

PROSIDING SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA

**"Matematika dan Pendidikan Matematika
Berbasis Riset"**



Diselenggarakan atas kerjasama dengan



**Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Sebelas Maret Surakarta**

Tim Prosiding

Editor

Purnami Widyaningsih, Respatiwan, Sri Kuntari,
Nughthoh Arfawi Kurdhi, dan Bowo Winarno

Tim Teknis

Ika Susanti, Lilik Prasetyo Pratama, Hamdani Citra Pradana,
Caesar Adhek Karisma, Aditya Wendha Wijaya,
Ibnu Paxibrata, Yeva Fadhila Ashari,
dan Sufia Nurjanah

Layout & Cover

Aprilia Ayu Widiarti dan Ika Susanti

Tim Reviewer

Drs. H. Tri Atmojo Kusmayadi, M.Sc., Ph.D.
Dr. Sri Subanti, M.Si.
Dr. Dewi Retno Sari Saputro, MKom.
Drs. Muslich, M.Si.
Dra. Mania Roswitha, M.Si.
Dra. Purnami Widyaningsih, M.App.Sc.
Drs. Pangadi, M.Si.
Drs. Sutrima, M.Si.
Drs. Sugiyanto, M.Si.
Dra Etik Zukhronah, M.Si.
Dra Respatiwulan, M.Si.
Dra. Sri Sulistijowati H., M.Si.
Irwan Susanto, DEA
Winita Wulandari, M.Si.
Sri Kuntari, M.Si.
Titin Sri Martini, M.Kom.
Ira Kurniawati, M.Pd.

Steering Committee

Prof. Ir. Ari Handono Ramelan, M.Sc., (Hons) Ph.D.
Dr. Hartono
Dr. Suhartono, M.Sc.
Dr. Mardiyana, M.Si.
Dr. Dewi Retno Sari Saputro, MKom.
Dr. Sutanto, DEA

Sambutan Ketua Panitia

Assalamu'alaikum wr.wb.

Seminar Nasional Matematika FMIPA UNS telah dilaksanakan pada tanggal 6 Oktober 2012. Seminar tersebut ditindaklanjuti dengan menerbitkan prosiding sebagai bukti otentik telah berlangsungnya komunikasi dan sharing gagasan ilmiah dari berbagai kalangan yang bersifat nasional. Prosiding ini diharapkan dapat membantu dan bermanfaat bagi semua insan pendidikan khususnya yang berkiprah dalam pengembangan profesi. Tema "Matematika dan Pendidikan Matematika Berbasis Riset" sangat tepat dipilih untuk memberikan sumbangan dalam peningkatan kompetensi pada pengembangan profesi sebagai peneliti, dosen, dan guru serta profesi lainnya.

Ketua Panitia menyampaikan penghargaan kepada para pembicara utama, pemakalah, peserta, dan panitia Seminar Nasional Matematika 2012 yang telah mendukung penyelenggaraan kegiatan ini. Kegiatan seminar ini sangat penting diadakan selain untuk pengembangan pribadi dan institusi sekaligus juga untuk menjalin komunikasi ilmiah antar peneliti, dosen, guru, dan praktisi pendidikan dalam rangka memperbaiki pendidikan khususnya serta kemajuan bangsa pada umumnya.

Bagi Jurusan Matematika kegiatan ini merupakan karya nyata untuk meningkatkan kualitas institusi, penelitian, dan pembelajaran serta mewujudkan jaring-jaring komunikasi ilmiah yang menunjang perkembangan Jurusan Matematika khususnya serta FMIPA dan UNS pada umumnya.

Secara khusus Ketua Panitia menyampaikan terima kasih kepada Prof Dr. Rer. nat. Widodo, M.S. selaku Kepala Pusat Pengembangan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK) Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, Dr. Ir. Sasmito Hadiwibowo, M.Sc. selaku Direktur Statistik Harga BPS Pusat, dan Dr. Ir. R.M. Agus Sediadi Tamtanus, M.Si. selaku asisten deputi data dan informasi iptek yang telah berkenan menularkan ilmunya dengan menjadi pembicara utama pada Seminar Nasional ini. Ucapan terima kasih juga saya sampaikan kepada semua pihak yang telah mendukung demi suksesnya seminar ini.

Akhirnya saya berharap semoga dengan terbitnya prosiding ini dapat bermanfaat dalam rangka membangun insan profesional berkarakter kuat dan cerdas. Amin.

Sebagai akhir kata Wabillahi taufiq wal hidayah wassalamu'alaikum wr. wb.

