B.6

ISSN 0216-2393

GRADIEN

Edisi Khusus, Januari 2009

JURNAL MIPA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS BENGKULU

Gradien	Edisi Khusus	Hal. 01-42	Bengkulu, Januari 2009	ISSN 0216-2393

ISSN 0216-2393

GRADIEN

Edisi Khusus, Januari 2009

JURNAL MIPA

Cakupan Jurnal Ilmiah Gradien meliputi artikel ilmiah hasil penelitian dalam bidang Matematika, Fisika, Kimia dan Biologi. Jurnal ini terbit pertama kali pada tahun 2005 dengan frekuensi penerbitan dua kali setahun yaitu pada bulan januari dan juli.

Alamat Redaksi :
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Bengkulu
Gedung T, Jl. W.R. Supratman 38371 Bengkulu Telp/Fax. (0736) 20919
www.gradienfmipaunib.wordpress.com

PENGANTAR REDAKSI

Banyaknya permintaan rekan-rekan penulis untuk diterbitkannya karya tulis mereka pada jurnal Gradien Vol. 5 No. 1 Januari 2009, dan mengingat kuota untuk Vol. 5 No. 1 Januari 2009 hanya 10 (sepuluh) judul artikel maka redaksi memandang perlu untuk menerbitkan jurnal Gradien Edisi Khusus, Januari 2009. Penerbitan edisi khusus ini tidak mengurangi makna pengakuan keabsahan artikel yang ada.

Redaksi menyadari jurnal ini masih jauh dari kesempurnaan, oleh karena itu kritik dan saran masih tetap diperlukan guna perbaikan penerbitan jurnal ini di masa yang akan datang. Akhir kata redaksi berharap semoga pembaca dapat memanfaatkan tulisan ilmiah yang telah dimuat dalam edisi ini

Bengkulu, Januari 2009

Dewan Redaksi

ISSN 0216-2393

GRADIEN

Edisi Khusus, Januari 2009 JURNAL MIPA

DAFTAR ISI

ISSN 0216-2393

Jurnal Gradien, Edisi Khusus - Januari 2009 : 14-17

Model Estimasi Kebutuhan Listrik Pelanggan PLN Menggunakan Recursive Least Square. Studi kasus : Pelanggan Kelas Tarif Rumah Tangga PLN Kota Bengkulu

Fachri Faisal, Jose Rizal, Zazili Mustopa

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Bengkulu, Indonesia

Diterima 2 Januari 2009; Disetujui 9 Januari 2009

Abstrak - Penelitian ini bertujuan memperkenalkan dan mengulas metode *Recursive Least Square* dalam pendugaan koefisien regresi dari model pemakaian listrik Pelanggan PLN Kota Bengkulu. Penelitian ini membandingkan metode *Recursive Least Square* dengan metode *Least Square*. Hasil yang diperoleh adalah tidak terdapat perbedaan antara metode *Recursive Least Square* dengan metode *Least Square* biasa dalam hal keakuratan hasil, tetapi dalam keefisienan perhitungan *Recursive Least Square* lebih efisien dibandingkan dengan metode *Least Square* biasa. Penelitian ini telah menghasilkan sebuah aplikasi sederhana menghitung koefisien regresi menggunakan bahasa pemrograman Turbo Pascal for Windows 1.5.

Kata Kunci : ***Least Square, Recursive Least Square,*** **Analisis Regresi, Pemakaian Listrik**

1. Pendahuluan

Awal tahun 2008 krisis listrik kembali terjadi di sebagian wilayah Indonesia. Akar masalah terletak pada pasokan sumber energi yang tidak mencukupi, dan sistem yang tidak efisien. Di tingkat lokal masalah serupa terjadi dimana pasokan listrik yang ditargetkan PLN tidak mencukupi kebutuhan pertumbuhan pemakaian listrik. PLN Provinsi Bengkulu setidaknya harus sudah menyiapkan sebuah sistem yang mampu menangani krisis listrik bila hal tersebut terjadi.

