MIPA

LAPORAN HASIL PENELITIAN
FUNDAMENTALTAHUN I

PENGEMBANGAN TEKNIK PENGOLAHAN DAN ANALISIS CITRA PENGINDERAAN JAUH MELALUI PERANCANGAN TAPIS MORFOLOGI MATEMATIK

Oleh:
Yulian Fauzi, S.Si, M.Si
Zulfia Memi Mayasari, S.Si, M.Si

DIBIAYAI OLEH DANA DIPA DP2M DIKTI, NOMOR 0541/023-04.1.01/00/2011
TANGGAL 20 Desember 2010, BERDASARKAN SURAT PERJANJIAN
NOMOR 191/SP2H/PL/Dit.Litabmas/IV/2011,
TANGGAL 19 APRIL 2011

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BENGKULU

NOPEMBER, 2011

HALAMAN PENGESAHAN
LAPORAN PENELITIAN FUNDAMENTAL

1. Judul Usulan		: **Pengembangan Teknik Pengolahan dan Analisis Citra Penginderaan Jauh Melalui Perancangan Tapis Morfologi Matematik**
2. Ketua Peneliti		
	a. Nama lengkap	: Yulian Fauzi, S.Si, M.Si
	b. Jenis Kelamin	: Laki-Laki
	c. NIP	: 197207271998021001
	d. Pangkat/Golongan	: Pembina /IV a
	e. Jabatan Fungsional	: Lektor Kepala
	f. Fakultas/Jurusan	: MIPA / Matematika
	g. Perguruan Tinggi	: Universitas Bengkulu
	h. Pusat Penelitian	: Lembaga Penelitian Universitas Bengkulu
3. Jumlah Peneliti		: 2 orang
4. Lokasi Penelitian		: Laboratorium Komputer Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu
5. Kerjasama dengan Instansi Lain		
	a. Nama Instansi	: -
	b. Alamat	:
6. Masa Penelitian		: 2 (dua) tahun
7. Biaya yang diperlukan		: Rp. 32.000.000,- Tahun Pertama Rp. 40.000.000,- Tahun Kedua

Bengkulu, November 2011

Mengetahui
Dekan FMIPA

Drs. Rizwar, MS
NIP. 196112091987031001

Ketua Peneliti

Yulian Fauzi, S.Si, M.Si
NIP. 197207271998021001

Menyetujui,
Ketua Lembaga Penelitian

Drs. Sarwit Sarwono, M.Hum
NIP. 195811121986031002

RINGKASAN DAN SUMMARY

Tapis dalam konsep morfologi matematik didefinisikan sebagai sebuah transformasi yang dibatasi oleh operasi *translation-invariant* dan *increasing.* **Teorema Tapis Morfologi Matematik**, dari seluruh tapis morfologi matematik dapat diekpresikan dengan menggunakan operasi AND (operator logika) dari erosi. Misalkan $\Psi(X)$ adalah sebuah tapis dalam citra X**.** Maka teorema tapis dapat ditulis sebagai berikut: $\Psi(X) = \bigcap_{b \in B} X \ominus B$

Permasalahan yang mendasar dari penelitian ini adalah bagaimana mengembangkan teorema tapis morfologi dengan menggunakan operasi OR dari dilasi, dan kombinasi dari operator erosi dan dilasi. Pengembangan tapis morfologi matematik dilakukan dengan cara mengkaji teori morfologi matematik dari teori *ordered set* dan *lattice*.

Tujuan dari penelitian ini adalah mengembangkan jenis tapis baru yang didasarkan pada teori morfologi matematik, dengan melakukan kajian terhadap konsep pembentukan tapis morfologi matematik yang ditinjau dari teori *ordered set* dan *lattice.*

Tapis dibentuk dengan membuktikan apakah tapis yang dirancang sudah memenuhi sifat *translation-invariant* dan *increasing* atau belum?. Pembuktian ini dikembangkan melalui kajian literatur terhadap teori *ordered set* dan *lattice*. Sebagaimana lazimnya dalam penelitian matematika, pembuktian sebuah operator atau formula dapat dibuktikan dengan menggunakan pembuktian langsung, tidak langsung dan atau induksi matematik.

Pembuktian operator dilasi sebagai tapis harus dibuktikan apakah operator memenuhi sifat *increasing* dan *translation invariant*. Diberikan

$$X \oplus B = \{x + b | x \in X, b \in B\}$$

$$= \bigcup_{b \in B} X_b$$

$$\varepsilon(X) = X \oplus B$$

$$= \bigcup_{b \in B} X_b$$

dimana $B \subseteq E^d$

Agar operator ini memenuhi sifat *translation invariant* harus dibuktikan, misalkan Ψ adalah *increasing* dan *translation invariant* sehingga

$$
\begin{aligned}
(\Psi\ \varepsilon)(\mathrm{X}) &= \Psi\left(\bigcup_{b\in B} X_b\right) \\
&\subseteq \bigcup_{b\in B} \Psi(X_b) \\
&= \bigcup_{b\in B} \{\Psi(X)\}_b \\
&= \Psi(X) \oplus B \\
&= (\varepsilon\ \Psi)(\mathrm{X})
\end{aligned}
$$

Dari pembuktian ini dapat disimpulkan bahwa operator dilasi memenuhi sifat *increasing* dimana $(\Psi\ \varepsilon) = (\varepsilon\ \Psi)$.

Agar operator ini memenuhi sifat *translation invariant* maka harus dibuktikan, $\mathrm{X} \oplus \mathrm{B} = \mathrm{B} \oplus \mathrm{X}$

$$
\begin{aligned}
\Psi(\mathrm{X}) &= \mathrm{X} \oplus \mathrm{B} \\
&= \mathrm{B} \oplus \mathrm{X} \\
&= \bigcup_{x\in X} B_x \\
&= \{b + x,\ x \in X,\ \ b \in B\} \\
&= \{x + b,\ x \in X,\ \ b \in B\} \\
&= \bigcup_{b\in B} X_b
\end{aligned}
$$

Secara umum persoalan yang terdapat dalam penelitian sudah bisa dijawab, khususnya pada pembuktian operator dilasi agar memenuhi sifat *Increasing* dan *Translation Invariant*, tetapi validasi tapis yang dikembangkan belum bisa di kaji secara mendalam. Hal ini disebabkan karena pembuktian terhadap pengembangan tapis-tapis morfologi matematik agar memenuhi sifat *Increasing* dan *Translation invariant* belum bisa dibuktikan secara matematis. Pembuktian tersebut memerlukan beberapa teori matematika yang kompleks sehingga dibutuhkan waktu yang relatif lama dalam membuktikan tapis-tapis tersebut.

SUMMARY

In Mathematical morphology, a transformation or operation is called a filter if is increasing and translation-invariant. Theorem Morphology filter is defined by using operation AND of erosion. Let $\Psi(X)$ is a filtering in image X. Hence theorem filter can be written as follows: $\Psi(X) = \bigcap_{b\in B} X \ominus B$

Problem of this research is how to develop theorem morphology filter by using operation OR of dilation, and combination of erosion and dilation. Development Morphology filter conducted by ordered set and lattice.

The goal of this research is to construct morphology filter and derived, by doing study to forming concept filter Mathematical Morphology evaluated of ordered set and lattice.

Filter to be formed by proving do filtering which is designed have increasing and translation-invariant or not yet? This verification is developed to through literature study of ordered set and lattice. As a rule in research of mathematics, verification a formula can be proved by direct verification, indirectly and induction mathematic

Verification of dilation operator as filtering burden of proof do is increasing and translation invariant. Given

$$X \oplus B = \{x + b | x \in X, b \in B\}$$

$$= \bigcup_{b\in B} X_b$$

$$\varepsilon(X) = X \oplus B$$

$$= \bigcup_{b\in B} X_b$$

where $B \subseteq E^d$

We proof this increasing can be represented as

$$(\Psi\ \varepsilon)(\mathrm{X}) = \Psi(\bigcup_{b\in B} X_b)$$

$$\subseteq \bigcup_{b\in B} \Psi(X_b)$$

$$= \bigcup_{b\in B} \{\Psi(X)\}_b$$

$$= \Psi(X) \oplus B$$

$$= (\varepsilon\ \Psi)(X)$$

therefore $(\Psi\ \varepsilon) = (\varepsilon\ \Psi)$.

We proof this translation invariant can be represented as

$$X \oplus B = B \oplus X$$

$$\Psi(X) = X \oplus B$$

$$= B \oplus X$$

$$= \cup_{x \in X} B_x$$

$$= \{b + x,\ x \in X,\ \ b \in B\}$$

$$= \{x + b,\ \ x \in X,\ \ b \in B\}$$

$$= \cup_{b \in B} X_b$$

In general problem which there are in research have been answered, specially at verification of dilation operator so that Increasing and of Translation Invariant, but validation filter which is developed not yet can in study exhaustively. This matter is caused by verification to development filter mathematical morphology so that Increasing and Translation invariant not yet can be proved mathematically. The verification need some complex mathematics theory is so that required by time which old relative in proving to filter.

PRAKATA

Puji syukur kehadirat Allah SWT, karena atas berkat dan rahmat_Nya peneliti dapat menyelesaikan laporan Penelitian Fundamental Dikti tahun pertama (2011) dengan judul : **Pengembangan Teknik Pengolahan dan Analisis Citra Penginderaan Jauh Melalui Perancangan Tapis Morfologi Matematik.** Penelitian ini dilaksanakan untuk merancang mengembangkan teknik pengolahan dan analisis citra digital menggunakan Morfologi Matematik.