Surakarta, Desember 2012
Ketua Panitia Seminar Nasional



Dr. Sri Subanti, M.Si
NIP. 195810311986012001

Seminar Nasional
Matematika
FMIPA UNS

DAFTAR ISI

	Halaman
Halaman Judul	i
Tim Prosiding	ii
Tim <i>Reviewer</i>	iii
<i>Steering Committee</i>	iv
Sambutan Ketua Panitia	v
Daftar Isi	vi
MAKALAH UTAMA	
Memilih dan Melakukan Penelitian Matematika/Statistika yang Melibatkan Mahasiswa <i>Widodo</i>	1
BIDANG ANALISIS dan ALJABAR	
Algoritma <i>Eigenmode</i> Tergeneralisasi untuk Matriks Tereduksi Reguler di dalam Aljabar Max-Plus <i>Agus Zuliyanto, Siswanto, dan Muslich</i>	7
Aljabar <i>Max-Plus</i> yang Simetri <i>Risdayanti, Sri Mardiyati</i>	15
Fungsi yang Terdefensial Quasi di dalam Ruang Bernorma Quasi <i>Dwi Nur Yunianti</i>	23
Generalisasi Barisan Selisih dari Kelas p -Mean Value Bounded Variation Sequences <i>Moch. Aruman Imron, Ch. Rini Indrati, dan Widodo</i>	29
Kekontinuan Operator Superposisi pada Ruang Holder <i>Yundari</i>	36
Konstruksi 2-Norma dengan Dual Kothe-nya <i>Sadjidon dan Sunarsini</i>	43
Membangun Suatu Relasi <i>Fuzzy</i> pada Semigrup Bentuk Bilinear <i>Karyati, Sri Wahyuni, Budi Surodjo, Setiadji</i>	48
Nilai Eigen Matriks Atas Aljabar Maks Plus Tersimetris <i>Gregoria Ariyanti, Ari Suparwanto, dan Budi Surodjo</i>	53
Pertidaksamaan Hadamard <i>Suzyanna</i>	61
Sekitar Submodul Prima dan Submodul Maksimal atas Gelanggang Komutatif <i>Sri Efrinita Irwan, Hanni Garminia, dan Pudji Astuti</i>	69

BIDANG KOMPUTER dan MATEMATIKA TERAPAN

<i>Algoritma Fuzzy Backpropagation</i> pada Pengklasifikasian Menggunakan <i>Fuzzy Mean Square Error</i> <i>Apriliana Yuliawati, Titin Sri Martini, Sri Subanti</i>	73
Analisis Model Epidemi <i>SEIRS</i> dengan Waktu Tundaan dan Laju Insidensi Jenuh <i>Rubono Setiawan</i>	79
Aplikasi Persamaan Panas pada Sterilisasi Minuman Kemasan <i>Eminugroho R., Fitriana Yuli S., Dwi Lestari</i>	84
Digraf Eksentrik dari Graf <i>Flower</i> <i>Tri Atmojo Kusmayadi, Nugroho Ari Sudibyo, Sri Kuntari, Rindang Putuardi</i>	98
Interpretasi Numerik Model Endemik <i>SIR</i> dengan Imigrasi, Vaksinasi dan Sanitasi <i>Anita Kesuma Arum, Sutanto, dan Purnami Widyaningsih</i>	105
Interpretasi Numerik Model <i>Susceptible Infected Recovered (SIR)</i> dengan Vaksinasi dan Sanitasi <i>Siti Mushonifah, Purnami Widyaningsih, dan Tri Atmojo Kusmayadi</i>	110
Kekuatan Tak Reguler Sisi Total pada Graf Web dan 2-Copynya <i>Diari Indriati, Widodo, Indah E. Wijayanti, dan Kiki A. Sugeng</i>	114
Metode <i>Utility Additive</i> untuk Mengevaluasi Peringkat Subjektif dalam Pengambilan Keputusan Multikriteria <i>Yuli Astuti, Tri Atmojo Kusmayadi, dan Titin Sri Martini</i>	122
Pemberian Nomor <i>Vertex</i> pada Jaringan Graf <i>n-Barbell</i> <i>Bangkit Joko Widodo dan Tri Atmojo Kusmayadi</i>	129
Pendekatan Probabilitas pada Masalah Program Linear Multi-Objektif dengan Parameter Random <i>Fuzzy</i> <i>Indarsih, Widodo, dan Ch. Rini Indrati</i>	133
Penerapan Algoritma C4.5 pada Program Klasifikasi Mahasiswa <i>Dropout</i> <i>Anik Andriani</i>	139
Pengaruh Indeks Global Terhadap Fluktuasi Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) Menggunakan Hukum Pendinginan Newton <i>Arief Wahyu Wicaksono, Purnami Widyaningsih, dan Sutanto</i>	148
Simulasi Model <i>Susceptible Infected Recovered (SIR)</i> dengan Imigrasi dan Sanitasi Beserta Intepretasinya <i>Evy Dwi Astuti dan Sri Kuntari</i>	155

