

PROSIDING

SEMINAR DAN RAPAT TAHUNAN
BKS PTN WILAYAH BARAT
BIDANG MIPA **2019**

Science and Technology for Nation Prosperity



Bengkulu, 6-7 Juli 2019



FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BENGKULU



BKS PTN WILAYAH BARAT



PROSIDING

SEMINAR DAN RAPAT TAHUNAN

BKS PTN WILAYAH BARAT
BIDANG MIPA
2019

PROSIDING

SEMINAR DAN RAPAT TAHUNAN BKS PTN WILAYAH BARAT BIDANG MIPA

“Science and Technology for Nation Prosperity”

Panitia Pelaksana

1	Ketua Pelaksana	Prof. Dr. Irfan Gustian, M.Si,
2	Wakil Ketua Pelaksana	1. Dr. Fanani Haryo Widodo, M.Sc. 2. Dr. M. Farid, MS.
3	Sekretaris	1. Ramya Rachmawati, S.Si., M.Si., Ph.D 2. Dr. Riska Ekawita, S.Si., M.Si. 3. Pepi Novianti, S.Si., M.Si.
4	Bendahara	1. T.A. Alamsyah Siregar, SE. 2. Desi Aprianti, A.Md
5	Bidang Publikasi	1. Suhendra, S.Si., M.T. 2. Dr. Liza Lidiawati, S.Si., M.Si. 3. Santi Nurul Kamilah, S.Si., M.Si 4. Dyah Setyo Rini, S.Si., M.Sc. 5. Nur Afandi, S.Si., M.Sc.
6	Bidang Seminar Internasional	1. Dr. Fanani Haryo Widodo, M.Sc. 2. Dr. Riszky Hadi Wibowo, M.Si. 3. Siska Yosmar, S.Si., M.Si. 4. Dr. Elfi Yuliza, S.Si., M.Si 5. Ulfasari Rafflesia, S.Si., M.Si.
7	Bidang Seminar Nasional	1. Dr. M. Farid, MS. 2. Drs. Hery Haryanto, M.Sc. 3. Etis Sunandi, S.Si., M.Si 4. Idhia Sriliana, S.Si., M.Si. 5. Nori Wirahmi, S.Si., M.Farm, Apt. 6. Dian Agustina, S.Si., M.Sc
8	Bidang Rapat Dekan	1. M. Bashori, ST 2. Azwar, S.Ag., M.Si.
9	Bidang Rapat Jurusan	1. Ashar Muda Lubis, S.Si., M.Sc., Ph.D. 2. Dr. Mulia Astuti, S.Si., M.Si. 3. Dr. Eng Asdim, S.Si., M.Si. 4. Drs. Choirul Muslim, SU., Ph.D
10	Bidang Komunikasi dan Informasi	1. Faisal Hadi, MT. 2. Fachri Faisal, S.Si., M.Si.
11	Kesekretariatan	1. Zulfia Memi Mayasari, S.Si., M.Si. 2. Herlin Fransiska, S.Si., M.Si.
12	Bidang acara	1. Dr. Arif Ismul Hadi, S.Si, M.Si. 2. Ghufira, S.Si., M.Si.

SCIENTIFIC BOARD

Dr. Budi Setiadi Daryono, M.Agr.Sc (Universitas Gadjah Mada, Indonesia)
Samphong Jitman, Ph.D (Silpakom University, Thailand)
Saharman Gea, Ph.D (Universitas Sumatera Utara, Indonesia)
Prof. Sigit Nugroho, Ph.D (Universitas Bengkulu, Indonesia)
Prof. Dr. Syukri Arief, M.Eng (Universitas Andalas, Indonesia)
Assoc. Prof. Afroz Ahmad Shah (Brunei Darussalam University, Brunei Darussalam)
Prof. G. Sudarsanam (Sri Venkateswara University, India)
Prof. Teruna J. Siahaan, Ph.D (The University of Kansas, United State)

Reviewer

Prof. Dr. Irfan Gustian, S.Si., M.Si.
Dr. Mochamad Lutfi Firdaus, S.Si., M.T.
Dr. Liza Lidiawati, S.Si., M.Si.
Abdul Rahman, S.Si., M.Si., Ph.D.
Dr. Sipriyadi, S.Si., M.Si.
Dr. Muhammad Isa, S.Si., M.Si.
Dr. Mulia Astuti, S.Si., M.Si.
Ramya Rachmawati, S.Si., M.Si., Ph.D.
Dr. Sutarno, S.Si., M.Pd.
Dr. Dra. Rosane Medriati, M.Pd.

Editor

Matematika : Dyah Setyo Rini, S.Si., M.Sc.
Kimia : Deni Agustriawan, S.Si., M.Sc.
Fisika : Nanang Sugianto, S.Si., M.Sc.
Biologi : Santi Nurul Kamilah, S.Si., M.Si.
Pendidikan : Ahmad Syarkowi, M.Pd.

Managing Editor

Prof. Dr. Irfan Gustian, S.Si., M.Si.
Suhendra, S.Si., M.T.

ISBN 978-602-5830-09-9

Penerbit

UNIB Press

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Tuhan Yang Maha Esa, atas segala rahmat dan hidayah-Nya Prosiding Seminar dan Rapat Tahunan BKS PTN Wilayah Barat Bidang MIPA Tahun 2019 yang bertemakan “Science and Technology for Nation Prosperity” dapat kami selesaikan. Prosiding ini merupakan kumpulan makalah seminar yang diadakan oleh Fakultas MIPA Universitas Bengkulu pada tanggal 6 - 7 Juli 2019 di Hotel Grage Bengkulu.

Penyusunan prosiding ini, disamping untuk mendokumentasikan hasil seminar, dimaksudkan agar masyarakat luas dapat mengetahui berbagai informasi terkait dengan berbagai masalah yang terungkap dalam beragam makalah yang telah dipresentasikan dalam seminar.

Ucapan terima kasih dan penghargaan yang setinggi-tingginya kami sampaikan kepada para penyaji dan penulis makalah, serta panitia pelaksana yang telah berkerja keras sehingga prosiding ini dapat diterbitkan. Kami sampaikan terima kasih juga kepada Tim *Reviewer* yang telah meninjau ulang semua makalah sehingga kualitas isi makalah dapat terjaga dan dipertanggungjawabkan. Tak lupa kepada semua pihak yang telah memberikan dukungan bagi terselenggaranya seminar nasional dan tersusunnya prosiding ini kami ucapkan terima kasih.

Akhir kata, semoga prosiding ini dapat memberikan manfaat bagi semua pihak.

Bengkulu, Juli 2019

Tim Publikasi

SAMBUTAN KETUA PANITIA SEMIRATA 2019 FMIPA UNIB

Assalamu'alaikum wr.wb. Kita patut memanjatkan puji dan syukur kehadirat Allah SWT, karena berkat rahmat dan karuniaNya SEMIRATA 2019 yang diselenggarakan oleh Fakultas MIPA Universitas Sriwijaya di Grage Hotel dapat berjalan dengan baik.

