

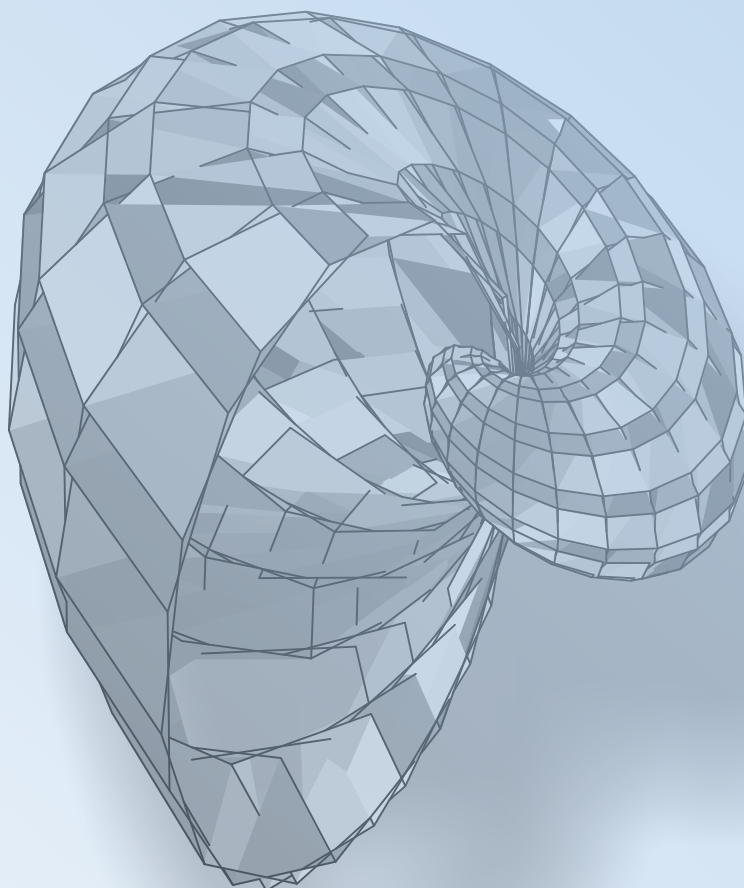
PROSIDING



Seminar Nasional MATEMATIKA

VOL. 10 TH. 2015

ISSN 1907-3909



UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCE
Jalan Ciumbuleuit 94, Bandung 40141, Indonesia



Seminar Nasional MATEMATIKA

VOL. 10 TH. 2015

ISSN 1907-3909

REVIEWERS

Dr. J. Dharma Lesmono

Dr. Ferry Jaya Permana, ASAI

Iwan Sugiarto, MSi

Agus Sukmana, MSc

Erwinna Chendra, MSi

Taufik Limansyah, SSi, MT

Benny Yong, MSi

Farah Kristiani, MSi

Livia Owen, MSi

Maria Anestasia, MSi

Liem Chin, MSi

Alamat Redaksi:
Jurusan Matematika, FTIS - UNPAR
Gedung 9, Lantai 1
Jl. Ciumbuleuit No. 94, Bandung - 40141

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas terselenggaranya Seminar Nasional Matematika Unpar 2015. Seminar ini merupakan kegiatan rutin tahunan yang diselenggarakan oleh Jurusan Matematika, Universitas Katolik Parahyangan, yang dimulai sejak tahun 2005 dan tahun ini merupakan tahun ke-11 penyelenggaraannya. Seminar Nasional Matematika UNPAR ini merupakan wadah pertemuan ilmiah antara matematikawan, guru, peneliti, dan praktisi yang tidak hanya terbatas di bidang matematika saja, melainkan juga penerapannya dalam berbagai bidang ilmu, antara lain dunia medis, ekonomi lingkungan hidup, dan gejala alam.

Seminar tahun ini mengambil tema “PERAN MATEMATIKA DALAM MENGHADAPI MASYARAKAT EKONOMI ASEAN (MEA)”. Pemilihan tema ini dilatarbelakangi oleh kesepakatan para pemimpin ASEAN yang tertuang dalam “Deklarasi Cebu: Untuk Mempercepat Pembangunan Masyarakat ASEAN Sebelum 2015” yang ditandatangani oleh pemimpin ASEAN pada KTT ASEAN ke-12 bulan Januari 2007. Menurut rencana, ASEAN akan membangun sebuah masyarakat bersama sebelum tahun 2015 yang mencakup tiga bagian, yaitu masyarakat ekonomi, masyarakat keamanan dan masyarakat sosial budaya. Melalui seminar ini diharapkan para peserta dapat saling berbagi pengetahuan dan informasi terbaru sehingga berdampak pada kesiapan yang lebih baik dari Indonesia dalam menghadapi tantangan ini.