Simulasi Seleksi Mahasiswa Baru Jalur Undangan dengan Menggunakan Metode <i>Simple Additive Weighting</i> <i>Rubiyatun, Bowo Winarno, dan Sri Sulistijowati</i>	162
Skema Central <i>Upwind</i> Semidiskrit untuk Persamaan Hiperbolik Dimensi-Satu <i>Noor Hidayat, Suhariningsih, Agus Suryanto</i>	168
Titik Kesetimbangan Model Endemik <i>Susceptible Infected Susceptible (SIS)</i> Beserta Kestabilannya <i>Adi Tri Ratmanto, Purnami Widyaningsih, dan Respatiwan</i>	176

BIDANG STATISTIK

Analisa Perhitungan Cadangan Premi Modifikasi <i>Fia Fridayanti Adam, Kahfi Irawan</i>	181
Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Berat Badan Bayi Saat Lahir di Kota Surakarta Menggunakan Metode Pohon Regresi <i>Nina Haryati, Winita Sulandari, Muslich</i>	189
Analisis Regresi Cox Proportional Hazards pada Ketahanan Hidup Pasien Diabetes Mellitus <i>Ninuk Rahayu, Adi Setiawan, Tundjung Mahatma</i>	196
Analisis Ruang Runtun Waktu pada Data Kemiskinan <i>Kartini, Irwan Susanto dan Pangadi</i>	207
Analisis Tingkat Kemiskinan Menggunakan Pendekatan <i>Stochastic Dominance</i> <i>Anggita Linggar Pratami, Irwan Susanto, dan Tri Atmojo Kusmayadi</i>	215
Estimasi Parameter Distribusi COM-Poisson dengan Metode Bayesian <i>Tia Arum Sari, Sri Sulistijowati H., Purnami Widyaningsih</i>	222
Estimasi Parameter Model <i>DTMC SIR</i> Menggunakan Metode Maksimum <i>Likelihood</i> <i>Rizki Wahyu Pramono, Respatiwan, dan Sri Kuntari</i>	229
Estimasi Parameter Model <i>INAR(1)</i> Menggunakan Metode Bayes <i>Nurmalitasari, Winita Sulandari, dan Supriyadi Wibowo</i>	238
Estimasi Parameter Model Regresi Com-Poisson untuk Data Tersensor Kanan Menggunakan Metode Maksimum <i>Likelihood</i> <i>Dian Anggraeni, Sri Sulistijowati H, dan Nugthoh Arfawi Kurdhi</i>	245
Estimasi Parameter Model <i>Seemingly Unrelated Regression (SUR)</i> dengan Residu Berpola <i>Autoregressive Orde Satu (AR(1))</i> dengan Metode Park <i>Khamsatul Faizati, Sri Sulistijowati H., Tri Atmojo Kusmayadi</i>	251

Estimator <i>Smoothing Spline</i> dalam Model Regresi Nonparametrik Multivariabel <i>Rita Diana, I Nyoman Budiantara, Purhadi dan Satwiko Darmesto</i>	258
Forecasting Index of Jakarta Stock Exchange Using Radial Basis Function Network-Self Organizing Map <i>Suryanto Wibowo, Winita Sulandari, and Mania Roswitha</i>	265
Implikasi Uji Peringkat Baru Terhadap Uji Cramer-Von Mises, Uji Kolmogorov-Smirnov dan Uji Wilcoxon <i>Sugiyanto dan Etik Zukhronah</i>	271
Kriteria Penduga Tak Bias Linear Terbaik (<i>Best Linear Unbiased Estimator</i>) pada Metode <i>Ordinary Kriging</i> <i>Dewi Retno Sari Saputro</i>	278
Model Nilai Tukar Dolar Kanada terhadap Rupiah menggunakan <i>Markov Switching GARCH</i> <i>Yunita Ekasari, Sugiyanto, dan Pangadi</i>	283
Model Nilai Tukar Dolar Singapura Terhadap Rupiah Menggunakan <i>Markov Switching ARCH</i> <i>Intan Wijayakusuma, Sugiyanto dan Santosa Budiwiyo</i>	289
Optimalisasi Portofolio Saham pada Indeks LQ-45 dengan Pendekatan Bayes melalui Model Black-Litterman <i>Fauzia Widyardari, Sri Subanti, dan Sutrima</i>	296
Peluang Kebangkrutan Perusahaan Asuransi dimana Waktu Antar Kedatangan Klaim Menyebar Eksponensial <i>Ali Shodiqin, Achmad Buchori, Najmah Istikaanah</i>	302
Pemilihan Portofolio Optimal dengan Menggunakan <i>Bayesian Information Criterion (BIC)</i> <i>Eko Utoro, Sri Subanti dan Santoso Budi Wiyono</i>	310
Pemodelan Nilai Tukar Dollar Terhadap Rupiah Menggunakan <i>Neural Network Ensembles (NNE)</i> <i>Nariswari Setya Dewi, Winita Sulandari dan Supriyadi Wibowo</i>	317
Pendekatan Probabilistik pada Filogeni <i>Tigor Nauli</i>	323
Penerapan Circular Statistics untuk Pengujian Sampel Tunggal Sebaran Von Mises Menggunakan Simulasi Data <i>Pepi Novianti</i>	332
Penerapan <i>K-Mean Cluster</i> dalam Penentuan <i>Center RBFN</i> pada Pemodelan Indeks Harga Saham Gabungan <i>Niken Retnowati, Winita Sulandari, dan Sutanto</i>	338