SEMIRATA (Pertemuan dan Seminar Tahunan) di bidang matematika dan ilmu alam adalah agenda tahunan yang diadakan oleh badan kerja sama Universitas negeri Indonesia Barat. SEMIRATA 2019 ini akan diselenggarakan oleh Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) dan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP), Universitas Bengkulu, dari tanggal 6 hingga 7 Juli 2019, dengan tema "Sains dan Teknologi untuk Bangsa Kemakmuran". Kegiatan ini menjadi acara yang bermakna bagi para dosen/peneliti untuk berkomunikasi dan berbagi temuan dari penelitian mereka dalam rangka mengembangkan ilmu pengetahuan dan teknologi, khususnya di bidang matematika dan ilmu alam. Pada gilirannya, ilmu pengetahuan dan pendidikan sains akan terus tumbuh dan memberikan kontribusi nyata bagi pembangunan dan kesejahteraan bangsa. Dari kegiatan SEMIRATA 2019 ini dihasilkan suatu output berupa program kolaborasi yang di antara universitas negeri di Indonesia Barat. Agar komunikasi ilmiah ini dapat juga tersampaikan ke komunitas ilmiah lain yang tidak dapat hadir pada kegiatan seminar, panitia memfasilitasi untuk menerbitkan makalah dalam bentuk Prosiding.

Dalam proses penerbitan prosiding ini, panitia telah banyak dibantu oleh Tim Reviewer dan Tim Editor yang dengan sangat intensif mencurahkan waktu, tenaga dan pikiran. Untuk itu, panitia menyampaikan terima kasih dan penghargaan. Panitia juga menyampaikan terima kasih dan penghargaan kepada seluruh penulis makalah yang telah mengikuti guide pada SEMIRATA 2019 yang berhubungan artikelnya

Semoga penerbitan prosiding ini selain bermanfaat bagi para pemakalah dan penulis, juga dapat bermanfaat dalam pengembangan Sains dan Teknologi untuk Kemakmuran Bangsa.

Bengkulu, Oktober 2019
Panitia Semirata-2019 Bidang MIPA
BKS-PTN Barat

Prof. Dr. Irfan Gustian, S.Si, M.Si

DAFTAR ISI

Kata Pengantar	iv
Sambutan Ketua Panitia Semirata 2019 FMIPA UNIB.....	v
Daftar Isi	vi

BIDANG MATEMATIKA

Model Spatial Autoregressive Poisson pada Jumlah Penderita Malaria di Propinsi Bengkulu <i>Dian Agustina, Etis Sunandi, Dyah Setyo Rini</i>	1-13
Aplikasi Model Arima dalam Peramalan Curah Hujan Bulanan di Kota Bengkulu <i>Dyah Setyo Rini, Idhia Sriliana, Pepi Novianti, Anang Anwar</i>	14-23
Penyelesaian Sensitivitas pada Pemrograman Linear Pecahan <i>Endang Lily, Lely Deswita</i>	24-28
Model Semivariogram Teoritis pada Data Kekuatan Gempabumi di Provinsi Bengkulu Tahun 2000-2016 <i>Fachri Faisal.....</i>	29-36
Model Pemograman Linier untuk Lahan Parkir Berbentuk Belah Ketupat <i>Febby Ariad, Ihda Hasbiyati, M.D.H Gamal.....</i>	37-44
Analisis Perilaku Konsumen Berbelanja Online dengan Metode Regresi Logistik Biner <i>Gusmi Kholijah</i>	45-55
Pendugaan Rata-Rata Populasi dengan Menggunakan Variabel Tambahan pada Sampling Acak Berstrata <i>Haposan Sirait, Noor Ell Goldameir, Rustam Efendi, Leli Deswita, Revi Pertiwi.....</i>	56-63
Pemodelan Regresi Spline Truncated pada Angka Kematian Bayi di Indonesia <i>Idhia Sriliana, Dyah Setyo Rini, Silvia Yuliana</i>	64-73
Deskripsi Hubungan Luas Areal dan Produksi Perkebunan Kopi di Provinsi Sumatra Selatan <i>Irmeilyana, Ngudiantoro, Anita Desiani, Desty Rodiah.....</i>	74-86
Penerapan Metode Dekomposisi dan Metode Economic Order Quantity untuk Perencanaan dan Pengendalian Persediaan Parfum <i>Irmeilyana, Kurniawati, Bambang Suprihatin.....</i>	87-98



Pemetaan Analisis Sistem Informasi Museum Berbasis Website di Sumatera Utara <i>Halimahtun Sakdiah, Jeksen Kristian Sinaga, Petra Exaudio Ambarita, Rita Juliani</i>	99-107
Eksplorasi Ukuran Asosiasi dari Fungsi Distribusi Data Gempa Maksimum $M_{\text{Max}}^{\text{Obs}}$ (Studi Kasus: Sub-Wilayah Zona Subduksi Sumatra Megathrust) <i>Jose Rizal, Agus Yodi Gunawan, Sapto Wahyu Indratno, Irwan Meilano</i>	108-117
Model Matematika Aliran Fluida pada Pelat Horizontal Baji (Wedge) Mathematical Model of Fluid Flow in Wedge Horizontal Plate <i>Leli Deswita, Endang Lili dan Haposan Sirait</i>	118-124
Aplikasi Metode Arima untuk Peramalan Harga Mei 2019 Di Provinsi Aceh <i>Miftahudin, Ananda Pratama Sitanggang, Mira Suci Yana, Berliana Rembune</i>	125-136
Analisis Survival Kejadian Berulang pada Data Lama Waktu Peminjaman Buku Mahasiswa Jurusan Statistika dengan Model Cox Proportional Hazard <i>Miftahuddin, Medina Suha Mazaya, Nurul Fadhilah Hayyana A.</i>	137-148
Operator-SM pada Ruang Barisan Selisih <i>Muslim Ansori, Suharsono S</i>	149-160
Beberapa Hasil Tambahan dari Turunan Fraksional <i>Musraini M., Rustam Efendi, Endang Lily, Ponco Hidayah</i>	161-171
Analisis Lamanya Antrian (M/M/1) pada Pelayanan Administrasi Kesehatan (Pengguna BPJS) di Rumah Sakit Kesdam Banda Aceh <i>Nadia Ulfa, Miftahuddin</i>	172-180
Tipe Penduga Rata-Rata Populasi pada Sampling Acak Sederhana <i>Noor Ell Goldameir, Haposan Sirait, Irza Muharani</i>	181-189
Pembandingan Metode Pendekatan Eksponensial dan Kombinasi Vam-Modi dalam Masalah Transportasi <i>Notiragayu, Aulia Safitri, Muslim Ansori, Agus Sutrisno</i>	190-194
Penerapan Rantai Markov 3-State terhadap Dataset Radiasi Matahari Gelombang Pendek (Shortwave Solar Radiation) <i>Retno Wahyuni Putri, Miftahuddin</i>	195-205
Estimasi Persentase Buta Huruf di Kabupaten Mukomuko dengan Metode Robust Empirical Best Linear Unbiased Prediction (Reblup) <i>Rizki Apriva Hidayana, Fachri Faisal, Etis Sunandi</i>	206-217
Pengaruh Harga yang Diatur Pemerintah dan Bahan Makanan Terhadap Inflansi di Indonesia <i>Cintia Septemberini, Rahmat Kevin P, Sekar Dwi Hafidhoh</i>	218-234



Fungsi Kontinu Holder pada Kalkulus Fraksional Selaras <i>Supriyadi Wibowo, V Y Kurniawan, Siswanto</i>	235-240
Sifat-Sifat Graf Annihilator Ideal dari Ring Komutatif <i>Ami Rahmawati, Vika Yugi Kurniawan, Supriyadi Wibowo.....</i>	241-250
Perbandingan Solusi Persamaan Van Der Pol Menggunakan Metode <i>Multiple Scale</i> dan Metode <i>Kryloff</i> dan <i>Bogoliuboff</i> <i>Yuni Yulida, Muhammad Ahsat K</i>	251-261
Pengaruh Usia dan Tingkat Pendidikan Ibu Hamil terhadap Kepatuhan Melaksanakan <i>Ante Natal Care</i> melalui Model Cox Proportional Hazard <i>Zubara Hadis, Nur Husna Adila, Miftahuddin</i>	262-267
Penyelidikan Eksistensi Basis dalam Modul P_n atas Ring $\mathbb{R}$ <i>Zulfia Memi Mayasari, Mulia Astuti, Novi Yarni</i>	268-276