Pihak PLN perlu mengetahui besar konsumsi listrik yang dibutuhkan pelanggan untuk tiap bulannya. Analisis regresi dapat diterapkan dalam menduga besar pemakaian listrik pelanggan PLN. Dengan analisis regresi dibuat sebuah model yang menggambarkan pengaruh variabel-variabel bebas X yaitu data jumlah pelanggan yang dimiliki PLN, yang mempengaruhi respon Y yaitu besarnya pemakaian listrik.

$$y(t) = x_1(t)b_1 + x_2(t)b_2 + ... + x_p(t)b_p + e$$

Koefisien-koefisien β_i yang belum diketahui di atas dapat diduga dengan

$$\vec{b}_0 = (X_0^T X_0)^{-1} X_0^T y_0$$

Bertambahnya jumlah pelanggan serta catatan baru pemakaian listrik pelanggan lama dalam waktu tersebut memberikan data baru untuk pihak PLN. Kesulitan yang dihadapi dalam perombakan kembali model lama ini adalah waktu yang cukup lama dibutuhkan untuk menduga kembali koefisien-koefisien baru, penghitungan ulang yang panjang disebabkan invers-invers dihitung ulang dalam jumlah besar, yang mengakibatkan ketidakefisienan perhitungan. Pendugaan koefisien dengan metode *Recursive Least Square* melibatkan data yang telah ada sebelumnya secara efisien. Penyelesaian metode ini dituliskan sebagai berikut:

$$\vec{b} = \vec{b}_0 + \mathbf{k}(y - \vec{x}^T \vec{b}_0)$$

dimana $\vec{b}$ adalah koefisien baru yang diduga, $\vec{b}_0$ adalah koefisien lama yang digunakan kembali, k adalah tetapan dari data lama, x dan y adalah data baru.

2. Recursive Least Square

Prinsip dasar metode *Least Square* adalah mencari jumlah minimum kuadrat galat. Suatu model linier dengan $i=1,2,...,p$ koefisien dan variabel bebas $x(t)$, yang menggambarkan suatu respon $y(t)$ pada saat t dengan sistem linier p koefisien, dapat dituliskan dalam bentuk

$$y(t) = \beta_1 x_1(t) + \beta_2 x_2(t) + ... + \beta_p x_p(t) + \varepsilon(t) \quad t = 1,2,...,n \quad (1)$$

Dengan pendekatan matriks, persamaan (1) dapat dituliskan kembali dalam bentuk

$$\vec{Y} = \mathbf{X}\vec{\beta} + \vec{e} \qquad (2)$$

Diketahui $\vec{Y} \in R^n, \vec{\beta} \in R^p$, X adalah matriks berukuran nxp

Keterangan

$$\vec{Y} = \begin{pmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(n) \end{pmatrix} \qquad \vec{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1(1) & x_2(1) & \dots & x_p(1) \\ x_1(2) & x_2(2) & \dots & x_p(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1(n) & x_2(n) & \dots & x_p(n) \end{pmatrix}$$

Dari persamaan (2), diperoleh vektor galat $\vec{e} \in R^n$, yaitu

$$\vec{e} = \vec{Y} - \mathbf{X}\vec{\beta} \qquad (3)$$

Untuk memperoleh $\hat{\beta}$ dengan metode *least square,* maka harus meminimumkan jumlah kuadrat galat persamaan (3), jumlah kuadrat tersebut dapat dinyatakan sebagai:

$$S = \vec{e}^T\vec{e} \qquad (4)$$

$S(\vec{\beta})$ diturunkan terhadap $\vec{\beta}$ dan menyamakan hasilnya dengan nol, diperoleh

$$\vec{\beta} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\vec{Y} \qquad (5)$$

Agar terdapat solusi unik untuk persamaan tersebut, $(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}$ haruslah matriks non singular.

