

12.3 Permasalahan Pembelajaran Pada Pokok Bahasan (di *SMAN 5 Kota Bengkulu* dan *SMAN 1 Arga Makmur* kelas XII semester 2)

A. Materi Peluang Kejadian Majemuk

1. Kesulitan yang di Alami Guru

Sejauh ini kesulitan yang dialami guru secara keseluruhan ketika menyampaikan materi peluang kejadian majemuk ialah, tantangan yang diperoleh guru pada pembelajaran materi peluang kejadian maajemuk ini ketika peserta didik masih bingung dan ragu-ragu dalam menunjukkan kejadian apa yang terjadi pada soal yang diberikan.

2. Kesulitan yang di Alami Siswa

Ada beberapa kesulitan yang dialami peserta didik mengenai materi peluang kejadian majemuk, yaitu ;

a. Peserta didik kurang mampu menalar soal yang disajikan
b. Peserta didik terkadang tidak memahami soal yang ditanyakan
c. Pesertadidik terkadang lupa dengan rumus ataupun salah menempatkan rumus peluang kejadian majemuk
d. Peserta didik kurang mampu dalam membedakan soal antara peluang kejadian sembarang, komplemen suatu kejadian, peluang dua kejadian saling lepas, dan kejadian saling bebas, peluang dua kejadian bersyarat.

Contoh kesalahan siswa :

1) Dua buah dadu dilemparkan bersama-sama satu kali. Berapakah peluang muncul jumlah angka kedua dadu sama dengan 3 atau 10?

Jawab :

$n(S) = 36$

A : Jumlah angka adalah 3

B : Jumlah angka adalah 5

Dari ruang sampel pelemparan dua buah dadu diperoleh

$A = \{(1,2),(2,1)\} \rightarrow n(A) = 2$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{36}$$

$B = \{(4,6),(5,6),(6,4)\} \rightarrow n(B) = 3$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

Maka,

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$= \frac{2}{36} \times \frac{3}{36}$$

$$= \frac{1}{216}$$

Jawaban yang benar :

		Dadu Kedua					
		1	2	3	4	5	6
Dadu Pertama	1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

A = {(1,2),(2,1)}

n(A) = 2

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{36}$$

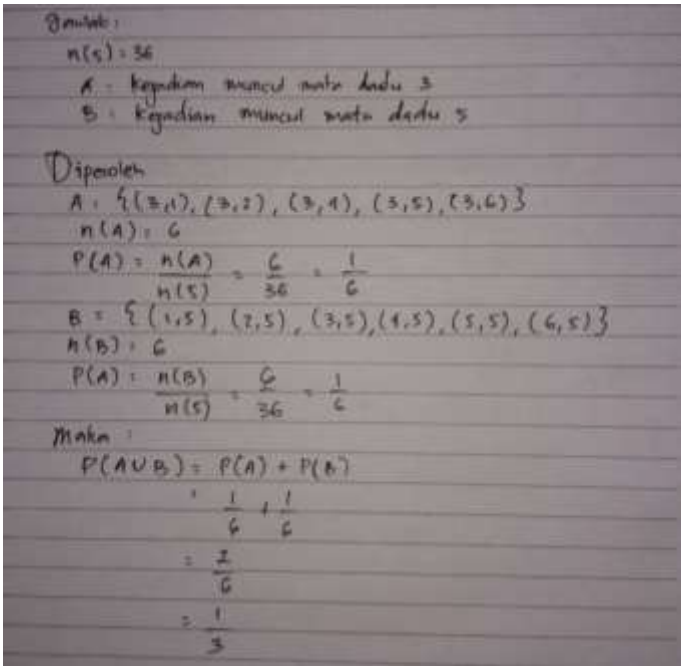
B = {(4,6),(5,5),(6,4)}

n(B) = 3

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$
$$= \frac{2}{36} + \frac{3}{36}$$
$$= \frac{5}{36}$$

2) Diketahui terdapat dua buah dadu yang akan dilempar secara bersamaan, dari pelemparan tersebut tentukan peluang munculnya mata dadu 3 untuk dadu pertama dan mata dadu 5 untuk dadu kedua!