BIDANG KIMIA

Analysis Water Quality and Heavy Metal Pb IN KAPIAT FISH (<i>Barbonymus gonionotus</i>) from Kelinggi River Lubuklinggau City <i>Eka Lokaria, Sepriyaningsih.....</i>	277-281
Karakteristik Fisikokimia Sabun Padat Transparan Berbahan Dasar Minyak Sawit Dari Bak Fat- Pit Dengan Penambahan Minyak Jeruk Kalamansi <i>Devi Silsilia, Syafnil dan Irma Manik.....</i>	282-294
Respon Fisiologis Jintan Hitam (<i>Nigella sativa</i> L.) di Tanah Masam Bengkulu <i>Herlina, Evi Andrian.....</i>	295-305
Optimalisasi Produksi Igy Anti Diare Dalam Kuning Telur Dengan Suplementasi Piridoksin <i>Pasar Maulim Silitonga, Melva Silitonga, dan Meida Nugrahalia</i>	306-312
Kinetika Adsorpsi Kristal Violet dan Metilen Biru Pada Hibrida Alga <i>Spirulina sp.</i>-Silika <i>Buhani, Ismi Aditya, dan Suharso.....</i>	313-323
Sintesis dan Karakterisasi Nanosilika dari Tetraethylorthosilicate (TEOS) Dengan Penambahan Polietilen Glikol (PEG) Menggunakan Metode Sol-Gel <i>Dwi Rasy Mujiyanti, Ria Shafitri ARH, dan Ahmad Budi Junaidi</i>	324-331
Identifikasi Senyawa Volatil Minyak Atsiri dari Cairan Hasil Samping Industri Sirup Kalamansi <i>Tuti Tutuarima</i>	332-338



Studi Ekstrak Andaliman Sebagai Antioksidan Alami untuk Meningkatkan Kualitas Minyak Kelapa Sawit <i>Indra Lasmana Tarigan, Ricardo Lumbantoruan, dan Marudut Sinaga</i>	339-348
Isolasi, Pemurnian, Dan Karakterisasi Enzim A-Amilase dari <i>Bacillus subtilis</i> ITBCCB148 <i>Yandri, Fathaniah Sejati, Tati Suhartati, Heri Satria dan Sutopo Hadi</i>	249-358
Isolasi Senyawa Bioaktif Dari Kulit Cabang Tumbuhan Puda (Artocarpus kemando Miq.) <i>Tati Suhartati, Vicka Andini, dan Yandri AS</i>	359-370
AC G3 Sebagai Green Inhibitor Pembentukan Kerak Kalsium Karbonat <i>Suharso, Buhani, Eka Setiososari, Agung Abadi Kiswandono, Heri Satria ...</i>	371-379
Perengkahan Katalitik Minyak Jelantah Menggunakan Katalis Co-Carbon yang Dihasilkan dengan Metode Ion Exchange <i>NM Yuhermita, N Nazarudin, O Alfernando, IG Prabasari dan M Haviz</i>	380-402
Konverter Katalitik Dari Limbah Pulp Dengan Katalis Zeolit Dari Abu Sekam Padi <i>Iis Siti Jahro</i>	403-414
Pemisahan Kalsium pada Proses Solvent Extraction Nikel Limonit Dengan Pelarut Asam Neodecanoic <i>Sudibyo, S. Oediyani, S. Sumardi, E. Prasetyo, A. Junaedi, A. S. Handoko, Y. I. Supriyatna, F. R. Mufakhir, F. Nurjaman, A. N. Suwirma</i>	415-432
Analisis Kandungan Proksimat Minyak Tengawang Dari Buah <i>Shorea Sumatrana</i> <i>Yusnelti, Muhaimin, dan Richo Giwana Resdy Maulana</i>	433-439

BIDANG FISIKA

Studi Analisis Kandungan Logam Pada Terumbu Karang Pesisir Pantai Sitiris-Tiris Kabupaten Tapanuli Tengah <i>Wardatul Firdausi AF, Ricky Syandi, Riri Syavira, Rita Juliani</i>	440-447
Kalibrasi Sensor Mq-7 Dan Mq-136 Terhadap Sensor Ecom J2kn Pro Sebagai Alat Pengukur Gas Buang (Co Dan So₂) Pada Proses Roasting Kopi <i>Samsidar, Kania Nursawitri, Radi Purbakawaca, Superman, Muhammad Ridho, Jajang Nurjaman, Aris Irfan, Muhammad Ikhsan</i>	448-454
Rancang Bangun Dan Simulasi Analitik Alat Ukur Denyut Jantung Dan Suhu Tubuh Manusia Dengan Pendekatan Regresi Linier <i>Lukman Hakim dan Briston Manurung</i>	455-469



Karakterisasi Bolus Radioterapi Berbasis Komposit Silikon Rubber dan Serbuk Alginat Menggunakan Energi 10 Mev

Herty Afrina Sianturi, Juliaster Marbun, Ikhwanuddin, Lincewati Sidauruk.. 470-477

Pemanfaatan Limbah Ampas Tebu Sebagai Sumber Zat Karbon Aktif Dan Potensinya Untuk Menurunkan Kadar Logam Berat

Frastica Deswardani, Sarinah Pakpahan, Mega Handayani, Helga Dwi Fahyuan..... 478-483

Penentuan Koefisien Momen Inersia Benda Tegar Berbasis Arduino

Rustan dan Linda Handayani 484-490..... 484-490

Efektivitas Praktikum Fisika Modern Ii Dalam Meningkatkan Keterampilan Bereksperimen Dan Pemahaman Konsep Mahasiswa

Suwardi 491-501

Peranan Filsafat Fisika Dan Kesadaran Ilahiyah Manusia

M. Sontang Sihotang, Abdul Manan Al Merbawi, Dara Aisyah H.M. Ali Puteh 502-517

Studi Pengembangan Metode Fk Analisis *Beamforming* Untuk Monitoring Gempa *Megathrust*

Rian Amukti 518-522

Pemetaan Daerah Rawan Longsor di Jalan Lintas Kabupaten Bengkulu Tengah – Kabupaten Kepahyang Berdasarkan Faktor Amplifikasi (A_0) Data Mikrotremor

Suhendra, Nanang Sugianto, Halauddin 523-530

Studi Daerah Rawan Abrasi di Jalan Lintas Barat Bengkulu Utara Berdasarkan Metode Resistivity 2D dan 3D

Halauddin, Suhendra, Nanang Sugianto, Rida Samdara 531-537

Analisis Arus dan Energi Gelombang Berbasis Sensor Ultrasonik di Perairan Pantai Tapak Paderi

Supiyati, Riska Ekawati 538-548

Bahaya Penguatan Ketinggian Gelombang Tsunami Akibat Geomorfologi Teluk Sekunyit dan Peta Jalur Evakuasi Tsunami di Kabupaten Kaur Provinsi Bengkulu

Suwarsono, Supiyati, Budi Harlianto 549-559

BIDANG BIOLOGI

Gambaran Garis Lipatan Telapak Tangan (*Palmar*) Pada Mahasiswa Jurusan Biologi Universitas Bengkulu