Pengelompokan Tingkat Partisipasi Pendidikan di Kabupaten Boyolali dengan <i>Fuzzy Subtractive Clustering</i> <i>Yenny Yuliantini, Etik Zukhronah, Siswanto</i>	344
Penggunaan Model <i>Black-Scholes</i> untuk Menentukan Harga Opsi Beli Tipe Eropa <i>Neva Satyahadewi dan Herman</i>	351
Pengukuran <i>Value at Risk</i> dengan Metode <i>Variance Covariance</i> <i>Ibnuhardi Faizaini Ihsan, Respatiwulan, Pangadi</i>	361
Peramalan Harga Saham Sharp dengan Menggunakan Model ARIMA-GARCH dan Model Generalisasi Proses Wiener <i>Retno Budiarti</i>	367
Persamaan Simultan untuk Kebijakan Finansial dengan Metode <i>Three Stage Least Square</i> <i>Titik Purwanti, Sri Subanti, Supriyadi Wibowo</i>	376
Regresi <i>Robust</i> dengan <i>Generalized S-Estimation</i> (Estimasi-GS) pada Penjualan Tenaga Listrik di Jawa Tengah Tahun 2010 <i>Yurista Wulansari, Yuliana Susanti, dan Mania Roswitha</i>	382
Regresi Semiparametrik untuk Data Longitudinal dengan Pendekatan <i>Spline Truncated</i> <i>Idhia Sriliana</i>	389
Simulasi Peramalan Data Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) dengan <i>Fuzzy Time Series Using Percentage Change</i> <i>Endah Puspitasari, Lilik Linawati, Hanna Arini Parhusip</i>	394
Uji Koefisien Korelasi Spearman dan Kendall Menggunakan Metode Bootstrap (Studi Kasus: Beberapa Kurs Mata Uang Asing Terhadap Rupiah) <i>Rangga Pradeka, Adi Setiawan, Lilik Linawati</i>	403
Uji Nonparametrik Perlakuan Tetap pada Rancangan Persegi Latin <i>Sigit Nugroho</i>	414

BIDANG PENDIDIKAN

Analisis Proses Pembelajaran Matematika pada Anak Berkebutuhan Khusus (ABK) <i>Learning Disabilities</i> di Kelas Inklusi <i>Ayu Veranita, Budiyo, dan Suyono</i>	420
Efektivitas Metode Diskusi dengan Alat Bantu Peraga pada Mata Ajar Matematika Bangun dan Ruang di Kelas V Sekolah Dasar <i>Ni Made Asih</i>	427

Efektivitas Pembelajaran Berbasis Masalah dengan Pendekatan Kontekstual pada Siswa Kelas VII SMP Negeri di Kota Madiun untuk Pokok Bahasan Himpunan <i>Vigih Hery Kristanto</i>	434
Eksperimen Model Pembelajaran Kooperatif Tipe <i>Student Teams Achievement Division (STAD)</i> dengan Metode <i>Problem Solving</i> pada Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel Ditinjau dari Sikap Peserta Didik terhadap Matematika Kelas VIII SMP Negeri di Kabupaten Tegal <i>Wikan Budi Utami</i>	444
Investigating of The Mathematical Concept In Order To Preparing The Learning Process Toward Improving The Quality of Mathematics Novice Teachers <i>Edy Bambang Irawan</i>	448
Ketrampilan Berpikir Kreatif Matematis dalam Pembelajaran Berbasis Masalah (PBM) pada Siswa SMP <i>Fransiskus Gatot Iman Santoso</i>	453
Membangun Kreativitas Guru dalam Pembelajaran Matematika melalui Lesson Study <i>Sardulo Gembong</i>	460
Pemanfaatan Sumber Belajar Internet Berbasis <i>Edutainment</i> dalam Pembelajaran Matematika Siswa Sekolah Dasar <i>Kuswari Hernawati</i>	466
Pembelajaran Matematika Berbasis Kreatif Mata Kuliah Teori Bilangan dengan Model Reog Ditinjau dari Strategi Kognitif (<i>Studi Eksperimen pada Mahasiswa Pendidikan Matematika Semester II STKIP PGRI Pacitan</i>) <i>Urip Tisngati</i>	474
Penanaman Norma-Norma Sosial Melalui Interaksi Siswa Dalam Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan PMRI di Sekolah Dasar <i>Rini Setianingsih</i>	483
Pengenalan Pembelajaran yang Aktif, Kreatif, Efektif dan Menyenangkan (PAKEM) dalam Meningkatkan Pemahaman Konsep Matematika di SMPN 4 Kubutambahan Buleleng <i>Made Susilawati</i>	491
Perangkat Pembelajaran dengan Model Pembelajaran Matematika Berbasis Pengajaran dan Pemecahan Masalah untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa Sekolah Dasar Kelas IV SDN Jati Sidoarjo <i>Ika Kurniasari</i>	500