Pollock (1998) mengatakan bahwa teori pendugaan Recursive Least Square pertama kali ditemukan oleh Gauss. Sebelumnya telah dikenal model berikut:

$$y(t) = \beta_1 x_1(t) + \beta_2 x_2(t) + \dots + \beta_p x_p(t) + \varepsilon(t) \quad t = 1,2,\dots,n \qquad (6)$$

keterangan:

$$\vec{Y} = \begin{pmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(n) \end{pmatrix}, \quad \vec{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1(1) & x_2(1) & \dots & x_p(1) \\ x_1(2) & x_2(2) & \dots & x_p(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1(n) & x_2(n) & \dots & x_p(n) \end{pmatrix}$$

$x_i(t) = [x_1(t)\ x_2(t), \dots, x_p(t)]$ adalah vektor baris p koefisien yang diambil pada saat n, kemudian sebuah informasi pengamatan baru pada saat $n+1$ yaitu $y(n+1)$,

$$y(n+1) = x_1(n+1)b_1 + x_2(n+1)b_2 + \dots + x_p(n+1)b_p \qquad (7)$$

dan

$$x_i(n+1) = [x_1(n+1)\ x_2(n+1) \dots x_p(n+1)] \qquad (8)$$

menghendaki penduga *Least Square* $\hat{\beta}$ ditinjau kembali. Penambahan persamaan (7) ke himpunan persamaan awal, persamaan (6), menghendaki solusi persamaan-persamaan dihitung kembali. Dengan kata lain, solusi awal, persamaan (5), tidak digunakan dalam memperoleh solusi baru persamaan (7). *Recursive Least Square* menghitung solusi baru dengan melibatkan solusi awal. Perhatikan kembali solusi *Least Square* awal sebagai berikut:

$$(\mathbf{X}_0^T\mathbf{X}_0)\hat{\vec{\beta}}_0 = \mathbf{X}_0^T\vec{Y}_0 \qquad (9)$$

(Haykin, 2002) menyatakan suatu faktor pembobot λ dengan (0<λ<1), dan $t=1,2,\dots,n$, digunakan untuk mengurangi pengaruh data lama, dituliskan

$$\mathbf{X}_0\sqrt{\lambda^{n-t}} = \mathbf{X}_0^{\bullet} \text{ dan } \vec{Y}_0\sqrt{\lambda^{n-t}} = \vec{Y}_0^{\bullet} \qquad (10)$$

Persamaan (9) dituliskan kembali

$$\hat{\vec{\beta}}_0 = (\mathbf{X}_0^{\bullet T}\mathbf{X}_0^{\bullet})^{-1}\mathbf{X}_0^{\bullet T}\vec{Y}_0^{\bullet} \qquad (11)$$

Sehingga

$$(\mathbf{X}_0^{\bullet T}\mathbf{X}_0^{\bullet})\hat{\vec{\beta}}_0 = \mathbf{X}_0^{\bullet T}\vec{Y}_0^{\bullet} \qquad (12)$$

Dengan memisalkan $\mathbf{X}_0^{\bullet T}\mathbf{X}_0^{\bullet} = \mathbf{M}_0$ dan $\mathbf{X}_0^{\bullet T}\vec{Y}_0^{\bullet} = \vec{q}_0$ diperoleh

$$\mathbf{M}_0\hat{\vec{\beta}}_0 = \vec{q}_0 \qquad (13)$$

Didefinisikan pula $\mathbf{X}_1^{\bullet T}\mathbf{X}_1^{\bullet} = \mathbf{M}_1$, sehingga

$$\mathbf{M}_1 = \lambda\mathbf{M}_0 + x_i^T(n+1)x_i(n+1) \qquad (14)$$

dan

$$\vec{q}_1 = \lambda\vec{q}_0 + x_i^T(n+1)y(n+1) \qquad (15)$$

Sehingga persamaan untuk menduga $\hat{\beta}$ yang memuat data baru dapat dituliskan