Juniami Simanullang, Choirul Muslim, Santi Nurul Kamilah..... 562-568



Perbandingan Status Gizi dan Masa Pubertas Pada Anak Pra Remaja Usia 10-12 Tahun di Bengkulu <i>Choirul Muslim, Santi Nurul Kamilah, Rofiiqoh Ambar Raffelia.....</i>	569-579
Komposisi Vegetasi (Stadia Semai) Tipe Hutan Dataran Rendah di Kawasan Taman Hutan Raya Sultan Thaha Syaifuddin <i>Nursanti, Ade Adriadi</i>	580-584
Keanekaragaman Pohon di Lahan Gambut Terdegradasi Desa Talekung Punai Kalimantan Tengah <i>Sasi Gendro Sari, Erfina Pristiyaniti, Krisdianto</i>	585-590
Kajian Etnobotani Bajakah Bahenda (<i>Coscinium Fenestratum</i>) Sebagai Obat Tradisional Suku Dayak Ngaju di Kelurahan Kuala Kurun <i>Siti Sunariyati, Sri Puryaningsih, Desie</i>	591-603
Pengaruh Protein Biji Jarak (<i>Ricinus communis</i> L.) Fraksi Kantong Dialisis 12000 Molecular Weight Cut-Off (MWCO) yang Berperilaku Lektin Terhadap Pertumbuhan <i>Escherichia coli</i> dan <i>Staphylococcus aureus</i> <i>Afifah Nabilah, Gita Juliani, Hery Haryanto, Novriantika Lestari, Enny Nugraheni.....</i>	604-613
Perilaku Asupan Nutrisi <i>Primigravida</i> di Puskesmas Putri Ayu Kecamatan Telanai Pura Kota Jambi <i>Indah Lestari, Aprizal Lukman, Mia Aina</i>	614-623
Potensi Bakteri Isolat RIB-6 Yang Berasosiasi Dengan Spons Laut Enggano <i>Jaspis</i> sp Penghasil Senyawa Antimikrob <i>Riziq Ilham Nurfahmi, Sipriyadi, Risky Hadi Wibowo, Welly Darwis</i>	624-630
Jenis-Jenis Tumbuhan Invasif yang Ada di Kawasan Bukit Sulap Kota Lubuklinggau <i>Nopa Nopiyanti, Reni Dwi Riastuti.....</i>	631-637
Perbandingan Pengaruh Pellet Buatan Isteri Petani Dengan Pellet Pabrik Terhadap Pertambahan Berat Ikan Lele <i>Armen, Ristiono, Mades Fifendy, Indra Hartanto, Izzan Muhammad Fadlan</i>	638-653
Isolasi Bakteri Pelarut Fosfat Asal Tanah Perkebunan Cabai Merah (<i>Capsicum annuum</i> L.) di Kabupaten Rejang Lebong <i>Qurnia Triana, Risky Hadi Wibowo, Sipriyadi, Welly Darwis, Abimanyu Dipo Nusantara.....</i>	654-661
Perbandingan Efektivitas Ekstrak n-heksana dan Metanol Daun Ubi Jalar Merah (<i>Ipomoea batatas</i> Poir) Sebagai Antibakteri <i>Staphylococcus aureus</i> <i>Putjha Melati, Welly Darwis, Eny Widiyati</i>	662-669
Skrining dan Identifikasi Bakteri Penghasil Xilanase dari Substrat Lamun Pantai Banjar Sari Pulau Enggano <i>Sipriyadi, Welly Darwis, Risky Hadi Wibowo, Eliza Farestiani</i>	670-678



Pengaruh Protein Biji Karet (<i>Hevea brasiliensis</i>) yang Berperilaku Lektin Terhadap Pertumbuhan <i>Salmonella typhi</i> dan <i>Escherichia coli</i> <i>Jihadatul Kholilah, Vidya Alvionita, Hery Haryanto, Novriantika Lestari....</i>	679-688
Pertumbuhan <i>Brassica rapa</i> (Sawi Hijau) Pada Limbah Tahu dan Air Kelapa Secara Hidroponik <i>Dedi Satriawan, Syarifuddin.....</i>	689-692
Perbandingan Antropometri Tipe Kepala dan Tipe Wajah Pada Siswa Usia 7-9 Tahun di Kota Bengkulu <i>Dwi Resti Aprillia, Choirul Muslim, Santi Nurul Kamilah.....</i>	693-700
Efektivitas Petrogenol Sebagai Atraktan Lalat Buah (<i>Bactrocera</i> spp.) di Perkebunan Jeruk Siam (<i>Citrus Reticulata</i> L.) Desa Simpang Batu Kecamatan Pinang Raya Bengkulu Utara <i>Helmiyetti, Jannati, Syalfinaf Manaf</i>	701-712
Isolasi Dna Tumbuhan Lokal Melayu Riau <i>Imam Mahadi, Evi Suryawati, Rapika Sirait</i>	713-725
Keanekaragaman Jenis Semut (Hymenoptera: Formicidae) di Hutan Adat Guguk Kabupaten Merangin Provinsi Jambi <i>Fajar Ahmad, Apriza Hongko Putra, Rivo Yulse Viza.....</i>	726-737
Potensi Aktinomisetes Asal Arboretum Universitas Riau Sebagai Sumber Antibiotik Terhadap Bakteri Patogen Pada Manusia <i>Rodesia Mustika Roza</i>	738-745
Inventarisasi Tumbuhan Perdu di Kebun Botani Biologi FKIP Universitas Jambi <i>Dita Oktofisi, Muswita, Upik Yelianti.....</i>	746-754
Potensi dan Jenis Jamur di Bukit Sulap Kota Lubuklinggau Sumatera Selatan <i>Linna Fitriani, Yuni Krisnawati</i>	755-764
Keanekaragaman dan Kelimpahan Jenis Belalang Famili Acrididae di Bukit Cogong Kabupaten Musi Rawas <i>Merti Triyanti, Destien Atmi Arisandy.....</i>	765-773
Perilaku Pemilihan Lokasi Roosting Site Pada Kelelawar di Gua Suruman Bengkulu Selatan <i>Santi Nurul Kamilah, Welly Darwis, Syalfinaf Manaf, Novia Duya, Dedi Harmolis, Meriana.....</i>	774-779
Uji Fitokimia dan Jenis-Jenis Lumut Kerak (<i>Lichen</i>) yang Terdapat di Desa Sumber Urip Kabupaten Rejang Lebong Provinsi Bengkulu <i>Rochmah Supriati, Welly Darwis, Novika Nazaria.....</i>	780-789
Hubungan Kekerabatan Fenetik Piperaceae di Kota Bengkulu <i>Evelyne Riandini, Nadya Rosianti, Nirwana Seftiani Pinem</i>	790-795



Komunitas Kepiting Biola (<i>Uca</i>) di Teluk Muaro Labu Nawi Kelurahan Sumber Jaya Kota Bengkulu	
<i>Novia Duya, Jefri Novriansyah, Darmi</i>	796-802
Jenis-Jenis Penyakit Yang Diobati Secara Tradisional Pada Suku Serawai, Desa Karang Endah Kepahyang Bengkulu	
<i>Ariefa Primair Yani, Indah Pertiwi, Irwandi Ansori</i>	803-810
Potensi Bakteri Xilanase Asal Serasa Hutan Mangrove Desa Kahyapu Pulau Enggano	
<i>Weni Alvenias Tuti, Welly Darwis, Risky Hadi Wibowo, Sipriyadi</i>	811-817
Keanekaragaman Vegetasi Riparian di Sungai Kampai Kabupaten Seluma	
<i>Pani Aswin, Lolita Sri Anggrini, Moh. Aziz Pathori, Dewi Jumiarni, Abdul Rahman Singkam</i>	818-831
Keragaman dan Kelimpahan Makroinvertebrata di Sungai Ketahun Bengkulu Utara	
<i>Winda Wahyuni, Kasrina, Abdul Rahman Singkam</i>	832-842
Keragaman dan Kelimpahan Makroinvertebrata di Sungai Sengaur Bengkulu Tengah	
<i>Reni Mustika, Bhakti Karyadi, Abdul Rahman Singkam</i>	843-851