Profil Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa yang Mempunyai Gaya Kognitif <i>Field Independen (FI)</i> pada Mata Kuliah Kalkulus <i>Muhtarom</i>	513
Proses Berpikir Siswa Kelas IX Sekolah Menengah Pertama yang Berkemampuan Matematika Sedang dalam Memecahkan Masalah Matematika <i>Muhtarom</i>	519

PENERAPAN CIRCULAR STATISTICS UNTUK PENGUJIAN SAMPEL TUNGGAL SEBARAN VON MISES MENGGUNAKAN SIMULASI DATA

Pepi Novianti

Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

ABSTRAK. *Circular statistics* merupakan analisis statistik yang dikembangkan untuk data yang berupa arah dan posisi dalam dua dimensi. Sama seperti sebaran normal pada statistik linier klasik, sebaran *von mises* merupakan sebaran yang penting dalam *circular statistics*. Penulisan ini bertujuan untuk mengkaji sebaran *von mises*. Metode penulisan yang digunakan adalah kajian pustaka dengan menggunakan data simulasi. Simulasi data dan analisis dilakukan dengan bantuan Program R. Data *circular* disajikan dalam koordinat kartesius dan perhitungan analisisnya dinyatakan dalam bentuk koordinat polar. Penggunaan metode *circular statistics* pada data berupa sudut akan lebih representatif. Pengujian asumsi kehomogenan data dapat dilakukan dengan uji *Rayleigh*.

Kata Kunci: *circular statistics*, sebaran *von mises*, uji *Rayleigh*.

1. PENDAHULUAN

Circular statistics merupakan suatu model sebaran dan teknik statistik untuk menganalisis peubah acak yang berupa siklus di alam. *Circular statistics* digunakan pada data yang hasil pengukurannya berupa arah dan biasanya dinyatakan dalam ukuran sudut. Teknik ini telah berkembang di beberapa bidang ilmu dimana eksplorasi, pemodelan dan pengujian hipotesis dari data arah dan sudut memegang peranan penting.

Data *circular* dapat dinyatakan dalam beberapa cara. Cara yang biasa digunakan berhubungan dengan dua alat ukur lingkaran, yaitu kompas dan jam. Bentuk pengamatan yang diukur menggunakan kompas misalnya arah mata angin dan arah perpindahan burung, termasuk juga data yang diukur menggunakan busur derajat. Bentuk pengamatan yang diukur dengan jam dapat berupa waktu, misalkan waktu kedatangan (24 jam) pasien di ruang gawat darurat di suatu rumah sakit dan banyaknya kejadian dalam satu tahun atau dalam waktu bulanan (Mardia dan Jupp [4]). Brunson dan Corcoran [1] menggunakan *circular statistics* untuk melihat pola waktu terjadinya tindakan kriminal dalam waktu harian dan mingguan.

Penyajian data pada arah dua dimensi berupa sudut atau satuan vektor tidak tunggal karena nilai angular tergantung pada pilihan titik awal yang ditentukan sebagai sudut 0 dan arah rotasinya. Seorang matematikawan menganggap arah 60° diukur dari arah barat sebagai sudut awal dan arah rotasinya berlawanan dengan arah jarum jam, namun arah posisi yang sama dianggap mempunyai arah 30° oleh seorang ahli Geologi yang diukur dari arah utara sebagai sudut awal dan berputar mengikuti arah jarum jam (Jammalamadaka dan SenGupta [2]).