Jawab :
$n(s) = 36$
A : kejadian muncul mata dadu 3
B : kejadian muncul mata dadu 5

Diperoleh
A : {(3,1), (3,2), (3,4), (3,5), (3,6)}
$n(A) = 6$
$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
B = {(1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (5,5), (6,5)}
$n(B) = 6$
$P(A) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

Maka :
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$
$= \frac{2}{6}$
$= \frac{1}{3}$

Jawaban yang benar adalah

		Dadu Kedua					
		1	2	3	4	5	6
Dadu Pertama	1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

P(A∩B) = P(A) x P(B)

$$= \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$$

$$= \frac{1}{36}$$

B. Materi Transformasi Geometri

1. Kesulitan yang di Alami Guru

Sejauh ini secara keseluruhan tidak ada kesulitan bagi guru untuk menyampaikan materi transformasi geometri

2. Kesulitan yang di Alami Siswa

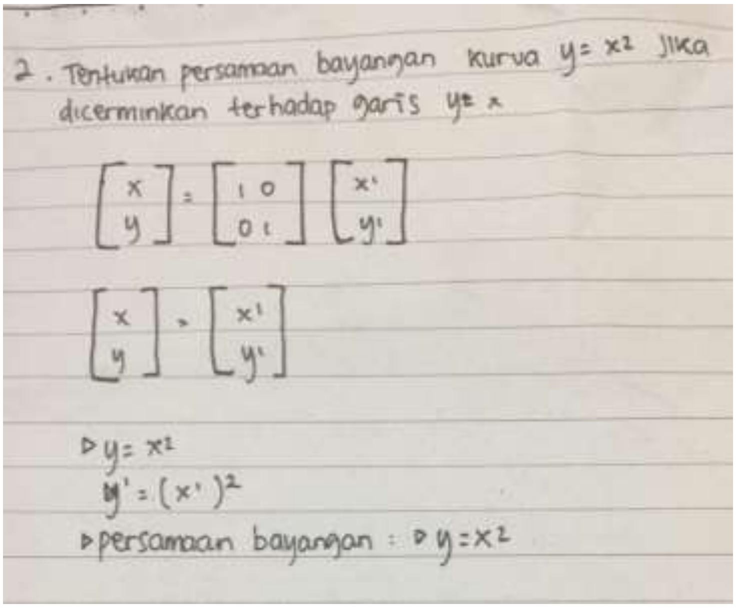
Siswa masih sulit dalam memahami konsep geometri transformasi. Beberapa siswa sudah bisa melakukan transformasi untuk objek geometris yang sederhana, akan tetapi mereka mengalami kesulitan ketika menemukan permasalahan rotasi dan refleksi untuk bangun yang lebih kompleks.

- Siswa masih sering lupa rumus dalam menyelesaikan soal translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi.
- Siswa masihsulit dalam merefleksikan benda.

Contoh kesalahan siswa :

1) Tentukan persamaan bayangan kurva $y = x^2$. Jika dicerminkan terhadap garis $y = x$

   Jawaban siswa :



Jawaban yang benar :

$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y' \\ x' \end{bmatrix}$

$y = x^2$

$x' = (y')^2$

$x = y^2$

Persamaan bayangannya :$y^2 - x = 0$

2) Persamaan bayangan garis $4x - y + 5 = 0$ oleh transformasi yang bersesuaian dengan matriks $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$dilanjutkan pencerminan terhadap sumbu Y adalah …..

Jawaban siswa :

$$\begin{bmatrix} x'' \\ y'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x'' \\ y'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-6-0} \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{6} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}x'' \\ \frac{1}{6}x'' - \frac{1}{3}y'' \end{bmatrix}$$

$$x = \frac{1}{2}x''$$
$$y = \frac{1}{6}x'' - \frac{1}{3}y''$$

$$4x - y + 5 = 0$$
$$4\left(\frac{1}{2}x''\right) - \left(\frac{1}{6}x'' - \frac{1}{3}y''\right) + 5 = 0$$
$$2x'' - \frac{1}{6}x'' + \frac{1}{3}y'' + 5 = 0$$
$$\frac{11}{6}x'' + \frac{1}{3}y'' + 5 = 0$$
$$11x'' + 2y'' + 5 = 0$$

Persamaan bayangannya : $11x + 2y + 5 = 0$

Jawaban yang benar :