BIDANG PENDIDIKAN

Trend Penelitian Pengembangan Bidang Pendidikan Matematika	
<i>Aan Subhan Pamungkas</i>	852-859
Kemandirian Belajar Mahasiswa pada Mata Kuliah Aljabar Vektor Ditinjau Dari Gender	
<i>Abdul Baist, Barra Purnama Pradja, Aan Subhan Pamungkas</i>	860-865
Integrasi Nilai-Nilai <i>Entrepreneurship</i> pada Materi Program Linear	
<i>Rohati, Ade Kumalasari, Sri Winarni</i>	866-876
Efektivitas Ar-Geometry Interactive Book dalam Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Peserta Didik	
<i>Afifah Zafirah, Fardatil Aini Agusti Refenia Usman, Suherman, Aina Almaradiyah</i>	877-886
Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Konsep Ukuran Pemusatan Data Melalui Pendekatan Problem Posing pada Mahasiswa Semester III Program Studi Agroteknologi Sekolah Tinggi Ilmu Pertanian (STIPER) Rejang Lebong	
<i>Aida, Saleh Haji, Yulfitri</i>	887-903



Pengaruh Pembelajaran Kimia-Tauhid terhadap Kemampuan Kimia, Kimia-Tauhid dan Sikap Siswa SMA Islam di Medan <i>Ayi Darmana, Manaon Batubara.....</i>	904-914
Pengaruh Pembelajaran Luar Kelas dengan Teknik <i>Scaffolding</i> terhadap Kemampuan Berpikir Kritis Siswa Kelas VII Smp Negeri 17 Bengkulu Tengah <i>Devi Yunita, Saleh Haji, Shelly Trihasari.....</i>	915-931
Penerapan Model Pembelajaran Inquiry Training terhadap Kemampuan High Order Thinking Skill (HOTS) Fisika Kelas XI Semester Genap pada Materi Gelombang Bunyi <i>Eliyana, Rita Juliani.....</i>	932-940
Extraction Of Silica Minerals From Bengkulu Beach Sand for Degradation of Synthetic Dyes Ekstraksi Mineral Silika dari Pasir Pantai Bengkulu untuk Degradasi Pewarna Sintetis <i>Fitri Esa Madina, Sasti Yulia F., Rina Elvia, M. Lutfi Firdaus.....</i>	941-946
Profil Keterampilan Bertanya Kritis Mahasiswa Calon Guru Biologi Universitas Riau pada Mata Kuliah Sistematika Invertebrata <i>Elya Febrita, Riki Apriyandi Putra, Cindy Anggrainy</i>	947-957
Analisis Kecerdasan Emosional Siswa Berdasarkan Gaya Kognitif yang Muncul dalam Pembelajaran Berbasis Luar Kelas <i>Rispinta Ida Sitompul, Sofnidar, Kamid</i>	958-968
Analisis Kebutuhan terhadap Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Berorientasi High Order Thinking Skills (HOTS) Pada Materi Struktur dan Fungsi Jaringan Tumbuhan untuk Kelas VIII SMP <i>Zulyusri, Helendra, Ratna Sari Aprilia.....</i>	969-976
Praktikalitas Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Berorientasi Higher Order Thinking Skills (HOTS) pada Materi Struktur dan Fungsi Jaringan Tumbuhan untuk Kelas VIII SMP <i>Helendra, Zulyusri, Ratna Sari Aprilia.....</i>	977-984
Penggunaan Senyawa Organic sebagai Deteksi Bahan Kimia di Lingkungan dengan Metode Spektrofotometri dan Citra Digital <i>Juwita Megarani, Hadi Apriyoanda, Agus Sundaryono, M. Lutfi Firdaus.....</i>	985-995
Pengembangan Buku Saku Keanekaragaman Tumbuhan Mangrove sebagai Media Pembelajaran Identifikasi Tumbuhan <i>Kasrina, Alif Yanuar R, Mutia Lorena.....</i>	996-1010
Perilaku Asupan Nutrisi Primigravida di Puskesmas Putri Ayu Kecamatan Telanai Pura Kota Jambi <i>Indah Lestari, Aprizal Lukman, Mia Aina</i>	1011-1021
Karakteristik Kegagalan Metakognitif Mahasiswa dalam Pemecahan Masalah Matematika Berdasarkan Prosedur Artzt dan Armor-Thomas <i>Nizlel Huda</i>	1022-1035



Penerapan Modul Berbasis Kontekstual Keanekaragaman Solanaceae terhadap Kemampuan Kognitif Siswa <i>Pipit Marianingsih, Eliyanti, Siti Komariah, Suroso Mukti Leksono</i>	1036-1044
The Effect of Outdoor Mathematics Learning Model with Saintificial Approach to the Ability of Concept Understanding <i>Windi Asmasari, Saleh Haji, Desi Okta Marika</i>	1045-1050
Penerapan Model PjBL Pembuatan Wireless Charger untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep Siswa pada Konsep Medan Magnet <i>Yus Rama Denny, Indri Sari Utami, Desi Nurmayanti</i>	1051-1062
Kajian Analisis Karakter Konsep IPBA dan Konsepsi Mahasiswa Calon Guru pada Konsep Fase Bulan (Studi Kasus: Mahasiswa Calon Guru Fisika Salah Satu LPTK di Kota Bengkulu) <i>Henny Johan, Widiasih, Sipriyadi.....</i>	1063-1070
Pengembangan Bahan Ajar Berbasis Mind Map Menggunakan Aplikasi Mind Master pada Materi Taksonomi Monera untuk Mahasiswa Pendidikan Biologi Universitas Jambi <i>Rati Puspita, Retni S. Budiarti, Evita Anggereini, Harlis.....</i>	1071-1083
Penerapan Siklus Belajar 5E untuk Meningkatkan Hasil Belajar dan Aktivitas Belajar Mahasiswa Pendidikan Biologi pada Matakuliah Biokimia <i>Yennita, Ariefa P Yani, Alif Yanuar Zukmadini</i>	1084-1090
Sikap Ilmiah Siswa pada Materi Kingdom Monera Berbasis Pembelajaran Kontekstual <i>Hasruddin, Dirga Purnama, Aryeni</i>	1091-1098





PENYELIDIKAN EKSISTENSI BASIS DALAM MODUL P_n ATAS RING $\mathbb{R}$

(INVESTIGATION OF BASIS EXISTENCE IN P_n MODULE OVER RING $\mathbb{R}$)

Zulfia Memi

Mayasari*

Universitas Bengkulu

Mulia Astuti

Universitas Bengkulu

Novi Yarni

Universitas Bengkulu

ABSTRACT: This article discusses the formation of a mathematical system formed from the set of real numbers $\mathbb{R}$ and the polynomial over ring $\mathbb{R}$ that is P_n . The mathematical system formed is called the P_n module over the ring $\mathbb{R}$. Then we investigate the existence the torsion element and basis in P_n module over ring $\mathbb{R}$. Based on the investigation it can be shown the existence of torsion element and the basis in this module. The results show that based on the existence of the torsion element, P_n module over ring $\mathbb{R}$ is a torsion free module and based on the existence of the basis, the module is a free module.