Beberapa sebaran dalam *circular statistics* adalah sebaran seragam, sebaran *wrapped*, sebaran *cardioids* dan sebaran *von mises*. Salah satu sebaran yang banyak digunakan adalah sebaran *von mises*. Sama seperti sebaran normal pada garis, sebaran *von mises* memiliki peranan penting dalam statistika deskriptif dan statistika inferensia lingkaran. Novianti [5] mengkaji tentang statistika deskriptif yang merupakan penyajian statistika

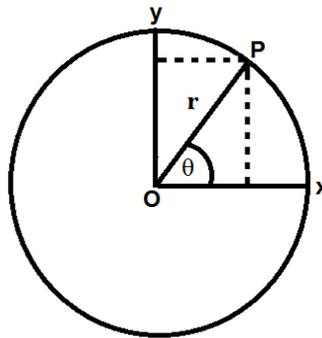
paling sederhana dari data *circular*. Menggunakan asumsi data yang memiliki sebaran *von mises* dapat dilakukan pengujian hipotesis yang merupakan penyajian statistika inferensia.

Penulisan ini bertujuan untuk mengkaji sebaran *von mises* dalam *circular statistics*. Pertama diberikan penjelasan singkat tentang *circular statistics* deskriptif, kemudian akan dilanjutkan dengan pembahasan sebaran *von mises*. Sebagai aplikasi teknik *circular statistics* akan dilakukan penerapan pada data simulasi.

2. CIRCULAR STATISTICS

2.1 Circular Statistics Deskriptif. Jammalamadaka dan SenGupta [2] menyatakan posisi yang berupa arah dapat ditentukan oleh koordinat polar atau koordinat kartesius. Pada koordinat kartesius titik P dinyatakan sebagai nilai (X, Y) atau sebagai nilai (r, θ) pada koordinat polar dimana r merupakan jarak titik P dari titik pusat O (Gambar 1). Koordinat polar dapat dirubah menjadi koordinat kartesius dengan menggunakan persamaan trigonometri berikut:

$$r = \cos \theta, y = \sin \theta$$



Gambar 1 Hubungan antara koordinat kartesius dan koordinat polar

Misalkan $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ merupakan data *circular* yang berupa sudut dan transformasi dari koordinat polar ke koordinat kartesius dinyatakan dengan

$$(\cos \theta_i, \sin \theta_i), i = 1, 2, \dots, n.$$

Untuk mendapatkan vector resultan dari n satuan vektor dengan cara menjumlahkan semua komponennya

$$R = \left(\sum_{i=1}^n \cos \theta_i, \sum_{i=1}^n \sin \theta_i \right) = (C, S)$$

sehingga

$$R = \|R\| = \sqrt{C^2 + S^2}$$

menyatakan panjang vektor resultan R. Arah vektor resultan R yang dianggap sebagai rata-rata arah *circular* dinotasikan dengan $\bar{\theta}_0$ dan didefinisikan sebagai

$$\bar{\theta}_0 = \arg \left\{ \sum_{j=1}^n \cos \theta_j + i \sum_{j=1}^n \sin \theta_j \right\}$$

atau dengan persamaan

$$\cos \bar{\theta}_0 = \frac{C}{R}, \quad \sin \bar{\theta}_0 = \frac{S}{R}$$

atau

$$\bar{\theta}_0 = \cot^*(S/C)$$

dimana

$$\bar{\theta}_0 = \cot^*(S/C) = \begin{cases} \cot(S/C), & \text{jika } C > 0, S > 0 \\ \pi/2, & \text{jika } C = 0, S > 0 \\ \cot(S/C) + \pi, & \text{jika } C < 0 \\ \cot(S/C) + 2\pi, & \text{jika } C \geq 0, S < 0 \\ \text{tak terdefenisi}, & \text{jika } C = 0, S = 0 \end{cases}$$

Vektor resultan R dapat digunakan untuk mengukur konsentrasi data. Apabila semua sudut titik menyatakan arah yang sama, maka dapat diindikasikan bahwa data tersebut terkonsentrasi dan R mendekati nilai n. Sebaliknya jika data menyebar diseluruh lingkaran dapat diindikasikan bahwa data tidak terkonsentrasi dan R mendekati nilai 0.

Jarak antara dua data berupa arah sudut, misalkan θ_1 dan θ_2 adalah

$$d_0(\theta_1, \theta_2) = \min(\theta_1 - \theta_2, 2\pi - (\theta_1 - \theta_2)) = \pi - |\pi - |\theta_1 - \theta_2||$$

atau

$$d_0(\theta_1, \theta_2) = (1 - \cos(\theta_1 - \theta_2))$$

Karena jarak antara dua titik sudut merupakan jarak sudut terkecil disepanjang lingkaran, maka besarnya sudut tersebut tidak akan lebih besar dari π atau $0 < \theta_i < \pi$.