Seminar kali ini mengundang tiga orang pembicara dari kalangan akademisi dan praktisi yang akan berbagi pengalaman, gagasan dan pikiran. Pada sesi paralel, akan dipresentasikan 58 makalah yang merupakan hasil karya dosen, peneliti, dan mahasiswa dari berbagai instansi di tanah air.

Kami atas nama panitia Seminar Nasional Matematika Unpar 2015 mengucapkan terima kasih atas partisipasinya, semoga bermanfaat bagi semua pihak.

Bandung, September 2015
Ketua Panitia

Liem Chin, M.Si.

DAFTAR ISI

Kata Pengantar	...i
Daftar Isi	...iii-ix

ALJABAR DAN ANALISIS

KARAKTERISTIK FUNGSIONAL DARI RUANG ATSUJI <i>Suarsih Utama dan Nora Hariadi – Universitas Indonesia</i>	...AA 1-6
SIFAT SUBHIMPUNAN DI RUANG ATSUJI <i>Suarsih Utama dan Nora Hariadi – Universitas Indonesia</i>	...AA 7-11
KARAKTERISTIK DIFERENSIAL SATU ROUND BARU PADA INTERNATIONAL DATA ENCRYPTION ALGORITHM (IDEA) <i>Sari Agustini Hafman</i>	...AA 12-18

STATISTIKA

APLIKASI ANALISIS STATISTIK DESKRIPTIF SPHERICAL PADA DATA GEMPA BENGKULU <i>Pepi Novianti – Universitas Bengkulu</i>	...ST 1-6
ANALISIS STATISTIKA DESKRIPTIF DALAM PEMETAAN KEMISKINAN DI KOTA BENGKULU <i>Dian Agustina, Pepi Novianti, Idhia Sriliana, dan Etis Sunandi – Universitas Bengkulu</i>	...ST 7-18
PERBANDINGAN METODE PERAMALAN ANTARA ARIMA DAN SARIMA DALAM MEMODELKAN FLUKTUASI DEBIT AIR (Studi Kasus : Data Debit Air Pembangkit Listrik Tenaga Air Musi) <i>Jose Rizal – Universitas Bengkulu</i>	...ST 19-26
PEMILIHAN MODEL SEMIVARIOGRAM TERBAIK PADA DATA SPATIAL DENGAN APLIKASI METODE PROGRAM LINIER (Studi Kasus : Data Kejadian Gempa di Wilayah Pesisir Bengkulu) <i>Fachri Faisal – Universitas Bengkulu</i>	...ST 27-37

ESTIMASI MODEL JUMLAH LEUKOSIT PENDERITA LEUKIMIA
MENGUNAKAN PENDEKATAN REGRESI SPLINE TRUNCATED
DENGAN KUADRAT TERKECIL TERBOBOTI
Idhia Sriliana – Universitas Bengkulu ...ST 38-44

PELUANG SUATU TIM UNTUK MENCAPAI PERINGKAT
TERTENTU DALAM SUATU TURNAMEN : STUDI KASUS
SEPAKBOLA LIGA INGGRI MUSIM KOMPETISI 2011/2012
Liem Chin dan Benny Yong – Universitas Katolik Parahyangan ...ST 45-54

KKN PPM STATISTIKA PEMERINTAHAN
*Neva Satyahadewi, Mariatul Kiftiah, dan
Dadan Kusnandar – Universitas Tanjungpura* ...ST 55-60

MATEMATIKA PENDIDIKAN

EKSPLORASI PENGETAHUAN MATEMATIKA MASYARAKAT
MELALUI RANCANGAN DAN IMPLEMENTASI TUGAS TEMATIK
*Patricia VJ Runtu dan
Christophil Medellu – Universitas Negeri Manado* ...MP 1-10

DISPOSISI MATEMATIS MAHASISWA CALON GURU
MATEMATIKA
*Dadang Juandi, Eyus Sudihartini, dan
Ririn Sispiyati – Universitas Pendidikan Indonesia* ...MP 11-18

VALIDASI MODUL APLIKASI KOMPUTER DENGAN PROGRAM
WINGEOM PADA MATERI GEOMETRI
Tika Septia dan Merina Pratiwi – STKIP PGRI Sumatera Barat ...MP 19-26