KEYWORDS: *set of real number, polynomial, module, torsion element, basis.*

* Corresponding Author: Jurusan Matematika FMIPA Universitas Bengkulu; Email: zulfiameimaysari@yahoo.com

PENDAHULUAN

Struktur aljabar adalah himpunan atau beberapa himpunan yang dilengkapi dengan suatu operasi atau beberapa operasi yang memenuhi aksioma-aksioma (sifat-sifat) tertentu. Salah satu struktur aljabar yang melibatkan dua operasi biner dan dua himpunan tak kosong adalah modul. Diberikan suatu ring R dan grup abelian $(M, +)$. Jika terdapat suatu pemetaan $f: R \times M \rightarrow M$ yang didefinisikan dengan $f(r, m) = rm$, maka M disebut R -Modul apabila untuk setiap r, s anggota R dan setiap m, n anggota M memenuhi aksioma-aksioma yaitu : $(r + s)m = rm + sm$ dan $m(r + s) = mr + ms$, $r(m + n) = rm + rn$ dan $(m + n)r = mr + nr$, $(rs)m = r(sm)$ dan $m(rs) = (mr)s$. Jika ring R tersebut memuat elemen satuan 1_R sehingga berlaku $1m = m1 = m$ maka M disebut unital R -modul (Malik, Mordeson dan Sen, 1997). M merupakan R -Modul dinotasikan sebagai R -modul M . Dalam suatu R -modul M , jika $m \in M$ dan terdapat $r \in R \setminus \{0\}$ sedemikian sehingga $rm = 0$ maka m disebut elemen torsi. Suatu modul yang semua elemennya merupakan elemen torsi disebut modul torsi (Wijayanti dan Wahyuni, 2013). Apabila suatu modul memiliki basis maka modul tersebut disebut modul bebas.

Beberapa peneliti telah melakukan penelitian mengenai modul, diantaranya adalah Sari dan Wijayanti (2015) meneliti hubungan antara modul dan modul bersih yang memperoleh hasil bahwa setiap modul merupakan submodul dari suatu modul bersih. Penelitian lain dilakukan oleh Kurnia, Wardayani dan Suroto (2016) yang meneliti mengenai pembentukan modul R^n atas ring $M_{n \times n}(R)$ dan memperoleh

kesimpulan bahwa R^n adalah $M_{n \times n}(R)$ –modul dan berdasarkan sifat eksistensi elemen torsi pada modul ini maka modul R^n adalah modul torsi. Dalam artikel ini dibahas tentang sistem matematika yang dibentuk dari himpunan bilangan riil $\mathbb{R}$ dan himpunan polinomial atas ring $\mathbb{R}$ yaitu P_n serta keberadaan elemen torsi dan basis didalamnya.

TINJAUAN PUSTAKA

Grup dan Semigrup

Definisi 2.1. Misalkan G himpunan tak kosong dan $*$ adalah operasi yang didefinisikan pada G dan dinotasikan dengan $(G, *)$. $(G, *)$ dinamakan grup apabila :

- i. G terhadap operasi $*$ bersifat tertutup, $(\forall a, b \in G)$ berlaku $a * b \in G$
- ii. G terhadap operasi $*$ bersifat asosiatif, $(\forall a, b, c \in G)$ berlaku $(a * b) * c = a * (b * c)$
- iii. G memuat elemen identitas, $(\exists e \in G)$ sedemikian sehingga $e * a = a * e = a$ untuk setiap $a \in G$, e disebut elemen identitas
- iv. Setiap elemen di G memiliki invers, $(\forall a \in G)(\exists b \in G)$ sedemikian sehingga $b * a = a * b = e$. b disebut invers dari a dinotasikan $b = a^{-1}$.

Jika grup $(G, *)$ memenuhi sifat komutatif yaitu $b * a = a * b$ $(\forall a, b \in G)$ maka disebut grup abelian.

269

Definisi 2.2. Misalkan G himpunan tak kosong dan $*$ adalah operasi yang didefinisikan pada G dan dinotasikan dengan $(G, *)$. $(G, *)$ dinamakan semigrup apabila :

- i. G terhadap operasi $*$ bersifat tertutup, $(\forall a, b \in G)$ berlaku $a * b \in G$
- ii. G terhadap operasi $*$ bersifat asosiatif, $(\forall a, b, c \in G)$ berlaku $(a * b) * c = a * (b * c)$

Ring dan Ring polinomial

Definisi 2.3. Suatu himpunan tak kosong R yang dilengkapi dengan dua operasi $+$ dan $\bullet$ disebut ring dan dinotasikan dengan $(R, +, \bullet)$, apabila:

- i. $(R, +)$ merupakan grup abelian
- ii. $(R, \bullet)$ merupakan semigrup
- iii. $(R, +, \bullet)$ bersifat distributif kiri dan kanan, artinya $(\forall a, b, c \in R)$ berlaku:
 1. $a \bullet (b + c) = (a \bullet b) + (a \bullet c)$
 2. $(a + b) \bullet c = (a \bullet c) + (b \bullet c)$

Selanjutnya penulisan ring $(R, +, \bullet)$ ditulis sebagai ring R . Suatu ring R disebut ring komutatif jika ring tersebut memenuhi hukum komutatif terhadap operasi kedua, yaitu $a \bullet b = b \bullet a$ ($\forall a, b \in R$).

Misalkan $\mathbb{R}$ himpunan semua bilangan riil. Himpunan $\mathbb{R}$ terhadap operasi $+$ dan $\bullet$ yang didefinisikan sebagai penjumlahan dan perkalian dalam aljabar biasa merupakan ring (Adkinds and Weintraub, 1992).

Definisi 2.4. Misalkan R ring. Suatu polinomial $f(x)$ dengan koefisien di R dan indeterminate x adalah jumlahan tak hingga:

$$f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \cdots + a_n x^n + \cdots$$

dengan $a_i = 0$ kecuali sebanyak berhingga nilai i . Derajat dari $f(x)$ disimbolkan dengan $\delta(f(x))$, yaitu nilai maksimum i dengan $a_i \neq 0$. Himpunan semua polinomial atas ring R dinotasikan dengan $R[x]$. Himpunan semua polinomial atas ring R , yaitu $R[x]$ terhadap operasi $+$ dan $\bullet$ yang didefinisikan seperti pada Persamaan (2.1) dan (2.2) berikut merupakan ring dan dinamakan ring polinomial dan dinotasikan dengan $(R[x], +, \bullet)$ (Raisinghanian and Aggarwal, 1980).

Misalkan $(x), g(x) \in R[x]$. Operasi $+$ dan $\bullet$ pada $R[x]$ didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f(x) &= a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n \text{ dengan } a_i \in R, \forall i = 1, 2, \dots, n \\ g(x) &= b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \cdots + b_n x^n \text{ dengan } b_i \in R, \forall i = 1, 2, \dots, n \\ f(x) + g(x) &= \sum_{i=0}^n c_i x^i, \text{ dengan } c_i = a_i + b_i, i = 0, 1, 2, \dots, n \quad \dots (2.1) \\ f(x) \bullet g(x) &= \sum_{i=0}^{2n} d_i x^i, \text{ dengan } d_i = \sum_{k=0}^i a_k b_{i-k}, k = 0, 1, 2, \dots, 2n \quad \dots (2.2) \end{aligned}$$

Jelas bahwa jika $\mathbb{R}$ ring maka himpunan semua polinomial atas ring $\mathbb{R}$ yaitu $\mathbb{R}[x]$ terhadap operasi $+$ dan $\bullet$ yang didefinisikan seperti pada Persamaan (2.1) dan (2.2) merupakan ring, sehingga pasti memenuhi $(\mathbb{R}[x], +)$ grup abelian. Selanjutnya, dalam artikel ini $\mathbb{R}[x]$ akan dituliskan sebagai P_n .