C dan S adalah jumlah nilai cosinus dan sinus dari data sudut, sehingga dapat juga dihitung rataannya masing-masing

$$\bar{C} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos \theta_i \quad \text{dan} \quad \bar{S} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sin \theta_i$$

Untuk memperoleh varian *circular* perlu diketahui nilai rataan vektor, yaitu

$$\bar{R} = \sqrt{\bar{C}^2 + \bar{S}^2}$$

Varian circular diperoleh dari persamaan berikut:

$$s^2 = 2(1 - \bar{R})$$

2.2 Sebaran Von Mises. Peubah acak circular θ dikatakan berdistribusi *von mises* atau normal *circular* jika memiliki fungsi kepekatan peluang (Mardia dan Jupp [4]):

$$f(\theta; \mu, \kappa) = \frac{1}{2\pi I_0(\kappa)} e^{\kappa \cos(\theta - \mu)}, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

Dimana parameter μ merupakan arah rata-rata, $0 \leq \mu \leq 2\pi$ dan parameter κ merupakan konsentrasi arah, $\kappa \geq 0$. $I_0(\kappa)$ merupakan fungsi Bessel dengan persamaan berikut:

$$I_0(\kappa) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(\kappa \cos \theta) d\theta = \sum_{r=0}^{\infty} \left(\frac{\kappa}{2}\right)^{2r} \left(\frac{1}{r!}\right)^2$$

Sebaran *von mises* merupakan sebaran unimodal dan simetris di sekitar $\theta = \mu$. Modus sebaran berada di $\theta = \mu$ dan antimode berada di $\theta = \mu + \pi$. Rasio antara modus dan anti modus adalah $e^{2\kappa}$, sehingga semakin besar κ maka data semakin berkumpul disekitar nilai modus.

Misalkan $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ merupakan peubah acak dari $vm(\theta_i; \mu, \kappa)$, maka penduga titik parameternya adalah

$$\hat{\mu} = \bar{\theta}$$

$$\hat{\kappa} = \frac{1}{2(1 - \bar{R})}$$

Uji Rayleigh untuk menguji kehomogenan

Salah satu hipotesis penting mengenai sebaran *circular* adalah asumsi kehomogenan. Salah satu pengujian kehomogenan yang sederhana adalah uji *Rayleigh*. Hipotesis yang akan diuji adalah:

$$H_0: \kappa = 0$$

Hipotesis tandingannya adalah:

$$H_1: \kappa \neq 0$$

Dengan statistik ujinya

$$2n\bar{R}^2 \sim \chi_2^2$$

Disimpulkan bahwa data circular memenuhi asumsi homogen dengan selang kepercayaan $(1 - \alpha)100\%$ apabila $2n\bar{R}^2 < \chi_{\alpha;2}^2$.

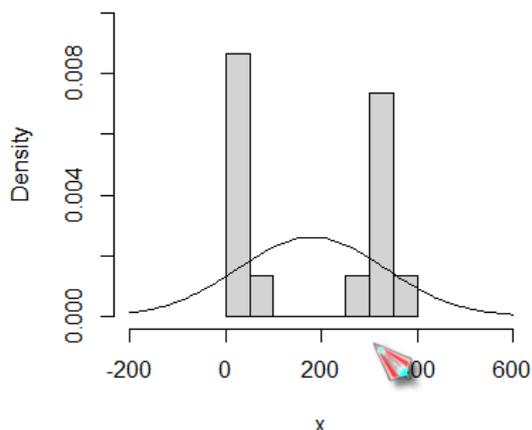
3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Data *circular* yang akan diolah menggunakan sebaran *von mises* diperoleh dengan cara simulasi. Data hasil simulasi sebanyak 60 dibangkitkan dari sebaran *von mises* dengan arah rata-rata $\mu = 0^0$ dan konsentrasi $\kappa=3$. Simulasi data menggunakan program R dengan bantuan *Package Circular* (Lund dan Agostinelli [3]). Hasil dari simulasi data disajikan pada Tabel 1. Data berupa arah sudut dengan satuan derajat. Titik awal 0^0 berada pada posisi arah barat dan berputar berlawanan dengan arah jarum jam.