PENINGKATAN KEMAMPUAN PEMAHAMAN MATEMATIK
DENGAN PENDEKATAN HANDS-ON ACTIVITY
(Penelitian Kuasi Eksperimen Pada Siswa SMP Kelas VIII di
Kota Bandung)
Jarnawi Afgani Dahlan – Universitas Pendidikan Indonesia ...MP 27-34

PENCAPAIAN KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS SISWA SMP
DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA DENGAN
STRATEGI REACT
*Nia Yuni Saputri, Tatang Herman, dan
Kusnandi – Universitas Pendidikan Indonesia* ...MP 35-45

MENINGKATKAN HASIL BELAJAR MAHASISWA DENGAN MODEL PEMBELAJARAN AIR PADA MATA KULIAH EVALUASI PEMBELAJARAN MATEMATIKA <i>Putu Suarniti Noviantari dan I Made Dharma Atmaja – Universitas Mahasaraswati Denpasar</i>	...MP 46-50
PENINGKATAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS MAHASISWA BERDASARKAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE TEAM ASSISTED INDIVIDUALIZATION (TAI) PADA MATA KULIAH TEORI PELUANG <i>Georgina Maria Tinungki – Universitas Hasanuddin</i>	...MP 51-60
PENGEMBANGAN MEDIA KATROL BILANGAN UNTUK PEMBELAJARAN BILANGAN BULAT DI SEKOLAH DASAR <i>Haris Wisudiatma, Sri Harmini, dan Endang Setyo Winarni – Universitas Negeri Malang</i>	...MP 61-69
ANALISIS PENGEMBANGAN MODUL TRIGONOMETRI <i>Villia Anggraini dan Hamdunah – STKIP PGRI Sumatera Barat</i>	...MP 70-74
PENGEMBANGAN STRATEGI AJAR KEMAMPUAN BERPIKIR LOGIS MATEMATIS MAHASISWA PADA PENERAPAN MATERI TRANSPORTASI DAN PEMODELAN MATA KULIAH RISET OPERASI TERHADAP PEMBERLAKUAN KEBIJAKAN ASEAN TRADE IN GOODS AGREEMENT (ATIGA) (Studi Kasus Pemodelan dan Transportasi Pada Komuditas Batu Alam dan Rotan Diantara Negara Anggota MEA) <i>Alif Ringga Persada – IAIN Syekh Nurjati Cirebon</i>	...MP 75-82
DESAIN DIDAKTIS KONSEP LUAS DAERAH BELAH KETUPAT PADA PEMBELAJARAN MATEMATIKA SMP <i>Alin Meilina dan Rosita Mahmudah – Universitas Pendidikan Indonesia</i>	...MP 83-91
JARINGAN SYARAF TIRUAN METODE BACK PROPAGATION UNTUK PENJURUSAN SISWA SMA <i>Ulfasari Rafflesia – Universitas Bengkulu</i>	...MP 92-98
KAJIAN MODEL PEMBELAJARAN : PENDEKATAN COGNITIVE APPRENTICESHIP MODEL CASE BASED REASONING DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA <i>Rina Oktaviyanthi – Universitas Serang Raya</i>	...MP 99-107

MATEMATIKA TERAPAN

ANALISIS PERBANDINGAN BARISAN BIT PSEUDORANDOM YANG DIHASILKAN ALGORITMA SOSEMANUK DAN HC-128 TERHADAP KESERAGAMAN DISTRIBUSI P-VALUE UJI NIST <i>Desi Wulandari – Lembaga Sandi Negara</i>	...MT 1-6
ESTIMASI VOLATILITAS DAN VALUE AT RISK INDEKS LQ45 DENGAN GENERALIZED PARETO DISTRIBUTION <i>Yunita Wijaya, Kie Van Ivanky Saputra, dan Kim Sung Suk – Universitas Pelita Harapan</i>	...MT 7-14
SINGLE-OBJEKTIF DAN MULTI-OBJEKTIF OPTIMISASI PORTOFOLIO DENGAN UKURAN RESIKO MEAN-VARIANCE MENGUNAKAN DIFFERENTIAL EVOLUTION <i>Yohanis Ndapa Deda – Institut Teknologi Bandung, Universitas Nusa Cendana, Kupang Kuntjoro Adji Sidarto – Institut Teknologi Bandung</i>	...MT 15-20
GUESSING ATTACK PADA PROTOKOL KRITOGRAFI <i>Arif Fachru Rozi</i>	...MT 21-24
SUB-BLOK AKTIF SPN TERBAIK UNTUK SERANGAN KRIPTANALISIS DIFERENSIAL <i>Arif Fachru Rozi</i>	...MT 25-31
APLIKASI MATEMATIKA DALAM PEMODELAN RISIKO BENCANA TSUNAMI <i>Yulian Fauzi – Universitas Bengkulu</i>	...MT 32-36
PENGKLASTERAN DATA DENGAN MENGGUNAKAN METODE MONOTETIS (STUDI KASUS PADA DATA KELUARGA) <i>Kania Sawitri – ITENAS</i>	...MT 37-42
KONTROL OPTIMAL PADA MODEL EPIDEMIOLOGI TIPE SVIR DENGAN MEMPERHATIKAN REINFEKSI <i>Jonner Nainggolan – Universitas Cenderawasih Jayapura</i>	...MT 43-49
IMPLEMENTASI MODEL HARGA OPSI BASKET BERBASIS COPULA LEVY <i>Syofia Rani, Bevina D. Handari, dan Hendri Murfi – Universitas Indonesia</i>	...MT 50-56