Laporan penelitian ini disusun sesuai dengan keterbatasan dan kemampuan peneliti miliki. Peneliti merasakan banyak sekali kekurangan dan kekeliruan khususnya yang berkaitan dengan keberadaan referensi dan jurnal-jurnal yang berkaitan dengan pembuktian dari beberapa teorema tentang filter Morfologi Matematik. Untuk itu peneliti mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun guna penyempurnaan laporan penelitian ini kemudian.

Atas selesainya laporan ini peneliti mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu, khususnya kepada:

1. Direktur DP2M Dikti yang telah mempercayai peneliti untuk melaksanakan penelitian ini.
2. Ketua Lembaga Penelitian Universitas Bengkulu yang telah memberikan kemudahan dalam proses administrasi di Lembaga Penelitian.
3. Dekan FMIPA Universitas Bengkulu, yang telah memberikan iklim kondusif bagi kemajuan penelitian bagi dosen-dosen muda dilingkungan FMIPA Universitas Bengkulu.
4. Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Bengkulu, yang telah banyak membantu dan memberikan saran serta dorongan dari mulai penyusunan proposal, penulisan serta penyelesaian laporan penelitian ini.
5. Mahasiswa Prodi Teknik Informatika Fakultas Teknik Universitas Bengkulu yang terlibat dalam pembuatan program Matlab pengolahan citra digital di Laboratorium Komputasi.
6. Rekan-rekan staf pengajar Matematika FMIPA Universitas Bengkulu serta pihak-pihak yang terkait yang tidak bisa disebutkan satu-persatu.

Demikianlah laporan ini disusun agar dapat berguna dan kemajuan bagi kita semua di masa yang akan datang

Bengkulu, November 2011
peneliti

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pengembangan sistem pengolahan dan analisis citra penginderaan jauh, khususnya untuk citra liputan wilayah Indonesia sangat diperlukan, hal ini dikarenakan karakteristik geografis Indonesia sangat berbeda dengan negara asal pembuat sensor dan software pengolahan citra penginderaan jauh. Sehingga untuk kondisi bentanglahan Indonesia dengan luasan unit-unit bentanglahan yang relatif kecil seringkali menghasilkan nilai piksel campuran yang sulit diinterpretasi. Salah satu dampak yang dapat ditimbulkannya adalah tidak jelasnya batas antar kenampakan dari sebuah obyek dan kenampakan citra secara keseluruhan tidak memberikan data yang informatif. Ekstraksi sebuah informasi dari citra penginderaan jauh dapat dilakukan dengan menggunakan teknik penajaman citra yang lebih dikenal dengan teknik pentapisan digital. Teknik ini bertujuan untuk meningkatkan mutu citra dan menambah jumlah informasi yang dapat diinterpretasi secara digital. Tetapi tapis-tapis digital yang terdapat dalam software-software pengolahan citra sekarang ini lebih menekankan kepada pengenalan pola nilai-nilai piksel bukan mendasarkan kepada bentuk geometri obyek. Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan suatu sistem pengolahan dan analisis citra penginderaan jauh, khususnya pada teknik penajaman citra dengan cara membentuk tapis baru yang berdasarkan pada bentuk geometri obyek. Sehingga diharapkan hasil kajian ini dapat digunakan untuk menajamkan kenampakan obyek yang terekam dalam citra penginderaan jauh. Landasan teori yang digunakan dalam penelitian ini adalah teori morfologi matematik, pembentukan tapis morfologi matematik baru dilakukan melalui pengembangan teorema tapis morfologi matematik dengan melakukan kajian terhadap teori *ordered set* dan *lattice*. Sebuah transformasi dikatakan tapis morfologi matematik jika memenuhi *translation-invariant* dan *increasing*, untuk itu akan dilakukan pembuktian dengan cara kombinasi dari metode induksi matematik, pembuktian langsung atau tidak langsung. Implementasi tapis morfologi matematik baru pada citra penginderaan jauh didahului dengan pembuatan algoritma tapis dengan menggunakan bahasa pemrograman Matlab.

Walaupun hingga saat ini telah banyak para ahli penginderaan jauh Indonesia yang telah mengembangkan teknik penginderaan jauh, namun pengembangan itu masih menjurus kepada aplikasi atau terapan teknik penginderaan jauh. Sedangkan pada pengembangan sistem pengolahan dan analisis citra penginderaan jauh secara digital masih sangat sedikit para ahli yang tertarik. Oleh karena itu pengembangan sistem pengolahan dan analisis citra penginderaan jauh sangat dibutuhkan, khususnya pada pembentukkan tapis-tapis digital baru yang berguna untuk mendayagunakan citra penginderaan jauh dalam memberikan informasi tentang obyek-obyek yang terekam secara lengkap dan detail.

Dalam pengolahan dan analisis citra penginderaan jauh, citra didefenisikan sebagai suatu fungsi kontinu dari distribusi besaran fisis $f(i,j)$ dalam bidang dua dimensi dengan (i,j) menyatakan koordinat piksel. Nilai besaran fisis $f(i,j)$ pada citra berada pada interval $(0 - \infty)$. Representasi dalam bentuk diskret nilai piksel berada dalam interval $[L(min), L(mak)]$, yang disebut skala keabuan *(gray-scale)*. Operasi morfologi matematik dalam citra yang memiliki skala keabuan menggunakan operasi minimum dan maksimum, hal ini selaras dengan pengertian infimum dan supremum dalam konsep *ordered set* dan *lattice* (Heijmans, 1997)

Tapis dalam konsep morfologi matematik didefinisikan sebagai sebuah transformasi yang dibatasi oleh operasi *translation-invariant* dan *increasing.* Sebuah operasi Ψ dalam sebuah himpunan (atau citra) dikatakan *translation-invariant* jika

$$\Psi(X_h) = [\Psi(X)]_h \tag{1.1}$$

Pengaruh yang ditimbulkan dari teori ini adalah mengidentifikasi secara menyeluruh pada sebuah citra. Sedangkan operasi Ψ dikatakan *increasing* jika

$$X \leq Y = \Psi(X) \leq \Psi(Y) \tag{1.2}$$

Teorema Tapis Morfologi Matematik, dari seluruh tapis morfologi matematik dapat diekpresikan dengan menggunakan operasi AND (operator logika) dari erosi. Misalkan $\Psi(X)$ adalah sebuah tapis dalam citra X**.** Maka teorema tapis dapat ditulis sebagai berikut:

$$\Psi(X) = \bigcap_{b \in B} X \ominus B \tag{1.3}$$

(bukti teorema tapis ini dapat dilihat pada Heijmans, 1997).

Pertanyaan yang mendasar dari penelitian ini adalah bagaimana mengembangkan teorema tapis morfologi (persamaan 1.3) dengan menggunakan operasi OR dari dilasi, dan kombinasi dari operator erosi dan dilasi. Pengembangan tapis morfologi matematik dilakukan dengan cara mengkaji teori morfologi matematik dari teori *ordered set* dan *lattice*. Berdasarkan kajian diatas penelitian ini juga akan mengkaji sejauh mana teknik pentapisan morfologi matematik yang dirancang mampu menajamkan kenampakan obyek yang terekam pada citra penginderaan jauh. Untuk itu pada tahun kedua penelitian lebih memfokuskan kepada pengembangan sistem pengolahan dan analisis citra penginderaan jauh dengan cara membuat suatu algoritma pemrograman tapis morfologi matematik baru dengan menggunakan bahasa pemrograman Matlab. Hasil pengembangan algoritma akan diimplementasikan pada penajaman kenampakan obyek yang terekam dalam citra penginderaan jauh Landsat TM .

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Morfologi Matematik

Teori morfologi matematika dan aplikasinya dikembangkan secara sistematis oleh Serra dan Matheron (Fauzi, dkk, 2004a). Operator erosi dan dilasi dalam morfologi matematik dapat digunakan sebagai representasi semua tapis morfologi. Pentapisan morfologi matematik adalah salah satu cabang paling populer dan berhasil dari teori ini.

Prinsip dasar analisis morfologi matematik adalah membandingkan bentuk obyek yang biasanya sangat kompleks dengan suatu bentuk yang sangat sederhana, misalnya bentuk segiempat atau lingkaran yang selanjutnya disebut struktur elemen. Menurut Schalkoff (1989) secara umum morfologi matematik dapat didefenisikan atas dua operator dasar yaitu erosi dan dilasi. Operator erosi merupakan operasi pengecilan sedangkan operator dilasi merupakan operasi ekspansi. Operator erosi dan dilasi bukan merupakan pasangan inversi, maka operasi erosi yang diikuti operasi dilasi atau sebaliknya tidak akan mengembalikan citra semula. Hal ini membuat suatu transformasi morfologi matematik baru yang disebut operator pembukaan (*opening*) dan operator penutupan (*closing*). Operator pembukaan didefinisikan sebagai operasi erosi yang diikuti oleh operasi dilasi, sedangkan operator penutupan didefinisikan sebagai operasi dilasi yang diikuti oleh operasi erosi.

2.1.1. Operator Dilasi dan Erosi

Operasi erosi dihasilkan dari perbedaan dan interseksi, operasi kedua adalah dilasi yang dihasilkan dari perbedaan dan gabungan. Transformasi yang melalui dilasi tergantung pada erosi. Erosi merupakan titik awal untuk kebanyakan pemrosesan morfologis.

Untuk himpunan *A* dan *B* dalam Z^2, erosi citra *A* oleh struktur elemen *B* dinotasikan $A\Theta B$, didefenisikan sebagai (Gonzalez and Woods, 1993):

$$A\Theta B = \{x \mid (B)_x \subseteq A\} \tag{2.1}$$

Pengertian secara kata-kata dapat dijelaskan sebagai berikut erosi *A* oleh *B* adalah himpunan semua titik *x* yang ditranslasi dengan $(B)_x$ terlibat dalam *A*.