Modul

Definisi 2.4. Diberikan ring R dan grup abelian $(M, +)$. Jika terdapat suatu pemetaan $f : R \times M \rightarrow M$ yang didefinisikan dengan $f(r, m) = rm$ maka M disebut R -modul apabila untuk setiap $r, s \in R$ dan untuk semua $m, n \in M$ memenuhi aksioma berikut :

- i. $(r + s)m = rm + sm$ dan $m(r + s) = mr + ms$,
 - ii. $r(m + n) = rm + rn$ dan $(m + n)r = mr + nr$,
 - iii. $(r \bullet s)m = r(sm)$ dan $m(r \bullet s) = (mr)s$, dan
- Jika ring R memuat elemen 1_R sehingga :

- iv. $1m = m1 = m$, maka M disebut unital R -modul

Definisi 2.5. Misalkan M adalah Modul atas ring R . Suatu $m \in M$ disebut elemen torsi jika terdapat $r \in R \setminus \{0\}$ sedemikian sehingga $rm = 0$.

Himpunan semua elemen torsi didalam modul M dinotasikan dengan M_τ .

Definisi 2.6. Diberikan modul M atas ring R .

- i. Modul M disebut modul bebas torsi jika elemen torsi di M hanya elemen 0_M .
Dengan kata lain $M_\tau = \{0_M\}$.
- ii. Modul M disebut modul torsi jika setiap elemen $m \in M$ merupakan elemen torsi.
Dengan kata lain $M_\tau = M$.

Definisi 2.7. R -modul M dikatakan bebas jika M mempunyai basis, yakni ada $B \subseteq M$ dengan sifat:

- i. B membangun M , yaitu $(\forall m \in M)(\exists r_1, r_2, \dots, r_n \in R)(\exists b_1, b_2, \dots, b_n \in B) \quad (m = \sum r_i b_i)$
- ii. B bebas linear, yaitu $(\exists r_1, r_2, \dots, r_n \in R) \quad r_1 b_1 + r_2 b_2 + \dots + r_n b_n = 0 \Rightarrow r_1, r_2, \dots, r_n = 0$

271

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini dibahas sistem matematika yang terbentuk dari $\mathbb{R}$ dan P_n serta eksistensi elemen torsi dan basis dalam struktur yang dibentuk tersebut.

Lemma 1.

Grup abelian $(P_n, +)$ dengan operasi $' + '$ yang didefinisikan seperti pada Persamaan (2.1) merupakan modul atas ring $\mathbb{R}$.

Bukti:

Didefinisikan suatu pemetaan $\circ : \mathbb{R} \times P_n \rightarrow P_n$ dengan $(a, f) \mapsto af$ dan $af = a \bullet f$ ($\forall f \in P_n, \forall a \in \mathbb{R}$). Akan ditunjukkan 3 aksioma pada Definisi 2.4 terpenuhi yaitu ($\forall a, b \in \mathbb{R}$ dan $\forall f, g \in P_n$) berlaku:

- i. $(a + b)f = af + bf$ dan $f(a + b) = fa + fb$
- ii. $a[f + g] = af + ag$ dan $[f + g]a = fa + ga$
- iii. $(a \bullet b)f = a[bf]$ dan $f(a \bullet b) = [fa]b$

Ambil sebarang $a, b \in \mathbb{R}$ dan $f, g \in P_n$

$$\text{Misalkan } f = f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$$

$$g = g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \cdots + b_nx^n$$

Perhatikan bahwa :

$$\begin{aligned} (a+b)f &= (a+b) \cdot f(x) \\ &= (a+b) \cdot (a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n) \\ &= (a+b) \cdot a_0 + (a+b) \cdot a_1x + (a+b) \cdot a_2x^2 + \cdots + (a+b) \cdot a_nx^n \\ &= (a \cdot a_0 + b \cdot a_0) + (a \cdot a_1x + b \cdot a_1x) + (a \cdot a_2x^2 + b \cdot a_2x^2) + \cdots \\ &\quad \cdots (a \cdot a_nx^n + b \cdot a_nx^n) \\ &= (a \cdot a_0 + a \cdot a_1x + a \cdot a_2x^2 + \cdots + a \cdot a_nx^n) + (b \cdot a_0 + b \cdot a_1x + b \cdot a_2x^2 + \cdots + b \cdot a_nx^n) \\ &= a \cdot (a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n) + b \cdot (a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n) \\ &= a \cdot f(x) + b \cdot f(x) \\ &= af + bf \end{aligned} \quad \dots (2.3)$$

272

$$\begin{aligned} f(a+b) &= f(x) \cdot (a+b) \\ &= (a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n) \cdot (a+b) \\ &= (a_0 \cdot (a+b) + a_1x \cdot (a+b) + a_2x^2 \cdot (a+b) + \cdots + a_nx^n \cdot (a+b)) \\ &= (a_0 \cdot a + a_0 \cdot b) + (a_1x \cdot a + a_1x \cdot b) + (a_2x^2 \cdot a + a_2x^2 \cdot b) + \cdots + \\ &\quad (a_nx^n \cdot a + a_nx^n \cdot b) \\ &= (a_0 \cdot a + a_1x \cdot a + a_2x^2 \cdot a + \cdots + a_nx^n \cdot a) + (a_0 \cdot b + a_1x \cdot b + a_2x^2 \cdot b + \cdots + a_nx^n \cdot b) \\ &= (a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n) \cdot a + (a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n) \cdot b \\ &= f(x) \cdot a + f(x) \cdot b \\ &= fa + fb \end{aligned} \quad \dots (2.4)$$

Dari Persamaan (2.3) dan (2.4) terbukti bahwa:

$$(a+b)f = af + bf \text{ dan } f(a+b) = fa + fb$$

Perhatikan bahwa :

$$a[f+g] = a \cdot [f(x) + g(x)]$$

$$\begin{aligned}
&= a \cdot [(a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n) + (b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n)] \\
&= a \cdot [(a_0 + b_0) + (a_1x + b_1x) + (a_2x^2 + b_2x^2) + \dots + (a_nx^n + b_nx^n)] \\
&= a \cdot (a_0 + b_0) + a \cdot (a_1 + b_1)x + a \cdot (a_2 + b_2)x^2 + \dots + a \cdot (a_nx^n + b_nx^n) \\
&= (a \cdot a_0 + a \cdot b_0) + (a \cdot a_1x + a \cdot b_1x) + \dots + (a \cdot a_2x^2 + a \cdot b_2x^2) + \dots + \\
&\quad (a \cdot a_nx^n + a \cdot b_nx^n) \\
&= (a \cdot a_0 + a \cdot a_1x + a \cdot a_2x^2 + \dots + a \cdot a_nx^n) + (a \cdot b_0 + a \cdot b_1x + \\
&\quad a \cdot b_2x^2 + \dots + a \cdot b_nx^n) \\
&= a \cdot (a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n) + a \cdot (b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n) \\
&= a \cdot f(x) + a \cdot g(x) \\
&= af + ag \quad \dots (2.5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[f + g]a &= [f(x) + g(x)] \cdot a \\
&= [(a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n) + (b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n)] \cdot a \\
&= [(a_0 + b_0) + (a_1x + b_1x) + (a_2x^2 + b_2x^2) + \dots + (a_nx^n + b_nx^n)] \cdot a \\
&= (a_0 + b_0) \cdot a + (a_1x + b_1x) \cdot a + (a_2x^2 + b_2x^2) \cdot a + \dots + (a_nx^n + \\
&\quad b_nx^n) \cdot a \\
&= (a_0 \cdot a + b_0 \cdot a) + (a_1x \cdot a + b_1x \cdot a) + (a_2x^2 \cdot a + b_2x^2 \cdot a) + \dots + \\
&\quad (a_nx^n \cdot a + b_nx^n \cdot a) \\
&= (a_0 \cdot a + a_1x \cdot a + a_2x^2 \cdot a + \dots + a_nx^n \cdot a) + (b_0 \cdot a + b_1x \cdot a + b_2x^2 \cdot a + \\
&\quad \dots + b_nx^n \cdot a) \\
&= (a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n) \cdot a + (b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n) \cdot a \\
&= f(x) \cdot a + g(x) \cdot a \\
&= fa + ga \quad \dots (2.6)
\end{aligned}$$