PENENTUAN PREMI TUNGGAL BERSIH UNTUK ASURANSI JIWA BERJANGKA UNIT LINK DENGAN GARANSI <i>Siska Yosmar dan Syahrul Akbar – Universitas Bengkulu</i>	...MT 57-63
BIFURKASI SADDLE-NODE PADA MODEL SIR DENGAN LAJU INSIDENSI YANG TAK LINEAR DAN ADANYA PERAWATAN <i>Marsha Ad Georli, Livia Owen, dan Benny Yong – Universitas Katolik Parahyangan</i>	...MT 64-74
MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN INFEKSI HIV PADA KOMUNITAS INJECTING DRUG USERS <i>Iffatul Mardhiyah – Universitas Gunadarma Hengki Tasman – Universitas Indonesia</i>	...MT 75-82
SYARAT CUKUP BEROSILASI DAN TIDAK BEROSILASI PERSAMAAN DIFERENSIAL LINIER HOMOGEN ORDE DUA <i>Maulana Malik – Universitas Gunadarma</i>	...MT 83-89
IMPLEMENTASI ALGORITMA PARTICLE SWARM OPTIMIZATION PADA KALIBRASI MODEL HARGA OPSI HESTON <i>Ilham Falani, Bevina D. Handari, dan Gatot F. Hertono – Universitas Indonesia</i>	...MT 90-96
SPN CIPHER MODIFIKASI <i>Sari Agustini Hafman dan Khairun Nisa</i>	...MT 97-101
MODEL TRINOMIAL HARGA OPSI EROPA <i>Fitriani Agustina dan Entit Puspita – Universitas Pendidikan Indonesia</i>	...MT 102-106
ANALISIS PERKEMBANGAN OTAK JANIN DENGAN MENGUNAKAN METODE ISOMAP <i>Rifki Kosasih dan Achmad Fahrurrozi – Universitas Gunadarma</i>	...MT 107-113

MAHASISWA

PEMODELAN FAKTOR YANG MEMPENGARUHI PERSENTASE PENDUDUK MISKIN PROVINSI PAPUA MENGGUNAKAN REGRESI SEMIPARAMETRIK SPLINE DALAM RANGKA MENGHADAPI ASEAN ECONOMIC COMMUNITY 2015 <i>Eka Oktaviana Romaji, Wahyu Kurnia Dewi Nastiti, Zahrotun Nisaa', Avinia Aisha Widhesaputri, dan Reta Noorina Prastika – Institut Teknologi Sepuluh Nopember</i>	...MS 1-8
--	-----------