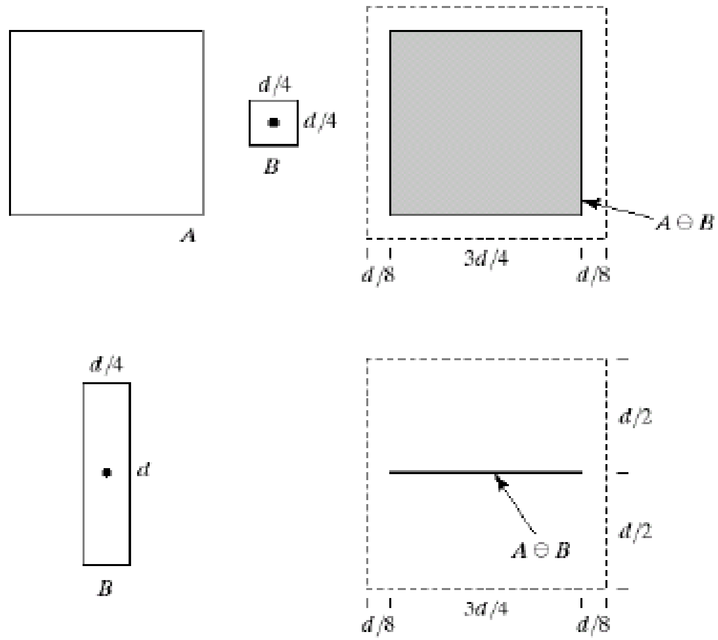
Dilasi dinotasikan dengan $A \oplus B$, dengan $\varnothing$ adalah himpunan kosong didefenisikan sebagai (Gonzalez and Woods, 1993)

$$A \oplus B = \{x \mid (B)_x \cap A \neq \varnothing\} \tag{2.2}$$

Himpunan semua titik *x* sedemikian sehingga $(B)_x$ mengenai *A* (hasil perpotongan himpunan $(B)_x$ dan *A* bukan merupakan himpunan kosong). Persamaan (2.2) dapat juga ditulis dalam bentuk:

$$A \oplus B = \{x \mid [(B)_x \cap A] \subseteq A\} \tag{2.3}$$

Gambar berikut merupakan ilustrasi dari penerapan dilasi dan erosi oleh struktur elemen B pada sebuah obyek:



Gambar 2.1. Ilustrasi operasi erosi dan dilasi oleh struktur elemen B pada citra Binair
(Sumber: Gonzalez and Woods, 1993)

2.1.2. Operator *Opening* dan *Closing*

Opening adalah suatu operasi dilasi dari hasil keseluruhan sebuah erosi terhadap suatu citra dari sebuah struktur elemen *B*, oleh elemen pembentuk yang sama. Dalam Aljabar, jika suatu semesta adalah terbuka, komplemennya adalah tertutup. Operasi *Closing* merupakan aplikasi dilasi terhadap suatu citra oleh sebuah elemen pembentuk *B*, diikuti erosi keseluruhan hasil melalui elemen pembentuk yang sama.

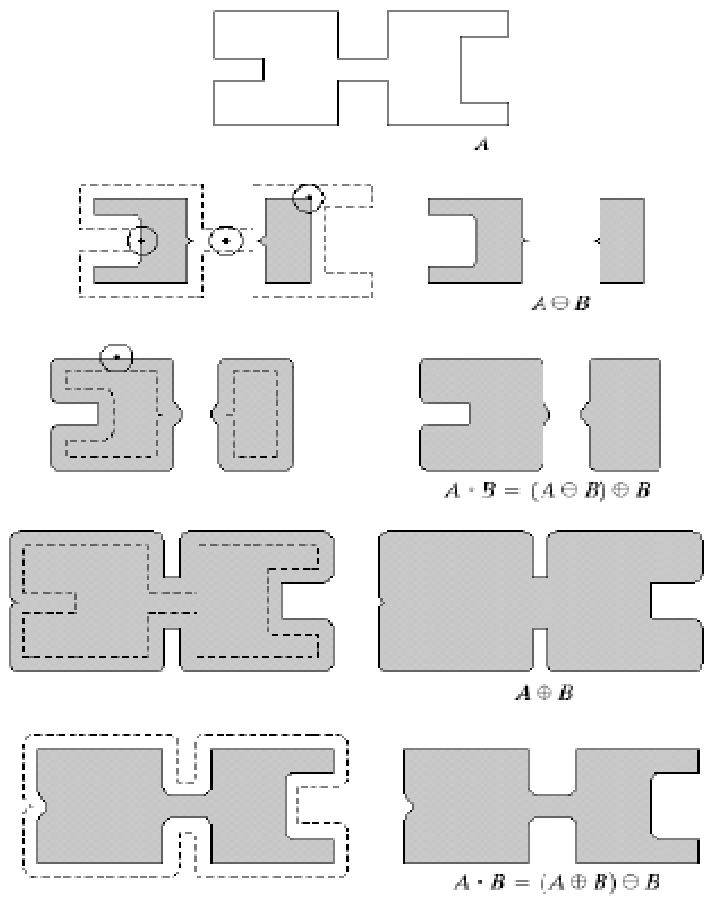
Opening himpunan *A* oleh struktur elemen *B*, dinotasikan $A \circ B$ didefenisikan sebagai:

$$A \circ B = (A \Theta B) \oplus B \qquad (2.4)$$

Closing himpunan *A* oleh struktur elemen *B*, dinotasikan $A \bullet B$ didefenisikan sebagai:

$$A \bullet B = (A \oplus B) \Theta B \tag{2.5}$$

Gambar berikut melihatkan pengaruh penerapan *opening* dan *closing* pada suatu obyek yang terdapat dalam citra binar dengan struktur elemen B.



Gambar 2.2. Ilustrasi penggunaan tapis *opening* dan *closing* oleh struktur elemen B
(Sumber : Gonzalez and Woods, 1993)

2.2. Pengolahan dan Analisis Citra Menggunakan Morfologi Matematik

Penajaman kenampakan obyek yang bersumber dari citra penginderaan jauh dapat dilakukan dengan cara memanipulasi kenampakan spasial melalui algoritma tapis spasial (*spatial filtering*), penajaman tepi (*edge enhancement*) dan penggunaan analisis Fourier. Di antara ketiga algoritma penajaman citra yang telah disebutkan diatas, dalam sistem pengolahan dan analisisnya tidak memperhatikan bentuk geometri obyek yang ditajamkan, proses penajaman hanya didasarkan pada perbedaan nilai-nilai piksel citra, dengan cara menganalisis pola nilai-nilai piksel. Untuk itu diperlukan sebuah pengembangan sistem pengolahan dan analisis citra penginderaan jauh yang lebih didasarkan pada bentuk geometri obyek yang terekam dalam sebuah citra penginderaan jauh.

Pentapisan merupakan cara untuk ekstraksi bagian tertentu dari suatu himpunan data, dengan menghilangkan bagian-bagian data yang tidak diinginkan. Pentapisan merupakan operasi yang dijalankan dengan prinsip pendekatan spasial terhadap persebaran nilai kecerahan pada citra, karena tapis mengikut sertakan nilai-nilai piksel tetangganya. Citra dapat dianggap sebagai kumpulan obyek maka konsekuensinya, analisis citra dapat dilakukan menggunakan teori himpunan, artinya operasi-operasi dalam menganalisa citra dapat dilakukan diantara piksel-piksel tetangganya dan bukan operasi aritmetik tradisional. Salah satu transformasi dalam mengolah citra yang menggunakan konsep teori himpunan adalah morfologi matematik. Morfologi matematik merupakan alat yang efektif dan semakin penting dalam aplikasi pemrosesan citra, dan analisis citra. Hal ini termasuk ekstraksi kenampakan, penjarangan atau penipisan (*thining*), penebalan (*thickening*), pemangkasan (*pruning*), ekstraksi batas (*boundary extraction*), mengisi lubang (*region filling*) dan pengenalan pola (Jain, 1989; Gonzalez, et.al, 1993).

Penggunaan teknik pentapisan morfologi matematik dalam pengolahan citra digital khususnya citra satelit dapat digunakan untuk mengekstraksi informasi obyek yang terekam pada citra penginderaan jauh dalam bentuk visual berupa kenampakan-kenampakan yang memiliki bentuk geometri. Soille, et.al (2002), dalam penelitiannya menyimpulkan bahwa aplikasi tapis morfologi matematik dalam sistem pengolahan citra digital dapat digunakan untuk mereduksi bising citra (*noise*), mendeteksi tepi citra dan mengekstraksi tekstur citra. Sedangkan aplikasi pada bidang penginderaan jauh tapis morfologi matematik dapat digunakan untuk mengekstraksi pola jaringan, dan bentuk obyek.

Penggunaan morfologi matematik dalam pengolahan citra penginderaan jauh belum banyak digunakan dan dikembangkan, hal ini dikarenakan teori tentang morfologi matematik di Indonesia belum berkembang pesat seperti teori *Fuzzy Set* dan *Fraktal*. Berdasarkan penelitian pendahuluan yang telah dilakukan oleh tim peneliti selama kurun waktu 5 tahun terakhir (Fauzi, dkk, 2004a; Fauzi, 2004b; Fauzi, dkk, 2007) menyimpulkan bahwa teori morfologi matematik khususnya pada teknik pentapisan untuk mendeteksi tepi obyek cukup memberikan hasil yang baik dibandingkan dengan tapis gradien seperti tapis Sobel, Prewitt dan Laplace. Berdasarkan penelitian tersebut teknik pentapisan morfologi matematik dapat diimplementasikan dalam mengekstraksi kenampakan jaringan jalan pada citra penginderaan jauh. Asumsi ini didasarkan bahwa jaringan jalan yang terekam dalam citra penginderaan jauh secara visual dapat berbentuk kenampakan linier yang ditandai dengan pola yang khusus.