$$\mathbf{M}_1\hat{\vec{\beta}}_1 = \vec{q}_1 \qquad (16)$$

Sisi kanan dapat dijabarkan sebagai

$$\begin{aligned} \vec{q}_1 &= \lambda\vec{q}_0 + x_i^T(n+1)y(n+1) \\ &= \lambda\mathbf{M}_1\hat{\vec{\beta}}_0 + x_i^T(n+1)(y(n+1) - \lambda x_i(n+1)\hat{\vec{\beta}}_0) \end{aligned} \qquad (17)$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (17) pada persamaan (16), diperoleh

$$\begin{aligned} \hat{\vec{\beta}}_1 &= \mathbf{M}_1^{-1}\vec{q}_1 \\ &= \lambda\hat{\vec{\beta}}_0 + \mathbf{M}_1^{-1}x_i^T(n+1)(y(n+1) - \lambda x_i(n+1)\hat{\vec{\beta}}_0) \end{aligned} \qquad (18)$$

Dugaan terbarukan $\hat{\hat{\beta}}_1$ berbeda dari dugaan sebelumnya $\hat{\hat{\beta}}_0$ dengan sebuah fungsi galat $h(n+1) = y(n+1) - \lambda x_i(n+1)\hat{\hat{\beta}}_0$ yang datang dari penaksiran $x_i(n+1)\hat{\hat{\beta}}_0$. Beban penghitungan dapat lebih dipermudah dengan menerapkan sebuah skema untuk menghitung matriks invers M_1^{-1} yang dilakukan dengan memodifikasi nilai M_0^{-1}. Yaitu

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_1^{-1} &= (\lambda \mathbf{M}_0 + x_i^{\mathrm{T}}(n+1)x_i(n+1))^{-1} \\ &= (\lambda \mathbf{M}_0)^{-1} - (\lambda \mathbf{M}_0)^{-1} x_i^{\mathrm{T}}(n+1)(x_i(n+1) \\ & \quad (\lambda \mathbf{M}_0)^{-1} x_i^{\mathrm{T}}(n+1)+1)^{-1} x_i(n+1)(\lambda \mathbf{M}_0)^{-1} \end{aligned} \tag{19}$$

Sehingga persamaan (2.18) dapat dituliskan sebagai

$$\hat{\hat{\beta}}_1 = \hat{\hat{\beta}}_0 + \mathbf{k}(n+1)(y(n+1) - x_i(n+1)\hat{\hat{\beta}}_0) \tag{20}$$

$$\mathbf{k}(n+1) = (\lambda \mathbf{M}_0)^{-1} x_i^{\mathrm{T}}(n+1)(x_i(n+1)(\lambda \mathbf{M}_0)^{-1} x_i^{\mathrm{T}}(n+1)+1)^{-1} \tag{21}$$

3. Hasil Dan Pembahasan

Berdasarkan data yang diperoleh dari bagian informasi PT. PLN Cabang Bengkulu, jumlah pelanggan PLN kota Bengkulu untuk kelas tarif Rumah Tangga (R) mengalami pertumbuhan setiap bulannya. Semakin banyak pelanggan mengakibatkan semakin banyak pula kebutuhan energi listrik yang didistribusikan.

Plot sisa menunjukkan data memenuhi asumsi kenormalan. Statistik Durbin-Watson menunjukkan nilai sebesar d = *1.42658* dengan dL = *1.15* dan dU = *1.81* sehingga pengujian tidak dapat memberikan kesimpulan, namun berdasarkan plot *residual versus the order of the data* diperlihatkan perubahan yang cukup rapat pada tanda dalam data yang berurutan mengindikasikan tidak terjadi autokorelasi.

Pendeteksian heterokedastisitas menggunakan plot antara nilai prediksi Y_i dengan kuadrat residual menunjukkan bahwa tidak terjadi heterokedastisitas. Pemeriksaan nilai F hitung dan kesignifikanan secara parsial menunjukkan telah terjadi multikolinearitas dimana terlihat F hitung tinggi (signifikan) akan tetapi sebagian besar tidak signifikan secara parsial (Supranto, 1995), untuk mengatasi hal ini beberapa variabel bebas tidak dimasukkan.