TAKSIRAN JACKKNIFE RIDGE REGRESSION SEBAGAI TAKSIRAN PARAMETER MODEL REGRESI LINIER BERGANDA PADA KASUS MULTIKOLINIERITAS <i>Effrida Betzy Stephany, Siti Nurrohmah, dan Ida Fithriani – Universitas Indonesia</i>	...MS 9-16
DISTRIBUSI GAMMA-HALF NORMAL <i>Kania Rianti, Siti Nurrohmah, dan Ida Fithriani – Universitas Indonesia</i>	...MS 17-25
PENGUNAAN METODE BAYES DALAM PENAKSIRAN UKURAN POPULASI YANG MEMPUYAI NOMOR SERIAL <i>Mario Valentino Nara, Ida Fithriani, dan Siti Nurrohmah – Universitas Indonesia</i>	...MS 26-32
KAJIAN SKEMA E-VOTING DALAM APLIKASI SKEMA SECRET SHARING BERBASIS CHINESE REMAINDER THEOREM (CRT) DENGAN MENGGUNAKAN BARISAN MIGNOTTE <i>Widuri Lisu dan Kiki Ariyanti Sugeng – Universitas Indonesia</i>	...MS 33-40
IMPLEMENTASI ATURAN KUADRATUR NEWTON-COTES DENGAN KOREKSI PADA BATAS DAN MODIFIKASINYA <i>Bevina Desjwiandra H., Gatot Fatwanto Hertono, dan Yola Fowell – Universitas Indonesia</i>	...MS 41-48
OPTIMASI PORTOFOLIO DENGAN KENDALA BUY-IN THRESHOLD <i>Erwin Natali Susanto dan Liem Chin – Universitas Katolik Parahyangan</i>	...MS 49-54
MEMINIMUMKAN RISIKO PORTOFOLIO DENGAN TARGET RETURN MENGGUNAKAN METODE NEWTON <i>Andris Rachardi, Liem Chin, dan Erwinna Chendra – Universitas Katolik Parahyangan</i>	...MS 55-61
PREDIKSI KEBERHASILAN INDONESIA PADA POST FINAL DAN PASCA MDGs (MILLENNIUM DEVELOPMENT GOALS) 2015 DALAM PENANGGULANGAN KEMISKINAN DAN KELAPARAN DENGAN METODE PERAMALAN <i>Indah Tri Wulandari, Joshua Bonasuhul, Riskha Tri Oktaviani, Akhmad Rayzha Naufal, dan Sutikno – Institut Teknologi Sepuluh Nopember</i>	...MS 62-70

STUDI DAMPAK UNDANG-UNDANG MINERAL DAN BATUBARA (UU MINERBA) TERHADAP KEBERHASILAN EKSPOR INDONESIA MENGGUNAKAN METODE ANALISIS FAKTOR DAN CHERNOFF FACE <i>Fefy D. S., Indah T. W., Avinia A. W., Rya S. A., Epa Suryanto, dan Mutiah Salamah – Institut Teknologi Sepuluh Nopember</i>	...MS 71-78
SIFAT SUBHIMPUNAN LENGKAP DAN COMPLETELY DISCRETE DALAM RUANG YANG MEMILIKI ATSUJI COMPLETION <i>Muhammad Ihsan Prasetio, Nora Hariadi, dan Suarsih Utama – Universitas Indonesia</i>	...MS 79-86
PENYELESAIAN LINEAR FRACTIONAL PROGRAMMING DENGAN MENGGUNAKAN METODE CRISS CROSS <i>Anggela Irene Wijaya, Taufik Limansyah, dan Dharma Lesmono – Universitas Katolik Parahyangan</i>	...MS 87-93
DISTRIBUSI GAMMA-PARETO <i>Ira Rosianal Hikmah, Siti Nurrohmah, dan Ida Fithriani – Universitas Indonesia</i>	...MS 94-102
EFEKTIFITAS MENCATAT DAN PRAKTIK MENGGUNAKAN KOMPUTER SECARA LANGSUNG TERHADAP PRESTASI BELAJAR MAHASISWA MATA KULIAH EKSPLORASI SOFTWARE MATEMATIKA DI STKIP SURYA <i>Hendy Halyadi, Titi Mellyani, Aprilita, dan Johannes H. Siregar – STKIP Surya</i>	...MS 103-107
PENENTUAN RISIKO RELATIF UNTUK PENYEBARAN PENYAKIT DEMAN DENGUE DI KOTA BANDUNG PADA TAHUN 2013 DENGAN MENGGUNAKAN MODEL SMR <i>Robyn Irawan, Benny Yong dan Farah Kristiani – Universitas Katolik Parahyangan</i>	...MS 108-115
VALUASI VALUE AT RISK MENGGUNAKAN METODE COPULA <i>Felivia dan Ferry Jaya Permana – Universitas Katolik Parahyangan</i>	...MS 116-122

ESTIMASI MODEL JUMLAH LEUKOSIT PENDERITA LEUKIMIA MENGGUNAKAN PENDEKATAN REGRESI SPLINE *TRUNCATED* DENGAN KUADRAT TERKECIL TERBOBOTI

Idhia Sriliana

Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu
email : idhiasriliana@gmail.com