Pengolahan citra menggunakan morfologi berarti meletakkan citra sebagai suatu himpunan, sehingga transformasi citra berdasarkan pada prinsip ini menggunakan operator lattice. Terdapat dua pendekatan yang dapat digunakan dalam menganalisis citra berdasarkan morfologi matematik yaitu Geometri dan Aljabar. Analisis citra menggunakan pendekatan geometri dan aljabar dalam proses pengolahan citra penginderaan jauh dapat dilakukan dengan menggunakan operasi matematik. Operasi yang digunakan meliputi segala operasi yang bersifat aritmatik (tambah, kurang, kali, rasio, akar, negatif) dan bersifat logika (AND, OR, NOT). Analisis citra menggunakan operasi matematis dapat digunakan untuk proses pengabungan citra secara spektral (Purwadhi, 2001).

Selain pada dua pendekatan diatas pengolahan citra menggunakan morfologi dapat juga menggunakan teori-teori kalkulus seperti kalkulus diffferensial. Penggunaan kalkulus differensial ini merupakan kombinasi dari penggunaan operator morfologi standar yang bertujuan untuk mendapatkan bentuk gradien. Gradien morfologi didasarkan pada turunan pertama dari operator morfologi standar (Maragos, 1996). Diberikan fungsi $f : R^2 \rightarrow R$ didefenisikan *isotropic* morfologi *sup-derivatif* pada titik *x* oleh

$$\mathrm{M}(f)(x) \equiv \lim_{r \to 0} \frac{(f \oplus rK)(x) - f(x)}{r} \tag{2.6}$$

dimana $rK = \{rk : k \in K\}$ adalah struktur elemen *K*, $f \oplus K$ adalah flat dilasi pada *f* oleh sebuah himpunan *K*. Aplikasi derivatif pertama dapat digunakan dalam analisis citra, yaitu untuk deteksi tepi.

Penggunaan gradien morfologi untuk mendeteksi tepi citra dengan menggunakan kombinasi tapis-tapis morfologi standar telah dikenalkan oleh Salembier (1994); Paseresi, et.al, (2001). Pendekatan yang mereka lakukan dalam mencari bentuk gradien morfologi adalah mencari selisih antara tapis dilasi dengan tapis erosi, dan selisih antara tapis morfologi (dilasi dan erosi) dengan citra asli. Fauzi (2004b) dan Fauzi, dkk, (2007) telah mengkaji bentuk gradien morfologi dengan mencari selisih antara tapis morfologi opening, dengan tapis closing dan selisih antara tapis morfologi (closing dan opening) dengan citra asli. Hasil penelitian pentapisan tersebut mampu mengekstraksi batas tepi kenampakan obyek yang terekam dalam citra penginderaan jauh. Tetapi hasil tapis-tapis gradien morfologi pada penelitian ini belum menunjukkan hasil yang memuaskan, hal ini dikarenakan kenampakan obyek yang mampu diekstrak oleh tapis-tapis tersebut adalah obyek-obyek yang memiliki bentuk kenampakan linier. Sedangkan kenampakan obyek yang berbentuk geometri yang lain belum terekstrak dengan sempurna. Melalui penelitian ini akan dikembangkan jenis tapis morfologi baru yang mampu mengekstrak kenampakan obyek-obyek yang memiliki bentuk kenampakan obyek berbentuk geometri.

2.3. Tapis Morfologi Matematik dalam Sistem Digital

Dalam sistem digital, teknik pentapisan morfologi matematik pada citra menggunakan struktur elemen sebagai jendela tapis. Menurut Li (1998), cara kerja struktur elemen dalam operasi morfologi matematik ekivalen dengan cara kerja *kernel* dalam operasi konvolusi citra. Struktur elemen sebagai pembatas wilayah atau penentu lingkungan tetangga *(neighborhood)*. Operator erosi pada citra digital akan mencari titik-titik yang bernilai minimum di dalam lingkungan tetangga, sedangkan operator dilasi akan mencari titik-titik yang bernilai maksimum.

Dalam pengolahan dan analisis citra digital, citra didefenisikan sebagai suatu fungsi kontinu dari distribusi besaran fisis $f(i,j)$ dalam bidang dua dimensi dengan (i,j) menyatakan koordinat piksel. Nilai besaran fisis $f(i,j)$ pada citra berada pada interval (0

- ∞). Representasi dalam bentuk diskret nilai piksel berada dalam interval [*L(min)* , *L(mak*)], yang disebut skala keabuan *(gray-scale)*. Operasi morfologi matematik dalam citra dengan memiliki skala keabuan menggunakan operasi minimum dan maksimum, hal ini selaras dengan pengertian infimum dan supremum dalam konsep *ordered set* dan *lattice* (Heijmans, 1997)

BAB III

TUJUAN DAN MANFAAT PENELITIAN

3.1 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan teknik pengolahan dan analisis citra penginderaan jauh, khususnya pada teknik penajaman citra dengan memanipulasi kenampakan spasial menggunakan tapis-tapis digital yang didasarkan pada bentuk geometri objek. Secara khusus penelitian ini bertujuan untuk:

1. Mengembangkan jenis tapis baru yang didasarkan pada teori morfologi matematik, dengan melakukan kajian terhadap konsep pembentukan tapis morfologi matematik yang ditinjau dari teori ordered set dan lattice.
2. Mengembangkan dan menerapkan algoritma tapis morfologi matematik dalam sebuah perangkat lunak (*software*) dengan bahasa pemrograman Matlab versi 6,5, sehingga dapat digunakan dalam mengolah dan menganalisis citra penginderaan jauh khususnya pada penajaman kenampakan obyek.

3.2 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian yang diharapkan adalah terbentuknya tapis baru morfologi matematik yang diturunkan dari teori aljabar (ordered set dan lattice) yang diimplementasikan pada algoritma pentapisan morfologi matematik baru pada bahasa pemrograman Matlab. Sehingga diharapkan jenis tapis dan algoritma baru ini nanti mampu dimanfaatkan untuk menajamkan kenampakan obyek-obyek yang terekam dalam citra penginderaan jauh.

BAB IV

METODE PENELITIAN

Teorema tapis yang telah dibahas pada latar belakang penelitian adalah teorema yang mengarah pada konsep citra binair, sedangkan seiring dengan kemajuan teknologi penginderaan jauh citra digital sudah dapat diekpresikan dengan menggunakan resolusi spectral yang semakin tinggi ini artinya bahwa citra penginderaan jauh yang berkembang saat ini sudah menggunakan rentang nilai piksel yang semakin besar. Citra penginderaan jauh yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah citra Landsat TM, dengan wilayah liputan sebagian daerah Bengkulu.

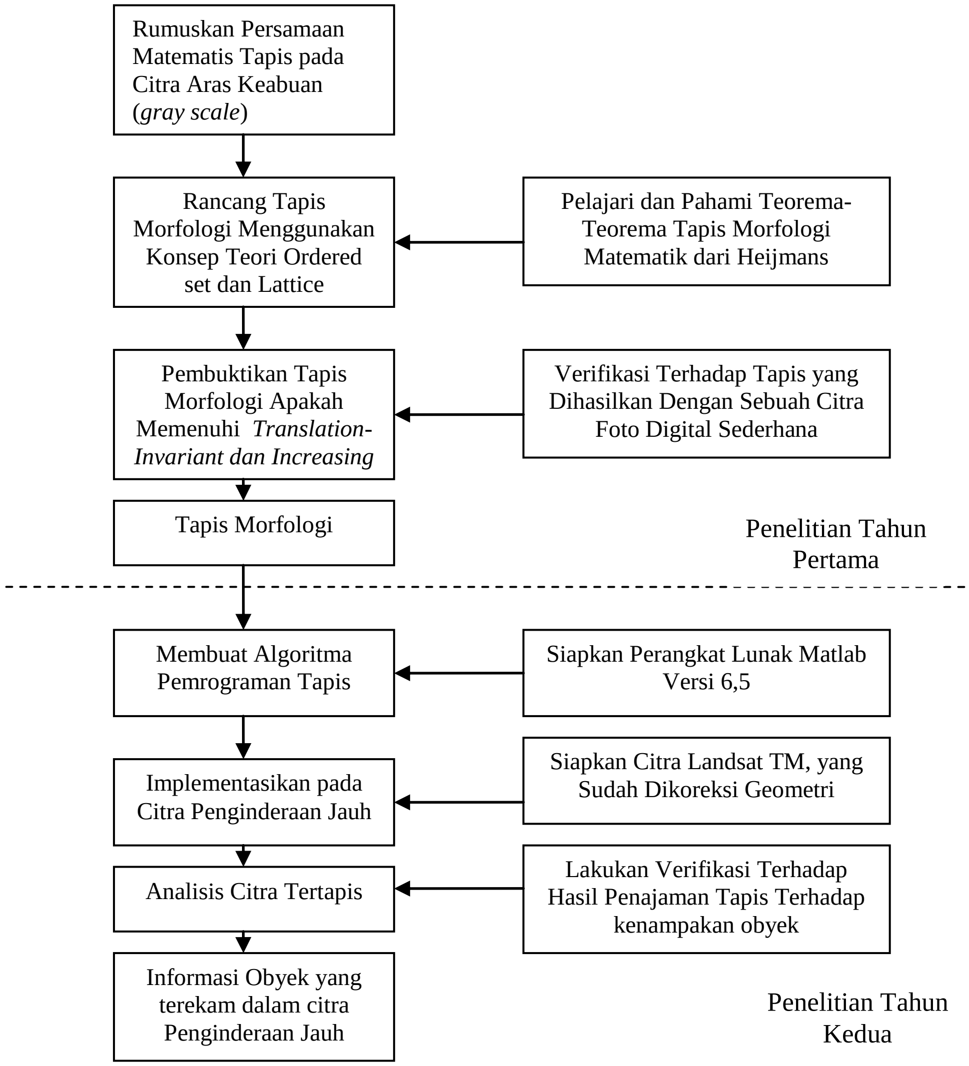
Secara teoritis pengembangan sistem pengolahan dan analisis citra menggunakan morfologi matematik adalah dengan mengembangkan teorema tapis yang telah ada, dengan cara melakukan kajian terhadap operator-operator morfologi seperti dilasi, opening dan closing. Kajian teoritis dari pembentukan tapis masih mengarah kepada teorema tapis yang telah dikemukan oleh Heijmans (1997), yaitu masih mengkaji dari teori ordered set dan lattice. Penelitian akan direncanakan dalam dua tahun dan secara ringkas penelitian ini dilaksanakan melalui diagram alir penelitian seperti yang terdapat dalam gambar 4.1.