Persamaan regresi bagi besar pemakaian listrik pelanggan tarif sosial PLN Bengkulu menjadi sebagai berikut:

$$y_R(t) = 166.78x_{R2}(t) + 96216.94x_{R6}(t) + \varepsilon(t) \quad t = 1, 2, ..., n$$

Anava memperlihatkan nilai *F-hitung sebesar 5739.37* dengan *p-value 1.47E-40.* Karena *p-value* lebih kecil dari taraf nyata 5%, maka dapat dinyatakan bahwa pengaruh peubah-peubah secara bersamaan adalah nyata pada taraf 5%. Hasil Estimasi dan pengujian secara individual persamaan regresi linier berganda terlihat seperti pada Tabel 1.

Tabel 1. Pengujian Parsial Persamaan Regresi Baru Tarif Rumah Tangga

	Coefficients	*Standard Error*	*t Stat*	*P-value*
R 1/900 VA	166.7884173	18.8230661	8.860852762	4.00699E-1
R3 / > 6600 VA	96216.93886	16993.87736	5.661859083	2.89531E-0

4. Kesimpulan dan Saran

Dengan melihat struktur data pemakaian listrik untuk kelas tarif rumah tangga, metode *Recursive Least square* dapat diterapkan dalam memodelkan pemakaian listrik pelanggan.

Tidak terdapat perbedaan yang besar dalam hal kecepatan pemrosesan data untuk memperoleh koefisien regresi antara metode *Least Square* biasa dan metode *Recursive Least Square*.

Metode *Recursive Least square* lebih efektif dibandingkan metode *Least Square* biasa. Hal ini dapat dilihat dari jenis dan banyak pengoperasian yang dilakukan, terutama pengoperasián matriks yang besar yang harus dikerjakan bila menggunakan metode *Least Square* biasa. Pada metode *Recursive Least Square* pengoperasian matriks yang dikerjakan lebih sedikit dari pada metode *least square* biasa.

Estimasi pemakaian listrik total berdasarkan jenis tarif pelanggan PLN Kota Bengkulu yaitu,

$$y_R(t) = 166.78x_{R2}(t) + 96216.94x_{R6}(t) + \varepsilon(t) \quad t = 1, 2, ..., n$$

Perangkat lunak yang penulis kembangkan masih jauh dari kesempurnaan, karenanya pengembangan selanjutnya dapat dilakukan.

Terdapat kesulitan yang cukup berarti ketika penulis mencoba menerapkan metode *Recursive Least Square* pada persamaan regresi estimasi penggunaan listrik PLN Kota Bengkulu, yaitu bahwa proses pengadaan listrik dari pembangkit hingga ke konsumen tidak sesederhana yang diperkirakan.

Penelitian serupa dapat dilakukan yang akan sangat berguna apabila Estimasi yang dilakukan adalah estimasi beban puncak penyulang. Hal ini tidak penulis lakukan karena kesulitan yang penulis sebutkan pada poin sebelumnya.

Daftar Pustaka

[1] Anonim. 2003. *Least Squares*. http://en.wikipedia.org/wiki/Least_Squares

[2] Draper, N.R. and Smith, H. *Analisis Regresi Terapan*. edisi kedua. 1992. PT Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.

[3] Haykin, S. *Adaptive Filtering Theory*. 2002. Prentice Hall.

[4] Neter, J. *et al*. *Applied Linear Statistical Models*. 3rd editions. 1990.Richard D. Irwin Inc. Tokyo.

[5] Pollock, D.S.G. *Time Series Analysis Signal Processing And Dynamics*. 1998.Academic Press. London.

[6] Poularikas, A.D. *Adaptive Filtering Primer With Matlab*. 2006.CRC Press. USA.

[7] Sembiring, R.K. *Analisis Regresi*. 2003.Penerbit ITB. Bandung.

[8] Supranto, J. *Statistik Teori dan Aplikasi* Jilid 2. 2001.Penerbit Erlangga. Jakarta.

[9] Zhu, Y. *Communications In Information and Systems*. 2007. International Press.