Abstrak. Penelitian ini bertujuan untuk menduga pola hubungan antara jumlah leukosit penderita leukemia terhadap jumlah trombosit dan waktu pemeriksaan menggunakan regresi spline *truncated* dengan kuadrat terkecil terboboti. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data jumlah leukosit penderita leukemia di Rumah Sakit Umum Haji Surabaya pada tahun 2009. Data jumlah leukosit pada penderita leukemia merupakan data longitudinal karena datanya diamati dan diukur berulang kali pada suatu interval waktu tertentu. Seseorang yang dinyatakan terkena leukemia diberikan perawatan yang berfokus pada penghentian produksi sel leukosit, kemudian untuk melihat perkembangan penyakitnya dilakukan pemeriksaan jumlah sel leukosit dan trombosit secara berulang kali pada interval waktu tertentu. Oleh karena itu, hubungan antara jumlah leukosit penderita leukemia terhadap jumlah trombosit dan waktu pemeriksaannya merupakan model linear parsial untuk data longitudinal, dengan jumlah trombosit sebagai komponen parametrik dan waktu pemeriksaan sebagai komponen nonparametrik. Dalam penelitian ini, analisis yang digunakan untuk menduga model jumlah leukosit penderita leukemia adalah pendekatan regresi spline *truncated* dengan kuadrat terkecil terboboti, dimana pembobot W merupakan matriks diagonal jumlah seluruh pengamatan. Kriteria model terbaik diukur berdasarkan nilai GCV optimum, nilai MSE, dan koefisien determinasi R^2 . Hasil estimasi model menunjukkan jumlah leukosit penderita leukemia berpola kubik terhadap jumlah trombosit dan berpola mengikuti spline polinomial derajat satu dengan dua titik knot terhadap waktu pemeriksaan. Model ini mempunyai nilai GCV sebesar 0,00001519512 dengan nilai MSE sebesar 0,0001975 dan koefisien determinasi R^2 sebesar 0,9882.

Kata kunci : *Data Longitudinal, Leukimia, Kuadrat Terkecil Terboboti, Model Linear Parsial, Regresi Spline Truncated*

1. PENDAHULUAN

Leukimia atau lebih dikenal dengan kanker darah adalah kanker dari salah satu jenis sel darah putih atau leukosit di sumsum tulang yang menyebabkan proliferasi dengan menyingkirkan jenis sel lain. Leukimia tampak merupakan penyakit klonal yang berarti satu sel kanker abnormal berproliferasi tanpa terkendali, menghasilkan sekelompok sel anak yang abnormal. Sel-sel ini menghambat semua sel darah lain di sumsum tulang untuk berkembang secara normal, sehingga mereka tertimbun di sumsum tulang [1]. Pada penderita leukemia, gambaran sumsum tulang biasanya akan menunjukkan jumlah sel-sel darah putih (leukosit) yang meningkat, sementara jumlah sel-sel lainnya berkurang atau sedikit akibat proses pembuatannya yang tertekan oleh sel blast tersebut [2].

Di dalam darah manusia, jumlah normal leukosit rata-rata $5000-9000 \text{ sel/mm}^3$, sedangkan nilai di atas interval tersebut dapat menyebabkan leukemia. Trombosit adalah komponen sel darah yang dihasilkan oleh jaringan hemopoetik yang mempunyai nukleus pada DNA-nya, dengan bentuk tak beraturan yang berfungsi utama dalam proses pembekuan darah. Rasio plasma keping darah normal berkisar antara $200.000-300.000 \text{ sel/mm}^3$, sedangkan nilai di atas rentang dapat meningkatkan risiko trombosis dan penyakit darah lainnya seperti leukemia [2].

Pada bidang kedokteran medis, di rumah sakit pada umumnya, pasien yang dinyatakan menderita leukimia diberikan perawatan berupa kombinasi antara sistem terapi dan pemberian obat-obatan yang berfokus pada penghentian produksi sel leukosit yang abnormal dalam sumsum tulang. Kemudian, untuk melihat perkembangan penyakitnya maka dilakukan pemeriksaan jumlah leukosit dan jumlah trombosit pasien penderita leukimia secara berulang kali pada suatu interval waktu tertentu. Apabila diperhatikan, ternyata data jumlah leukosit pada penderita leukimia merupakan data longitudinal karena data ini diamati dan diukur berulang kali pada suatu interval waktu tertentu. Dalam studi data longitudinal, pada umumnya pengamatan dilakukan terhadap n subyek yang saling independen dimana setiap subyek diamati secara berulang dalam kurun waktu yang berbeda [3].