4.1 Penelitian Tahun Pertama

Pada tahun pertama penelitian difokuskan untuk membentuk tapis-tapis morfologi matematik yang merupakan pengembangan dari teorema tapis Heijmans (1997). Tapis dibentuk dengan membuktikan apakah tapis yang dirancang sudah memenuhi sifat *translation-invariant* dan *increasing* atau belum?. Pembuktian ini dikembangkan melalui kajian literatur terhadap teori *ordered set* dan *lattice* yang telah dikembangkan oleh Denecke, et.al, (2002). Sebagaimana lazimnya dalam penelitian matematika, pembuktian sebuah operator atau formula dapat dibuktikan dengan menggunakan pembuktian langsung, tidak langsung dan atau induksi matematik. Untuk itu anggota peneliti yang terlibat dalam penelitian ini merupakan peneliti yang mampu dan berpengalaman dalam penelitian bidang aljabar.

4.2 Penelitian Tahun Kedua

Setelah didapatkan jenis tapis morfologi matematik yang memenuhi sifat *translation-invariant* dan *increasing,* maka pada tahun kedua dirancang sebuah algoritma dalam bahasa pemrograman Matlab untuk mengimplementasikan tapis baru tersebut pada sebuah citra penginderaan jauh. Berdasarkan pada hasil implementasi citra, kemudian dilakukan analisis terhadap citra tertapis. Citra tertapis ini diharapkan dapat memperbaiki atau menajamkan kenampakan obyek secara detail yang terekam dalam sebuah citra penginderaan jauh.



Gambar. 4.1 Diagram Alir Penelitian

BAB V

HASIL DAN PEMBAHASAN

5.1 Perumusan Tapis Morfologi Matematik Pada Citra Gray Level

Pengolahan citra menggunakan morfologi matematik berarti meletakkan citra sebagai suatu himpunan. Terdapat dua pendekatan yang dapat digunakan dalam menganalisis citra berdasarkan morfologi matematik yaitu Geometri dan Aljabar. Operator erosi pada citra digital akan mencari titik-titik yang bernilai minimum di dalam lingkungan tetangga, sedangkan operator dilasi akan mencari titik-titik yang bernilai maksimum. Secara matematis bentuk persamaan matematis morfologi matematik pada citra *gray level* dapat dilihat dibawah ini:

Proposisi 1: (Champs, 1996)

Jika $f : F \rightarrow E$ dan $k : K \rightarrow E$ maka

$f \oplus k : F \oplus K \rightarrow E$ dapat dihitung dengan:

$$(f \oplus k)(x) = \max\{ f(x-u) + k(u) \mid (x-u) \in F; u \in K\} \qquad (5.1)$$

Proposisi 2: (Champs, 1996)

Jika $f : F \rightarrow E$ dan $k : K \rightarrow E$ maka,

$f \Theta k : F \Theta K \rightarrow E$ dapat dihitung dengan:

$$(f \Theta k)(x) = \min\{ f(x+v) - k(v) \mid (x-v) \in F; v \in K\} \qquad (5.2)$$

Kombinasi dari dilasi dan erosi pada citra *gray level* akan menghasilkan jenis operator baru yaitu opening dan closing. Defenisi opening dan closing pada citra *gray level* ekivalen dengan defenisi kedua operator tersebut pada citra binair. Persamaan matematis dari kedua operator ini ekivalen dengan persamaan (2.1) dan (2.2), tetapi karena penerapannya pada citra *gray level* maka operator opening akan mencari nilai maksimum sedangkan operator closing akan mencari nilai minimum dari struktur elemen (jendela tapis). Penurunan kedua operator ini pada citra *graylevel* dapat dilihat pada kajian matematis berikut:

<u>Proposisi 3:</u> (Champs, 1996)

Jika, $F, K \subseteq E^N$ dan $f : F \to E$ dan $k : K \to E$ maka

$f \circ k : F \circ K \to E$ dan dapat dihitung dengan:

$$(f \circ k)(x) = \max\{ \min[f(x+v-u) - k(v) \mid v \in K] + k(u) \mid u \in K; (x-u) \in F\Theta K\}$$

(5.3)

Proposisi ini dapat dibuktikan dengan pendekatan aljabar sebagai berikut:

<u>Bukti:</u> (Fauzi, 2007)

Misalkan $R \subseteq E^N$ dan $r : R \to E$ sehingga $r = f\Theta k$

Dari proposisi 2

$f\Theta k : F\Theta K \to E$

Jadi $r : F\Theta K \to E$ dan $r : R \to E$ maka $R : F\Theta K$

Dari proposisi 2

$$(f\Theta k)(x) = \min\{ f(x+v) - k(v) \mid (x+v) \in F; v \in K\}$$

Maka $r(x) = \min\{ f(x+v) - k(v) \mid (x+v) \in F; v \in K\}$

Karena $f \circ k = (f\Theta k) \oplus k$, Maka $f \circ k = r \oplus k$

$$(f \circ k)(x) = (r \oplus k)(x)$$

Dari proposisi 1

$$(r \oplus k)(x) = \max\{r(x-u) + k(u) \mid (x-u) \in R; u \in K\}$$

dan $r \oplus k = f \circ k$

$\therefore (f \circ k)(x) = \max\{r(x-u) + k(u) \mid (x-u) \in R; u \in K\}$

Karena $R = F\Theta K$ dan

$$r(x) = \min\{f(x+v) - k(v) \mid v \in K\}$$

maka $r(x-u) = \min\{f(x+v-u) - k(v) \mid v \in K\}$

Subsitusikan persamaan ini ke $(f \circ k)(x) = \max\{r(x-u) + k(u) \mid (x-u) \in R; u \in K\}$

sehingga didapat

$\therefore (f \circ k)(x) = \max\{\min[f(x+v-u) - k(v) \mid v \in K] + k(u) \mid u \in K; (x-u) \in F\Theta K\}$ □

Proposisi 4:

Jika, $F, K \subseteq E^N$ dan $f : F \to E$ dan $k : K \to E$ maka

$f \bullet k : F \bullet K \to E$ dan dapat dihitung dengan:

$$\therefore (f \bullet k)(x) = \min\{\max[f(x+v-u) - k(v) \mid v \in K] + k(u) \mid u \in K; (x+v) \in F \oplus K\} \qquad (5.4)$$

Bukti:

Misalkan $R \subseteq E^N$ dan $r : R \to E$ sehingga $r = f \oplus k$

Dari proposisi 1

$f \oplus k : F \oplus K \to E$

Jadi $r : F \oplus K \to E$ dan $r : R \to E$ maka $R : F \oplus K$

Dari proposisi 1

$$(f \oplus k)(x) = \max\{f(x-u) + k(u) \mid (x-u) \in F; z \in K\}$$

Maka $r(x) = \max\{f(x-u) + k(u) \mid (x-u) \in F; z \in K\}$

Karena $f \bullet k = (f \oplus k)\Theta k$, Maka $f \bullet k = r\Theta k$

$$(f \bullet k)(x) = (r\Theta k)(x)$$

Dari proposisi 2

$$(r\Theta k)(x) = \min\{ f(x+v) - k(v) \mid (x+v) \in F; v \in K\}$$

dan $r\Theta k = f \bullet k$

$$\therefore (f \bullet k)(x) = \min\{ f(x+v) - k(v) \mid (x+v) \in F; u \in K\}$$

Karena $R = F \oplus K$ dan

$$r(x) = \max\{ f(x-u) + k(u) \mid u \in K\}$$

maka $r(x+v) = \max\{ f(x+v-u) + k(u) \mid u \in K\}$

Subsitusikan persamaan ini ke $(f \bullet k)(x) = \min\{ r(x+v) - k(v) \mid (x+v) \in R; u \in K\}$

sehingga didapat

$$\therefore (f \bullet k)(x) = \min\{\max[f(x+v-u) - k(v) \mid v \in K] + k(u) \mid u \in K; (x+v) \in F \oplus K\} \qquad (5.5)$$