Transformasi $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$,

Pencerminan terhadap sumbu y = $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Gabungan :T $= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{-6-0} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{-6} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}x'' \\ -\frac{1}{6}x'' + \frac{1}{3}y'' \end{pmatrix}$$

$$x = -\frac{1}{2}x''$$

$$y = -\frac{1}{6}x'' + \frac{1}{3}y''$$

$$4x - y + 5 = 0$$

$$4\left(-\frac{1}{2}x''\right) - \left(-\frac{1}{6}x'' + \frac{1}{3}y''\right) + 5 = 0$$

$$-2x'' + \frac{1}{6}x'' - \frac{1}{3}y'' + 5 = 0$$

$$-\frac{11}{6}x'' - \frac{1}{3}y'' + 5 = 0$$

$$-11\,x'' - 2y'' + 5 = 0$$

$$-11\,x - 2y + 5 = 0$$

12.4 Solusi

A. Materi Peluang Kejadian Majemuk

a. Guru

- Guru menegaskan kembali letak perbedaan antara peluang kejadian sembarang, komplemen suatu kejadian, peluang dua kejadian saling lepas, dan kejadian saling bebas, peluang dua kejadian bersyarat, sehingga peserta didik tidak terbolak-balik dalam menempatkan rumus masing-masing subbab pada saat mengerjakan soal.

- Guru memberikan contoh soal dan latihan kepada siswa agar bisa lebih memahami berbagai tipe soal peluang kejadian majemuk.
- Guru harus bias memadukan berbagai metode pembelajaran agar suasana kelas tidak terasa membosankan, seperti memadukan metode ceramah, tanya jawab, latihan dan diskusi.

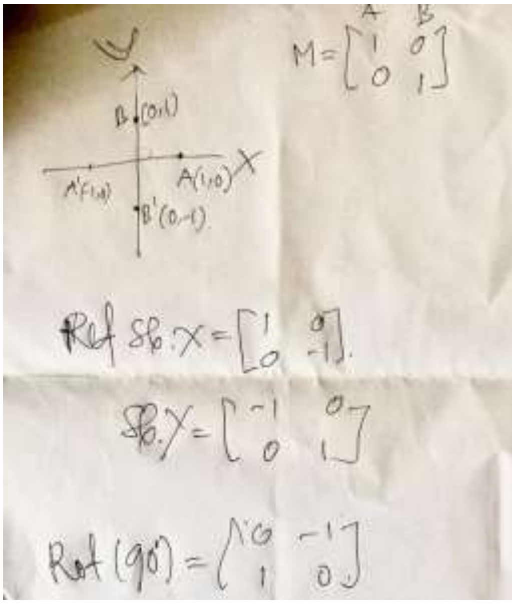
b. Peserta Didik

Peserta didik harus belajar mandiri dengan berlatih mengerjakan soal-soal sebanyak mugkin agar semakin memahami konsep dari materi itu sendiri.

B. Materi Transformasi Geometri

a. Guru

- Guru sebaiknya menggunakan strategi yang visual dan analitik dalam pembelajaran transformasi geometri. Contohnya guru dapat mendesain pembelajaran secara visual dengan memberikan objek poligon yang diamati sebagai objek transformasi. Kemudian siswa bisa menganalisis dan menemukan sifat-sifat bayangan transformasi melalui visual.
- Sebaiknya guru menanamkan konsep kepada siswa dan memberikan cara mudah dalam mengingat perbedaan dan cara pengerjaan soal translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi. Contoh :



- Guru harus bisa menciptakan situasi kelas yang menyenangkan agar siswa dapat menyenangi dan menikmati proses pembelajaran

b. Peserta Didik

Kemandirian peserta didik dalam belajar sangat dipenting, karena ketika peserta didik belajar mandiri dan mengulas kembali materi yang telah disampaikan oleh guru saat di kelas maka ingatannya akan semakin kuat mengenai materi tersebut. Terlebih lagi jikalau peserta didik menemukan konsep sendiri maka akan sulit hilang dari ingatan peserta didik itu sendiri, kemudian mencari serta membaca referensi buku sebanyak mungkin juga merupakan cara agar pengetahuan semakin luas.

DAFTAR PUSTAKA

(Kelompok 1)

http://file.upi.edu/Direktori/FPMIPA/JUR._PEND._MATEMATIKA/195401211979031-ENDANG_MULYANA/MAKALAH/Pembelajaran_Pers_Linear.pdf

https://id.wikibooks.org/wiki/Subjek:Matematika/Materi:Persamaan_dan_Pertidaksamaan_Linear_1_Variabel

https://studylibid.com/doc/202709/persamaan-dan-pertidaksamaan-linier-satu-variabel

(Kelompok 2)

https://auliakhasanah.files.wordpress.com/2013/02/aritmatika-sosial.doc

https://fitriukhti.files.wordpress.com/2011/08/bab-3-aritmatika-sosial.doc

(Kelompok 3)

Ammariah,Hani. 2 Agustus 2019. *Cara Menentukan Persamaan Garis Lurus*. Dikutip pada tanggal 17 September 2019 dari halaman web berikut https://www.google.com/amp/s/blog.ruangguru.com/matematika-kelas-8-cara-menentukan-persamaan-garis-lurus%3fhs_amp=true

(Kelompok 4)

Endah Budi Rahayu dkk, *Contextual Theching And Learning Matematika*. (Jakarta: Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional,2008), hal 220.