Hubungan antara jumlah leukosit, jumlah trombosit, dan waktu pemeriksaan, ketiga variabel ini dapat dimodelkan ke dalam bentuk model linear parsial, dimana antara jumlah leukosit dan jumlah trombosit diasumsikan bersifat parametrik sedangkan jumlah leukosit dan waktu pemeriksaan diasumsikan bersifat nonparametrik. Sehingga, pola perubahan jumlah leukosit penderita leukimia dalam hubungannya dengan jumlah trombosit dan waktu pemeriksaan merupakan model linear parsial untuk data longitudinal. Salah satu analisis yang dapat digunakan untuk menduga model jumlah leukosit penderita leukimia adalah pendekatan regresi spline *truncated* dengan kuadrat terkecil terboboti.

Pendekatan regresi spline *truncated* mempunyai beberapa kelebihan diantaranya lebih mudah secara matematis dan interpretasi hampir sama seperti pada regresi parametrik. Estimasi parameter menggunakan regresi spline *truncated* dalam model linear parsial untuk data longitudinal intinya pada pemilihan titik-titik knot optimal yang dilakukan dengan optimasi kuadrat terkecil terboboti yaitu dengan menyertakan suatu bobot pada penyelesaian optimasi kuadrat terkecilnya. Menurut Wu dan Zhang [4], terdapat beberapa jenis pembobot yang bisa digunakan dalam estimasi parameter yaitu matriks varian kovarian, matriks diagonal jumlah seluruh pengamatan, dan matriks diagonal hasil kali banyaknya subyek dengan jumlah pengamatan pada masing-masing subyek. Jadi, dalam penelitian ini dilakukan pendugaan pola hubungan antara jumlah leukosit penderita leukimia terhadap jumlah trombosit dan waktu pemeriksaan menggunakan regresi spline *truncated* dengan kuadrat terkecil terboboti, dimana pembobot yang digunakan adalah matriks diagonal jumlah seluruh pengamatan.

2. METODE

2.1 Fungsi Spline

Spline merupakan potongan-potongan polinomial yang memiliki sifat tersegmen kontinu sehingga dapat menjelaskan karakteristik lokal dari fungsi data. Secara umum, fungsi spline berderajat m dengan K knot adalah sembarang fungsi yang dapat ditulis seperti persamaan (1):

$$s(t) = \sum_{p=0}^m \alpha_p t^p + \sum_{r=1}^K \delta_r (t - k_r)_+^m \quad (1)$$

$$\text{dengan } (t - k_r)_+^m = \begin{cases} (t - k_r)^m & , t \geq k_r \\ 0 & , t < k_r \end{cases}$$

dimana α adalah parameter polinomial dan δ parameter *truncated*, dan $k_1, k_2, \dots, k_K$ adalah titik-titik knot [5].

2.2 Model Linear Parsial untuk Data Longitudinal

Dalam studi tentang data longitudinal, pada umumnya pengamatan dilakukan terhadap n subyek yang saling independen, dimana setiap subyek diamati secara kontinu dalam kurun waktu tertentu. Jika diberikan data longitudinal (t_{ij}, x_{ij}, y_{ij}) , $j = 1, 2, \dots, n_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, maka model linear parsial untuk data longitudinal diberikan oleh [4]:

$$y_{ij} = \mathbf{X}_{ij}^T \boldsymbol{\beta}_i + f(t_{ij}) + \varepsilon_{ij}, \quad j = 1, 2, \dots, n_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

dimana $\beta_i = (\beta_{i1}, \beta_{i2}, \dots, \beta_{il})^T$ adalah vektor $l \times 1$ pada koefisien regresi parametrik $\mathbf{X}_{ij}$, $\mathbf{X}_{ij}^T = (\mathbf{X}_{1j}, \mathbf{X}_{2j}, \dots, \mathbf{X}_{nj})$, $\mathbf{X}_{1j} = (x_{1j1}, x_{1j2}, \dots, x_{1jl})$, $\mathbf{X}_{2j} = (x_{2j1}, x_{2j2}, \dots, x_{2jl})$, ..., $\mathbf{X}_{nj} = (x_{nj1}, x_{nj2}, \dots, x_{njl})$, $f(t_{ij})$ adalah fungsi yang terdiferensiabel dan ε_{ij} adalah *error* random, $j = 1, 2, \dots, n_i$, $i = 1, 2, \dots, n$.