5.2. Implementasi Tapis Morfologi Matematik dalam Sistem Citra Digital

Dalam sistem digital, teknik pentapisan morfologi matematik pada citra menggunakan struktur elemen sebagai jendela tapis. Menurut Li (1998), cara kerja struktur elemen dalam operasi morfologi matematik ekivalen dengan cara kerja *kernel* dalam operasi konvolusi citra. Struktur elemen sebagai pembatas wilayah atau penentu lingkungan tetangga *(neighborhood)*. Perumusan erosi dan dilasi, digambarkan dalam struktur elemen dalam matriks 3 x 3 sebagai piksel-piksel tetangga dengan koefisien-koefisien matriks yang dinotasikan dalam bentuk:

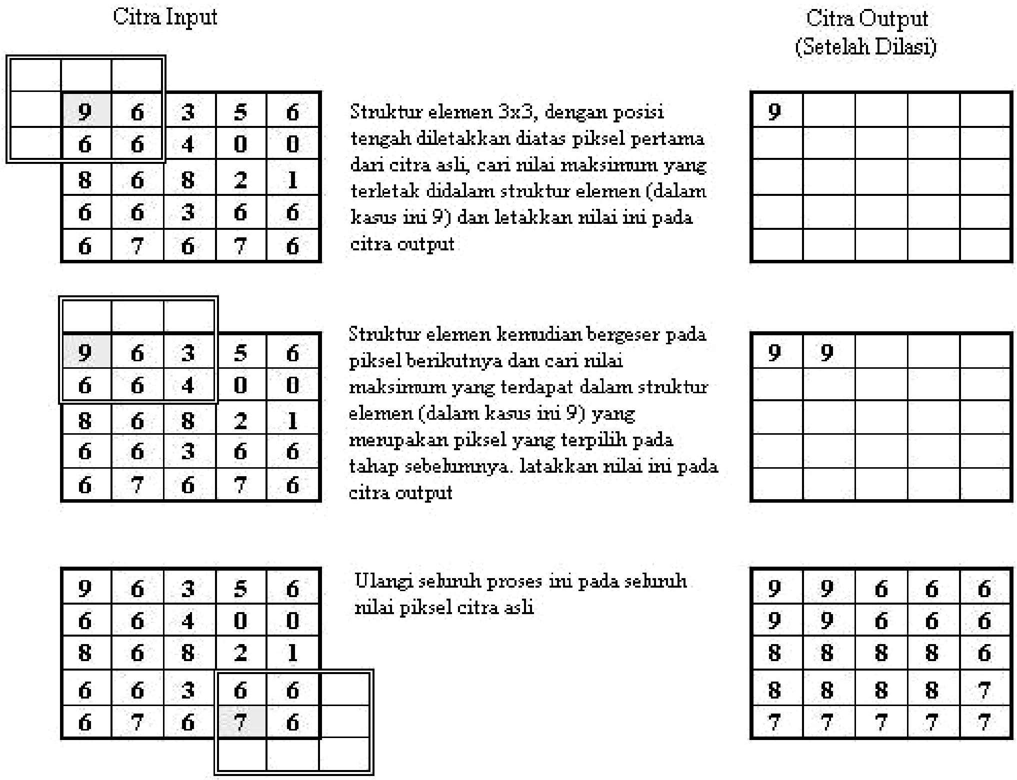
$$\begin{bmatrix} (i-1, j-1) & (i-1, j) & (i-1, j+1) \\ (i, j-1) & (i, j) & (i, j+1) \\ (i+1, j-1) & (i+1, j) & (i+1, j+1) \end{bmatrix}$$

Aplikasi operator erosi dan dilasi pada sistem citra digital berarti menempatkan kedua operator tersebut sebagai tapis digital. Perumusan kedua tapis dapat ditulis dalam bentuk persamaan berikut (Pratt, 1991):

$$F(i,j) = \text{Maks}\left\{f(i-1, j-1), f(i-1, j), \ldots, f(i+1, j+1)\right\} \quad (5.6)$$

$$F(i,j) = \text{Min}\left\{f(i-1, j-1), f(i-1, j), \ldots, f(i+1, j+1)\right\} \quad (5.7)$$

Cara kerja kedua tapis ini adalah mengubah nilai piksel pada lokasi *(i,j)* dengan memperhitungkan bobot piksel di sekitarnya pada citra masukan. Penjabaran prinsip ini dalam pentapisan dilasi dapat dijelaskan sebagai berikut, koefisien pada struktur elemen (jendela tapis) diletakkan pada nilai kecerahan masing-masing piksel kemudian masing-masing koefisien struktur elemen (jendela tapis) tersebut dikalikan dengan nilai kecerahan piksel, pada titik yang sama. Hasilnya nilai kecerahan yang paling besar (maksimum) akan menggantikan posisi nilai kecerahan piksel citra asli pada lokasi *(i,j)* dan terhimpun dalam citra output (gambar 5.1). Prosedur yang sama dapat diterapkan pada pentapisan Erosi tetapi prosesnya adalah mencari nilai minimum.



Gambar 5.1. Ilustrasi kerja operator dilasi pada sebuah citra digital (Young, 2002)

Bentuk tapis yang lain adalah tapis *Opening* dan *Closing*. *Opening* merupakan kombinasi antara tapis dilasi dengan tapis erosi (dalam citra aras keabuan) sehingga bentuk diskret tapis ini pada citra digital dalam jendela tapis 3 x 3, dapat dibuat dalam persamaan berikut:

$$(f \circ b)(i,j) = Mak\{Min\,[\,f(i-1,j-1), f(i-1,j), \cdots, f(i+1,j+1)]\} \tag{5.8}$$

Tapis *closing* merupakan kombinasi tapis erosi dengan tapis dilasi, maka kombinasi kedua tapis ini dapat dibuat dalam persamaan berikut:

$$(f \bullet b)(i,j) = Min\{Mak\,[\,f(i-1,j-1), f(i-1,j), \cdots, f(i+1,j+1)]\} \tag{5.9}$$

5.3 Perancangan Tapis Morfologi Matematik Berdasarkan *Ordered Set* dan Lattice

Definisi: Tapis Morfologi Matematik (Heijmans, 1997**)**

Dalam morfologi matematik, sebuah transformasi atau operator dikatakan tapis jika operator tersebut bersifat *increasing* dan *idempoten*.

Sebuah $\Psi : L \to M$ adalah *increasing* jika $X < Y$ dalam L, sehingga $\Psi(X) \leq \Psi(Y)$ dalam M, $\forall\ X, Y \in L$

dimana L = lattice

Operator Ψ dalam L (lattice) adalah :

1. Anti *extensive* jika $\Psi(X) \leq X$ untuk $X \in L$
2. *Extensive* jika $\Psi(X) \geq X$ untuk $X \in L$
3. *Idempoten* jika $\Psi^2 = \Psi$
4. *an Opening* jika Ψ adalah *increasing*, *antiextensive* dan *idempoten*
5. *a Closing* jika Ψ adalah *increasing*, *extensive* dan *idempoten*

Menurut Heijmans (1997) dan Serra. dkk (1992,) sebuah operator morfologi matematik dikatakan memenuhi sifat translation invariant untuk

$$\Psi: P(E^d) \to P(E^d)$$

Jika

$$\Psi(X_h) = [\Psi(X)]_h \qquad \forall X \subseteq E^d\ dan\ h \in E^d$$

5.3.1 Operator Erosi

Operator erosi diberikan

$$X \ominus B = \{x - b | x \in X, b \in B\}$$

$$= \bigcap_{b \in B} X_{-b}$$

misalkan

$$\varepsilon(X) = X \ominus B$$

$$= \bigcap_{b \in B} X_{-b}$$

dimana $B \subseteq E^d$

Agar operator ini memenuhi sifat *increasing* harus dibuktikan, misalkan Ψ adalah *increasing* dan *translation invariant* sehingga

$$(\Psi\,\varepsilon)(\mathrm{X}) = \Psi(\bigcap_{b \in B} X_{-b})$$

$$\subseteq \bigcap_{b \in B} \Psi(X_{-b})$$

$$= \bigcap_{b \in B} \{\Psi(X)\}_{-b})$$

$$= \Psi(X) \ominus B$$

$$= (\varepsilon\,\Psi)(\mathrm{X})$$

Dari pembuktian ini dapat disimpulkan bahwa operator erosi memenuhi sifat *increasing* dimana $(\Psi\,\varepsilon) = (\varepsilon\,\Psi)$.

Agar operator ini memenuhi sifat *translation invariant* maka harus dibuktikan, $\mathrm{B} \ominus \mathrm{X} = \mathrm{X} \ominus \mathrm{B}$

$$\Psi(\mathrm{X}) = \mathrm{X} \ominus \mathrm{B}$$

$= B \ominus X$

$= \bigcap_{x \in X} B_x$

$= \{b - x,\ \ x \in X,\ \ b \in B\}$

$= \{x - b,\ \ x \in X,\ \ b \in B\}$

$= \bigcap_{b \in B} X_b$

5.3.2 Operator Dilasi

Untuk operator dilasi diberikan

$$X \oplus B = \{x + b | x \in X, b \in B\}$$

$$= \bigcup_{b \in B} X_b$$

$$\varepsilon(X) = X \oplus B$$

$$= \bigcup_{b \in B} X_b$$

dimana $B \subseteq E^d$

Agar operator ini memenuhi sifat *translation invariant* harus dibuktikan, misalkan Ψ adalah *increasing* dan *translation invariant* sehingga

$$(\Psi\ \varepsilon)(X) = \Psi(\bigcup_{b \in B} X_b)$$

$$\subseteq \bigcup_{b \in B} \Psi(X_b)$$

$$= \bigcup_{b \in B} \{\Psi(X)\}_b$$

$$= \Psi(X) \oplus B$$

$$= (\varepsilon\ \Psi)(X)$$

Dari pembuktian ini dapat disimpulkan bahwa operator dilasi memenuhi sifat *increasing* dimana $(\Psi\,\varepsilon) = (\varepsilon\,\Psi)$.