Tabel 1. Data hasil simulasi sebaran *von mises* $VM(0, 3)$

5.95	343.02	347.06	344.56	67.60	30.13
46.36	288.08	32.93	341.65	319.69	1.15
0.49	322.40	359.24	26.41	355.72	17.33
33.49	46.14	326.02	6.38	37.80	48.65
343.81	305.26	18.02	6.47	333.84	17.81
345.39	286.61	29.51	15.63	311.63	294.49
342.25	297.68	337.18	31.81	83.78	320.93

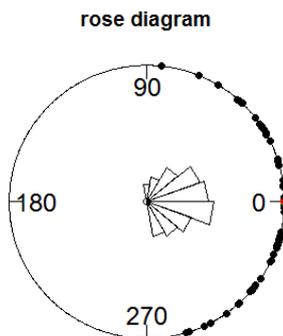
2.07	32.48	6.91	312.10	318.78	59.04
34.65	9.26	343.31	47.55	340.45	334.66
357.63	357.83	67.72	30.36	321.55	341.04



Gambar 2 Grafik histogram dan kurva normal data simulasi

Data pada Tabel 1, apabila disajikan dengan metode statistika linier menghasilkan grafik histogram seperti pada Gambar 2. Rataan yang dihasilkan dari statistika deskriptif linier sebesar 152.73^0 dan simpangan baku sebesar 179.80^0 . Besarnya nilai rataan dan ragam ini tidak merepresentasikan keadaan data sebenarnya. Rataan pada data tidak sama dengan nilai median yang bernilai 185.20^0 . Simpangan baku yang sangat besar diakibatkan oleh keragaman data yang sangat besar yaitu 23326.79^0 .

Hasil statistika deskriptif linier data simulasi tidak mempresentasikan bentuk data, dikarenakan data yang dimiliki berupa sudut. Untuk memperolakan nilai rataan dan ragam yang lebih representatif akan digunakan metode statistik deskriptif *circular*. Hasil analisis deskriptif circular statistic menunjukkan rata-rata arah dari data di atas adalah 359.69 dan variannya sebesar 10.76. nilai kappa dan rho data masing-masing adalah 2.70 dan 46.53. sebaran data dapat disajikan dalam bentuk diagram mawar seperti pada Gambar 3.



Gambar 3. Diagram mawar dan sebaran data simulasi

Pengujian asumsi kehomogenan dengan hipotesis berikut:

$$H_0: \kappa = 0$$

dengan hipotesis tandingan

$$H_1: \kappa \neq 0$$

Pengujian hipotesis dilakukan dengan uji *Rayleigh*. Statistik uji untuk uji *Rayleigh* adalah $2n\bar{R}^2 = 79.60$. karena $2n\bar{R}^2 = 79.60 > \chi_{5\%;2}^2 = 5.99$, maka 95% disimpulkan bahwa data tidak homogen.

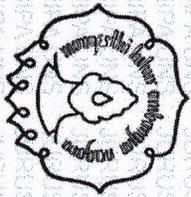
4. KESIMPULAN

Pemilihan teknik analisis statistik yang akan digunakan harus disesuaikan dengan data yang dimiliki. Data yang berupa siklus waktu atau atau posisi titik terhadap sudut kemungkinan tidak cocok lagi dianalisis dengan menggunakan metode statistik linier klasik dikarenakan arah dan besar sudut mempengaruhi posisi antara satu data dengan data yang lain. Seperti halnya sebaran normal di analisis statistic klasik, sebaran *von mises* juga merupakan sebaran yang paling banyak digunakan dan memegang peranan penting dalam teknik analisis *circular statistics*. Untuk melakukan pengujian asumsi kehomogenan pada data sampel tunggal, uji *Rayleigh* dapat digunakan sebagai salah satu pengujian yang sederhana. Selain uji kehomogenan pada data sampel tunggal, dapat juga dilakukan pengujian rataan arah dan konsentrasi, sehingga perlu dikaji pengujian hipotesis untuk rataan arah dan konsentrasi.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Brunson, C. dan J. Corcoran. Using Circular statistics to analyse time patterns in crime incidence. *Computers, Environment and Urban Systems* 30:300-319. 2006.
- [2] Jammalamadaka, S.R. dan A. SenGupta. *Topics in circular Statistics*. London: World Scientific Publishing. 2001.
- [3] Lund, U. dan C. Agostinelli. *Package 'circular'*. Repository CRAN-R. 2010.
- [4] Mardia, K.V. dan Jupp, P.E. *Directional Statistics*. New York: John Wiley & Sons. 2000.
- [5] Novianti, P. Kajian statistik deskriptif *circular* pada data yang berupa arah dan sudut. 2012





Seminar Nasional 2012 Matematika



SERTIFIKAT

diberikan kepada

Pepi Novianti, S.Si., M.Si.

atas partisipasinya sebagai
Pemakalah

pada Seminar Matematika dengan tema

“Matematika dan Pendidikan Matematika berbasis Riset”

yang diselenggarakan Jurusan Matematika FMIPA UNS

Surakarta, 6 Oktober 2012

Dekan FMIPA UNS

Prof. Ir. Ari Handono Ramelan, M.Sc.(Hons), Ph.D.

NIP. 19610223 198601 1 001

Ketua Panitia

Dr. Sri Subanti, M.Si.

NIP. 19581031 198601 2 001