Nuharini, Dewi & Wahyuni, Tri. 2008. Matematika: Konsep dan Aplikasinya untuk kelas VIII SMP dan MTs. Jakarta. Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional.

Soenarjo. (2008). Matematika 5. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.

Sumanto. 2008. Gemar Matematika 5. Jakarta: Pusat Perbukuan. Sumber Tentang Metode-metode Baru). Jakarta: UIP.

(Kelompok 5)

https://anikasari.wordpress.com/2012/01/09/bilangan-berpangkat-dan-bentuk-akar/

Wawancara Guru SMP Negeri 3 dan SMP Negeri 14 Kota Bengkulu

Wawancara Siswa SMP Negeri 3 dan SMP Negeri 14 Kota Bengkulu

Hasil Pengamatan di SMP Negeri 3 dan SMP Negeri 14 Kota Bengkulu

(Kelompok 6)

Agus, Nuniek Avianti. 2008. *Mudah belajar matematika 3 untuk kelas IX Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah*. Jakarta: Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional

Cicik Sri Wahyuni (2010).*upaya Meningkatkan Hasil Belajar Siswa dengan Model Pembelajaran Problem Solving pada Materi Luas dan Volume Bangun Ruang Sisi Lengkung Kelas IX D di SMP Negeri 33 Semarang*. Dikutip 16 September 2019 dari :

https://media.neliti.com/media/publications/176801-ID-upaya-meningkatkan-hasil-belajar-siswa-d.pdf

Kemendikbud. 2015. *Matematika SMP/MTs Kelas IX Semester 1*. Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan.

Tim Study Guru. 2014. *Cara Cepat dan Mudah Taklukan Ujian Nasional 2015 SMP/MTs.* Yogyakarta: Indonesia Tera.

(Kelompok 7)

Kemdikbud. 2017. *Matematika SMA Kelas X Edisi Revisi 2017*

Arif, Mohammad Faizal. Oktober 2017. *Identifikasi Kesulitan Mahasiswa dalam Memecahkan Masalah Open Ended Materi Nilai Mutlak*. Jurnal Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika. 2(1): 3-14.

(Kelompok 8)

Corral, M. (2009). *Trigonometry*. Livonia: University of Michigan

Gur, Hulya. (2009). *Trigonometry* Learning. Researchgate.

Kartini, dkk. 2004. *Matematika XB*. Klaten: Intan Pariwara

Mahmudi, A. 2010. *Membelajarkan Geometri dengan Program geogebra*. (online), http://eprints.uny.ac.id/10483/1/P6-Ali%20M.pdf, diakses 8 Mei 2017

Rusgianto M.S.(2012). *Trigonometri*. Yogyakarta:CV. Grafika Indah.

(Kelompok 9)

Sukino, dkk. 2017. *Matematika untuk SMA/MA Kelas XI Semester 2*. Jakarta: Erlangga.

Varberg, Dale., Purcell, Edwin J., Rigdon, Steven E. 2010. *Kalkulus Edisi Kesembilan Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.

(Kelompok 10)

Purcell & Varberg. *Kalkulus dan Geometri Analitik*. Erlaga:1992

https://www.konsep-matematika.com/2016/02/integral-tak-tentu-fungsi-aljabar.html

(Kelompok 11)

Dewi, Arcy Suzana. 2017. Bab 3 Dimensi Tiga. https://pendidikanmatematika315.wordpress.com/2017/03/26/bab-3-dimensi-tiga/

https://idschool.net/sma/materi-pengantar-dimensi-tiga/

(Kelompok 12)

Fitra Rumus. 2019.Transformasi Geometri – Pengertian, Jenis, Makalah, Dan Contoh Soal [Online]https://rumus.co.id/transformasi-geometri/

Heryansah, Tedy Rizkha. 2017. Matematika Kelas 12 | Kejadian Majemuk dalam Teori Peluang Matematika. https://blog.ruangguru.com/teori-peluang-kejadian-majemuk-bagian-1

http://repository.upi.edu/9122/2/t_ppkh_0808842_chapter1.pdf