Agar operator ini memenuhi sifat *translation invariant* maka harus dibuktikan, $\mathrm{X} \oplus \mathrm{B} = \mathrm{B} \oplus \mathrm{X}$

$$\Psi(\mathrm{X}) = \mathrm{X} \oplus \mathrm{B}$$

$$= \mathrm{B} \oplus \mathrm{X}$$

$$= \cup_{x \in X} B_x$$

$$= \{b + x,\ x \in X,\ \ b \in B\}$$

$$= \{x + b,\ x \in X,\ \ b \in B\}$$

$$= \cup_{b \in B} X_b$$

5.4 Tapis Morfologi Matematik untuk Deteksi Kenampakan objek

Boundary dari himpunan $X \subseteq R^m,\ m = 1,2, \dots$ Diberikan $\partial X \cong \bar{X}\ - X^* = \bar{X} \cap (X^*)$. Dimana $\bar{X}$ dan X^* didefinisikan sebagai *closure* dan titik interior dari X. Jika $\|x\|$ adalah norma dari R^m. B adalah struktur elemen yang berbentuk lingkaran dan $rB = \{x \in R^m : \|x\| \le r\}$ adalah lingkaran dengan jari-jari r, maka dapat ditunjukkan selisih antara erosi dan dilasi yang akan disebut sebagai tepi dari boundary dari *a* himpunan X yang didefinisikan:

$$\partial X = \cap_{r>0}(X \oplus rB) - (X \ominus rB)$$

Sup-derivatif dari operator morfologi matematik didefinisikan $M(f)$ sebagai pemetaan dari $f: R^m \to R$

$$M(f)(x) = \lim_{r \to 0} \frac{(f \oplus rB)(x) - f(x)}{r}$$

Sedangkan inf-derivatif dari operator morfologi matematik didefinisikan $M(-f)$ sebagai pemetaan dari $f: R^m \to R$

$$M(-f)(x) = \lim_{r \to 0} \frac{f(x) - (f \ominus rB)(x)}{r}$$

Selisih dari dua persamaan diatas akan menghasilkan turunan kedua dari morfologi matematik yang didefinisikan:

$$M^2(f)(x) = M(f)(x) - M(-f)(x)$$

$$M^2(f)(x) = \lim_{r \to 0} \frac{[(f \oplus rB)(x) - f(x)]}{r} - \lim_{r \to 0} \frac{[f(x) - (f \ominus rB)(x)]}{r}$$

$$M^2(f)(x) = \lim_{r \to 0} \frac{[(f \oplus rB)(x) - f(x)] - [f(x) - (f \ominus rB)(x)]}{r^2}$$

Penggunaan operasi aritmatik pengurangan (selisih) memberikan hasil yang baik dengan ditandai kenampakan tepi yang cukup jelas. (Fauzi, 2004a, 2004b, dan 2007) Berdasarkan pada teknik pentapisan untuk ekstraksi tepi didapatkan bahwa prinsip kerja tapis kombinasi ini ekivalen dengan prinsip kerja pada pentapisan derivasi citra yaitu bentuk gradien. Dari hasil ini didapatkan bahwa tapis-tapis morfologi dapat digunakan untuk mencari bentuk gradien citra *gray level* yang selanjutnya disebut dengan gradien morfologi.

Tapis morfologi matematik dapat diturunkan dari teori differensial pertama dan differensial kedua. Differensial Morfologi Matematik dapat digunakan untuk mendeteksi lokasi dari tepi obyek. Pendekatan differensial morfologi matematik dapat dicari dengan menggunakan selisih antar operator morfologi matematik. Pendekatan ini efektif dan dapat dikembangkan untuk mengekstraksi tepi dalam citra digital. Dalam sebuah citra gray level selisih antara tapis erosi dan dilasi dengan citra input disebut *dilation residual* dan *erosion residual* dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$edge^{\oplus}(f) = (f \oplus B) - f$$

$$edge^{\ominus}(f) = f - (f \ominus B)$$

$edge^{\oplus}(f)$: adalah tapis dilasi $f \oplus B$ dikurang dengan citra asli (*f*), sedangkan $edge^{\ominus}(f)$: adalah citra asli (*f*) dikurang dengan tapis erosi $f \ominus B$.

Penajaman tepi dari sebuah citra gray level dari f dapat juga diturunkan dari penjumlahan dua tapis morfologi matematik derivative (*dilation residual* dan *erosion residual*) menghasilkan gradien morfologi diskrit sebagai berikut:

$$edge(f) = (f \oplus B) - (f \ominus B)$$

$$= edge^{\oplus}(f) + edge^{\ominus}(f)$$

Kombinasi kedua tapis dilasi dan erosi merupakan pengembangan dari tapis *dilation residual* dan *erosion residual* yang merupakan implementasi dari tapis $M^2(f)(x)$.

5.5 Pembahasan

Dalam penelitian ini tapis morfologi matematik yang dibuktikan dengan menggunakan *Ordered set* dan *Lattice* masih terbatas pada kajian terhadap operator erosi dan dilasi. Hasil pengembangan tapis yang dilakukan masih merujuk kepada beberapa artikel tentang pengembangan tapis morfologi matematik dalam menajamkan citra dan deteksi kenampakan pada sebuah citra digital seperti yang terdapat dalam Maragos (2004)

Secara umum persoalan yang terdapat dalam penelitian sudah bisa dijawab, khususnya pada pembuktian operator dilasi agar memenuhi sifat *Increasing* dan *Translation Invariant*, tetapi validasi tapis yang dikembangkan belum bisa di kaji secara mendalam. Hal ini disebabkan karena pembuktian terhadap pengembangan tapis-tapis morfologi matematik agar memenuhi sifat *Increasing* dan *Translation invariant* belum bisa dibuktikan secara matematis. Pembuktian tersebut memerlukan beberapa teori matematika yang kompleks sehingga dibutuhkan waktu yang relatif lama dalam membuktikan tapis-tapis tersebut.

Pada tahun kedua, penelitian tentang pengembangan tapis-tapis dilasi dan erosi, masih perlu di uji dengan mengimplementasikan tapis-tapis tersebut kedalam sebuah citra digital khususnya pada citra penginderaan jauh dengan menggunakan software Matlab. Hasil uji terhadap citra dapat dijadikan sebuah indikator apakah tapis yang telah dikembangkan mampu menajamkan kenampakan obyek dalam citra penginderaan jauh atau tidak. Hasil uji tersebut akan dijadikan sebagai dasar untuk pengembangan tapis morfologi matematik selanjutnya, sampai ditemukan sebuah tapis morfologi matematik yang terbaik dalam menajamkan kenampakan obyek.

BAB VI

KESIMPULAN DAN SARAN

6.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian ini sebagai berikut:

1. Pembuktian tapis morfologi matematik dilasi dan erosi agar memenuhi sifat *increasing* dan *translation invarian* dapat diturunkan melalui teori *ordered set* dan *lattice*.
2. Penggunaan operasi aritmatika dalam perancangan dan pengembangan tapis morfologi matematik menggunakan dilasi, erosi daan citra asli mampu menghasilkan tapis-tapis gradien morfologi matematik.

6.2 Saran

Dari hasil penelitian tahun pertama masih terbatas pada kajian operator erosi dan dilasi yang diturunkan dari teori *ordered set* dan *lattice*. Sedangkan pengembangan tapis morfologi matematik hanya menggunakan operasi aritmetika sederhana. Untuk itu perlu dilakukan penelitian lanjutan berupa pengembangan tapis morfologi matematik menggunakan operator opening dan closing serta implementasi tapis-tapis tersebut pada penajaman obyek yang terekam pada citra satelit.

DAFTAR PUSTAKA

Champs, O.I., Kanungi. T., and Haralik. R.M., 1996. Gray-scale structuring Element Decomposition. *IEEE. Transc. On Image Processing.* 5(1): 111-120

Denecke. K., Wismath.S.L., 2002. *Universal Algebra and Aplications in Theoritical Computer Science.* Chapman & Hall. CRC. Washington, D.C

Fauzi. Y., Dulbahri dan Sri Wahyuni., 2004a, Peran Penapisan Morfologi Matematik Terhadap Kenampakan Linier Pada Citra Landsat TM, Jurnal *Sains dan Sibernatika*, UGM. Vol. 17, N0. 3, hal: 455-465.

Fauzi. Y., 2004b. Karakteristik Tepi Citra Hasil Dari Penapisan Gradien Morfologi Matematik, Jurnal *Penelitian Unib*. Vol. X, No. 3, hal: 73-82.

Fauzi. Y dan Mayasari, Z.M., 2007, Penggunaan Teknik Filtering Morfologi Matematik dalam Mengekstraksi Jaringan Jalan dari Citra Satelit, Jurnal *TEKNOSIA*, Vol. 1, No.1, hal: 7- 14Gonzalez. R.C. and Woods. R.E., 1993. *Digital Image Processing*. Addison Wesley. USA

Heijmans, H., 1997. Composing Morphological Filters. IEEE, *Transc on Image Processing*, Vol. 6. No.5. Hal. 713-723

Jain. A.K., 1995. *Fundamental of Image Processing*. University of California. Davis. USA.