Dari Persamaan (2.5) dan (2.6) terbukti bahwa:

$$a[f + g] = af + ag \text{ dan } [f + g]a = fa + ga$$

Perhatikan bahwa :

$$\begin{aligned}
(a \cdot b)f(x) &= (a \cdot b) \cdot f(x) \\
&= (a \cdot b) \cdot (a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n) \\
&= (a \cdot b) \cdot a_0 + (a \cdot b) \cdot a_1x + (a \cdot b) \cdot a_2x^2 + \dots + (a \cdot b) \cdot a_nx^n \\
&= (a \cdot b \cdot a_0 + a \cdot b \cdot a_1x + a \cdot b \cdot a_2x^2 + \dots + a \cdot b \cdot a_nx^n)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= a \bullet (b \bullet a_0 + b \bullet a_1 x + b \bullet a_2 x^2 + \dots + b \bullet a_n x^n) \\
&= a \bullet [b \bullet (a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n)] \\
&= a \bullet [b \bullet f(x)] \\
&= a \bullet [bf(x)] \\
&= a[bf] \quad \dots (2.7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f(a \bullet b) &= f(x) \bullet (a \bullet b) \\
&= (a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n) \bullet (a \bullet b) \\
&= (a_0 \bullet a \bullet b + a_1 x \bullet a \bullet b + a_2 x^2 \bullet a \bullet b + \dots + a_n x^n \bullet a \bullet b) \\
&= (a_0 \bullet a + a_1 x \bullet a + a_2 x^2 \bullet a + \dots + a_n x^n \bullet a) \bullet b \\
&= [(a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n) \bullet a] \bullet b \\
&= [f(x) \bullet a] \bullet b \\
&= [f(x)a] \bullet b \\
&= [fa]b \quad \dots (2.8)
\end{aligned}$$

274 Dari Persamaan (2.7) dan (2.8) terbukti bahwa:

$$(a \bullet b)f = a[bf] \text{ dan } f(a \bullet b) = [fa]b$$

Terbukti bahwa P_n merupakan modul atas ring $\mathbb{R}$ dan dinotasikan dengan $\mathbb{R}$ –modul P_n . ■

Lemma 3.2.

$\mathbb{R}$ –modul P_n merupakan modul bebas torsi.

Bukti:

Akan diselidiki elemen torsi pada $\mathbb{R}$ –modul P_n . Berdasarkan Definisi 2.5, $f \in P_n$ disebut elemen torsi jika terdapat $r \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, sedemikian sehingga $rf = 0$.

Terdapat 2 kasus untuk menentukan elemen torsi dalam modul P_n , yaitu :

- i. $f = 0$
- ii. $f \neq 0$

Kasus (i) : $f = 0$

Jika $f = 0$ maka jelas bahwa $rf = 0, \forall r \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (2.9)

Kasus (ii) : $f \neq 0$

Misalkan $f = f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \neq 0$

Selanjutnya dipilih $r \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Perhatikan bahwa $\mathbb{R}$ ring tanpa pembagi nol $r \neq 0 \in \mathbb{R}$ dan $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ tidak semuanya nol, artinya $\exists a_k \neq 0$ (untuk $0 \leq k \leq n$) sehingga $r \bullet a_k \neq 0$. Hal ini mengakibatkan bahwa :

$$\begin{aligned} r \circ f &= r \bullet f(x) \\ &= r \bullet (a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n) \\ &= (r \bullet a_0 + r \bullet a_1x + r \bullet a_2x^2 + \dots + r \bullet a_nx^n) \\ &\neq 0 \end{aligned}$$

Jadi, jika $f \neq 0$ maka $rf \neq 0, \forall r \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (2.10)

Dari Persamaan (2.9) dan (2.10), dapat disimpulkan bahwa P_n adalah modul bebas torsi. ■

Lemma 3.3.

$\mathbb{R}$ –modul P_n merupakan modul bebas

Bukti:

$\mathbb{R}$ –modul P_n dikatakan modul bebas jika P_n mempunyai basis.

Diketahui bahwa P_n merupakan modul atas ring $\mathbb{R}$. Dibentuk suatu himpunan $B_n \subseteq P_n$ yaitu $B_n = \{b_0 + b_1x + b_2x^2 \dots + b_nx^n | b_n \in B \text{ dan } B \subseteq \mathbb{R}\}$. Berdasarkan Lemma 3.2, $\mathbb{R}$ –modul P_n merupakan modul bebas torsi, sehingga:

$$a_1f_1 + a_2f_2 + \dots + a_nf_n = 0 \quad \dots (2.11)$$

$(\forall f_1, f_2, \dots, f_n \in B_n)$ hanya dipenuhi oleh $a_1, a_2, \dots, a_n = 0$. Artinya B_n bebas linier.

Selanjutnya ambil sebarang $f \in P_n$. Untuk $(a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R})(\exists f_1, f_2, \dots, f_n \in B_n)$, dibentuk:

$$a_1f_1 + a_2f_2 + \dots + a_nf_n = f \quad \dots (2.12)$$

Perhatikan bahwa Persamaan (2.11) dan (2.12) mempunyai koefisien yang sama sehingga pembuktian dapat dilakukan secara simultan. Karena Persamaan (2.11) hanya mempunyai solusi trivial ekuivalen dengan Persamaan (2.12) konsisten untuk untuk setiap $f \in P_n$. ■

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa dari himpunan bilangan riil $\mathbb{R}$ dan himpunan polinomial atas ring $\mathbb{R}$, yaitu P_n dapat dibentuk suatu sistem yang dinamakan modul P_n atas ring $\mathbb{R}$. Berdasarkan eksistensi elemen torsi,

modul ini merupakan modul bebas torsi dan berdasarkan eksistensi basis, modul tersebut merupakan modul bebas.

DAFTAR PUSTAKA

- Adkins, W.A & Weintraub, S.H. 1992. *Algebra: An Approach via Module Theory*. New York: Springer –Verlag.
- Kurnia, A.D., Wardayani, A., dan Suroto. 2016. Modul R^n Atas Ring Matriks $M_{n \times n}(R)$. *prosiding Seminar Nasional Matematika dan Terapan 2016*, p-ISSN:2550-0384;e-ISSN:2550-0392.
- Malik, D.S., Mordeson, J.M. and Sen, M.K. 1997. *Fundamentals of Abstract Algebra*. McGraw, Hill Book Company, United States of America.
- Raisinghania, M.D., and Aggrwal, R.S. 1980. *Modern Algebra*, S. Chand & Company LTD, Delhi.
- Sari, K., dan Wijayanti, I.E. 2015. Setiap Modul Merupakan Submodul dari Suatu Modul Bersih. *Jurnal Matematika Integratif*. 11(1), 65-74.
- Wijayanti, I.E., dan Wahyuni, S. 2013. *Teori Modul*. Universitas Gajah Mada, Yogyakarta.