Li,W., Benie. B.G., He. D.C., Wang.S., Ziou.D., and Gwyn. Q.H.J., 1998. Classification of SAR Images Using Morphological Texture Features. *IJRS.* Vo. 19. No. 17. hal: 3399-3410

Maragos, P., 1996. Differential Morphology and Image Processing. *IEEE. Transc. On Image Processing.* Vol. 5. No. 6. Hal. 922-937

Maragos. P., 2004. *Morphological Filtering For Image Enhancement and Feature Detection.*, Chapter 3.3 for Image and Video Processing Handbook (2nd ed). Eselvier Academic Press

Paseresi, M. and Benediktsson, J.A., 2001, A New Approach for the Morphological Segmentation of High-Resolution Satellite Imagery, *IEEE Transc. On Geosec. And Remote Sensing*, 39(2): 309-319.

Pratt, K.William., 1991. *Digital Image Processing*, Second Edition, John Wiley and Sons. USA.

Purwadhi. S., 2001. *Interpretasi Citra Digital*. Grasindo. Jakarta

Salembier, P. and Pardas, M., 1994, Hierarchical Morphological Segmentation for Image Sequence Coding, *IEEE Transc. And ImageProcessing*, 3(5) : 639-651.

Schalkoff, R., 1989. *Digital Image Processing and Computer Vision*, John Wiley & Sons. Inc.

Serra. J., and Vincent. L., 1992. An overview of Morphological Filtering, Circuit, System and Signal Processing. 11(1): 47-108

Soille. P ., Pesaresi. M., 2002, Advances in Mathematical Morphology Applied to Geoscince and Remote Sensing. *IEEE. Transc. On Geoscience and Remote Sensing. Vol. 40. No.9. Hal. 2042-2055*

Lampiran 1. Biodata Tim Peneliti Fundamental

a. Biodata Ketua Peneliti

I. IDENTITAS DIRI

1.	Nama Lengkap dan Gelar	**Yulian Fauzi, S.Si, M.Si**
2.	Jabatan Fungsional	Lektor Kepala
3.	NIP	197207271998021001
4.	Tempat dan Tanggal Lahir	Ujan Mas, 27 Juli 1972
5.	Alamat Rumah	Perum Citra Kapuas Indah No. 18 Padang Harapan, Bengkulu.
6.	Nomor telepon/faks	-
7.	Nomor HP	081373190203
8.	Alamat Kantor	Gd. T Kampus UNIB Jl. Raya Kandang Limun Bengkulu
9.	Nomor telepon/faks	(0736) 20919
10.	Alamat pos-el	y_fauzi@unib.ac.id
11.	Lulusan yang telah dihasilkan	S1 = 5 org
12.	Mata Kuliah yang Diampu	1. Metode Numerik 2. Analisis Numerik 3. Sistem Informasi Geografis **4. Pengolahan Citra Digital**

II. RIWAYAT PENDIDIKAN

No.	Program	S1	S2	S3
1.	Nama Perguruan Tinggi	UNSRI	UGM	-
2.	Bidang Ilmu	Matematika	Matematika Komputasi	-
3.	Tahun Masuk	1992	2001	-
4.	Tahun Lulus	1997	2004	-
5.	Judul Skripsi/tesis	Metode Dualitas Lagrange Untuk Menyelesaikan Persoalan Optimasi	Penajaman Kenampakan Obyek Linier Pada Citra Landsat TM Melalui Teknik Kombinasi Filter **Morfologi Matematik**	-
7.	Nama Pembimbing	Drs. Putera Bahtra J. Bangun	Prof. Dr. Dulbahri	-

III. PENGALAMAN PENELITIAN

No	Tahun	Judul Penelitian	Pendanaan	
			Sumber	**Jumlah**
1.	2008-2009	Model Pengelolaan dan Pemanfaatan Lahan Wilayah Pesisir Kabupaten Berbasis Digital Studi Kasus : Pesisir Kota Bengkulu, Bengkulu	Hibah Bersaing	75.000.000
2.	2006	Penyusunan Basisdata Sistem Informasi Geografis (SIG) Dalam Pengelolaan Wilayah Pesisir dan Laut Propinsi Bengkulu	Program Mitra Bahari DKP	49.000.0000
3	2007	Implementasi Algoritma **Filtering Morfologi Matematik** Dalam Pengolahan Citra Digital Pada Matlab	DM	10.000.000

4	2004	Deteksi Tepi Citra Menggunakan **Gradien Morfologi Matematik**	PPD Heds	6.000.000
5	2006	Perancangan Sistem Basis Data Spasial Wilayah Pesisir Kota Bengkulu Menggunakan SIG	DIPA Unib	3.500.000
6	2005	Perancangan Filter Derivatif Pertama Dalam Pengolahan Citra Digital Menggunakan Bahasa Matlab	PPD HEDS	2.000.000

IV. PUBLIKASI ARTIKEL ILMIAH DALAM JURNAL

ARTIKEL ILMIAH DALAM JURNAL NASIONAL

No	Tahun	Judul Artikel Ilmiah	Volume	Nama Jurnal
1	2004	Peran **Penapisan Morfologi Matematik** Terhadap Kenampakan Linier Pada Citra Landsat TM.	17, 3 Juli	Sains dan Sibernatika (Terakreditasi)
2	2009	Analisis Kesesuaian Lahan Wilayah Pesisir Kota Bengkulu Melalui Perancangan Model Spasial dan Sistem Informasi Geografis (SIG).	23,2 Desember	Forum Geografi
3	2007	Aplikasi Differensial Numerik dalam Pengolahan Citra Digital.	3, 2 Juli	Gradien MIPA UNIB
4	2007	Penggunaan Teknik Filtering **Morfologi Matematik** dalam Mengekstraksi Jaringan Jalan dari Citra Satelit.	1, 1 Maret	Teknosia FT UNIB
5	2006	Pemasyarakatan SIG untuk Pembuatan Peta Administrasi Kecamatan Muara Bangkahulu.	1, 1 Januari	Bumi Rafflesia
6	2005	Implementasi Algoritma filtering derivatif dalam mengolah citra satelit pada software ENVI.	1, 2 Juli	Gradien MIPA UNIB
7	2004	Karakteristik Tepi Citra Hasil Dari Penapisan **Gradien Morfologi Matematik**.	X, 3 November	Penelitian UNIB

Bengkulu, Nopember 2011
Pengusul

Yulian Fauzi, S.Si, M.Si
NIP. 197207271998021001

b. Biodata Anggota Peneliti

I. IDENTITAS DIRI

1.	Nama Lengkap dan Gelar	**Zulfia Memi Mayasari, S.Si, M.Si**
2.	Jabatan Fungsional	Lektor
3.	NIP	197312021998022001
4.	Tempat dan Tanggal Lahir	Palembang, 2 Desember 1973
5.	Alamat Rumah	Perum Citra Kapuas Indah No. 18 Padang Harapan, Bengkulu.
6.	Nomor telepon/faks	-
7.	Nomor HP	081367379697
8.	Alamat Kantor	Gd. T Kampus UNIB Jl. Raya Kandang Limun Bengkulu
9.	Nomor telepon/faks	(0736) 20919
10.	Alamat pos-el	zmemi@unib.ac.id
11.	Lulusan yang telah dihasilkan	S1 = 0 org
12.	Mata Kuliah yang Diampu	1. Aljabar Linier Elementer 2. Aljabar Linier 3. Struktur Aljabar

II. RIWAYAT PENDIDIKAN

No.	Program	S1	S2	S3
1.	Nama Perguruan Tinggi	UNSRI	UGM	-
2.	Bidang Ilmu	Matematika	Matematika	-
3.	Tahun Masuk	1992	2001	-
4.	Tahun Lulus	1997	2004	-
5.	Judul Skripsi/tesis	Penyelesaian Masalah Arus Biaya Minimum Dengan Metode Simpleks Jaringan Kerja	**Lattice Kongruen**	-
7.	Nama Pembimbing	Drs. Eddy Roflin	Prof. Dr. Sri Wahyuni	-

III. PENGALAMAN PENELITIAN

No	Tahun	Judul Penelitian	Pendanaan	
			Sumber	Jumlah
1.	2008-2009	Model Pengelolaan dan Pemanfaatan Lahan Wilayah Pesisir Kabupaten Berbasis Digital Studi Kasus : Pesisir Kota Bengkulu, Bengkulu (anggota)	Hibah Bersaing	75.000.000
2.	2005	Analisis Linierisasi Matriks Polynomial Monik Dan Aplikasinya Pada Persamaan Differensial (Ketua)	PPD HEDS	2.000.000
3.	2007	Implementasi Algoritma Filtering **Morfologi Matematik** Dalam Pengolahan Citra Digital Pada Matlab (anggota)	DM	10.000.000

IV. PUBLIKASI ARTIKEL ILMIAH DALAM JURNAL

1. ARTIKEL ILMIAH DALAM JURNAL NASIONAL

No	Tahun	Judul Artikel Ilmiah	Volume	Nama Jurnal
1	2004	Prilaku Struktur Bangunan dalam Menghadapi Gaya Gempa dengan Menggunakan Model Massa Tergumpal	X. No.3 November	Jurnal Penelitian Unib
2	2005	**Pembentukkan dan Sifat-sifat Lattice Kongruen pada Semigrup.**	1, 2 Juli	Gradien
3	2006	Linierisasi Matriks Polynomial	2, 2 Juli	Gradien
4	2008	Penyelesaian Persamaan Differensial dengan Menggunakan Matriks Polynomial	4, 2 Juli	Gradien
5	2009	Analisis Kesesuaian Lahan Wilayah Pesisir Kota Bengkulu Melalui Perancangan Model Spasial dan Sistem Informasi Geografis (SIG).	23,2 Desember	Forum Geografi

Bengkulu, Nopember 2011
Pengusul

Zulfia Memi Mayasari, S.Si, M.Si
NIP. 197312021998022001