2.3 Regresi Spline *Truncated* dalam Model Linear Parsial untuk Data Longitudinal

Jika kurva regresi f pada model linear parsial untuk data longitudinal didekati dengan regresi spline *truncated*, maka [6]

$$s(t_{ij}) = \sum_{p=0}^m \alpha_{ip} t_{ij}^p + \sum_{r=1}^K \delta_{ir} (t_{ij} - k_{ir})_+^m \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, n_i \quad (3)$$

dengan derajat polinomial m , $\alpha_{i0}, \alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \dots, \alpha_{im}, \delta_{i1}, \delta_{i2}, \dots, \delta_{iK}$ adalah parameter-parameter yang tidak diketahui, dan $\{k_{ir} : k_{1r} < k_{2r} < \dots < k_{nr}\}$ merupakan titik-titik knot, serta *truncated power function* $(t_{ij} - k_{ir})_+^m$ didefinisikan sebagai:

$$(t_{ij} - k_{ir})_+^m = \begin{cases} (t_{ij} - k_{ir})^m & , t_{ij} \geq k_{ir} \\ 0 & , t_{ij} < k_{ir} \end{cases}$$

2.4 Estimasi Regresi Spline *Truncated* dengan Optimasi Kuadrat Terkecil Terboboti dalam Model Linear Parsial untuk Data Longitudinal

Model linear parsial untuk data longitudinal pada persamaan (2) dapat dinyatakan dalam notasi matriks sebagai berikut:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}(\mathbf{k}_i) \mathbf{B} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \mathbf{k}_i = (k_{i1} \quad k_{i2} \quad \dots \quad k_{iK})^T; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

dimana,

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1(\mathbf{k}_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{X}_2(\mathbf{k}_2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{X}_n(\mathbf{k}_n) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{B}_n \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_n \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan pembobot $\mathbf{W}$, estimasi dari $\mathbf{B}$ pada persamaan (4) dapat diperoleh dengan menyelesaikan optimasi *least square*:

$$\min_{\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n(l+k+m+1)}} \left\{ (\mathbf{Y} - \mathbf{X}(\mathbf{k}_i) \mathbf{B})^T \mathbf{W} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}(\mathbf{k}_i) \mathbf{B}) \right\} \quad (5)$$

sedemikian sehingga diperoleh:

$$\hat{\mathbf{B}} = \left(\mathbf{X}(\bar{k})^T \mathbf{W} \mathbf{X}(\bar{k}) \right)^{-1} \mathbf{X}(\bar{k})^T \mathbf{W} \mathbf{Y} \quad (6)$$

Sehingga, estimasi model linear parsial untuk data longitudinal dengan menggunakan pendekatan regresi spline *truncated* dengan optimasi kuadrat terkecil terboboti adalah [7]

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{A}(k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{iK}) \mathbf{Y} \quad (7)$$

dimana

$$\mathbf{A}(k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{iK}) = \mathbf{X}(\mathbf{k}_i) \left(\mathbf{X}(\mathbf{k}_i)^T \mathbf{W} \mathbf{X}(\mathbf{k}_i) \right)^{-1} \mathbf{X}(\mathbf{k}_i)^T \mathbf{W}$$

dan pembobot $\mathbf{W}$ merupakan matriks diagonal jumlah seluruh pengamatan diberikan oleh [4]:

$$\mathbf{W} = \text{diag}(\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \dots, \mathbf{W}_n), \quad (8)$$

dimana:

$$\mathbf{W}_i = N^{-1} \mathbf{I}_{n_i}, \quad N = \sum_{i=1}^n n_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

2.5 Pemilihan Titik Knot Optimal

Estimator kurva regresi spline yang optimal sangat tergantung pada lokasi titik knot $k_1, k_2, \dots, k_K$. Oleh karena itu, perlu dilakukan pemilihan titik knot optimal untuk menentukan model spline terbaik. Titik knot merupakan titik perpaduan bersama yang memperlihatkan terjadinya perubahan perilaku dari fungsi spline pada interval-interval yang berbeda. Metode yang digunakan dalam pemilihan titik-titik knot optimal adalah *generalized cross validation* (GCV), yang didefinisikan sebagai berikut [8]:

$$\text{GCV}(\mathbf{k}_i) = \frac{N^{-1} \mathbf{Y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{A}(k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{iK}))^T \mathbf{W} (\mathbf{I} - \mathbf{A}(k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{iK})) \mathbf{Y}}{(N^{-1} \text{trace}(\mathbf{I} - \mathbf{A}(k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{iK})))^2} \quad (9)$$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Eksplorasi Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang berasal dari penelitian yang dilakukan Oktiriani [9], yaitu data penderita leukemia yang dirawat di Rumah Sakit Umum Haji Surabaya pada tahun 2009 tentang perkembangan jumlah sel leukosit pada penderita leukemia yang dipengaruhi waktu pemeriksaan dan jumlah sel trombosit penderita leukemia. Berdasarkan data rekam medis RSU Haji Surabaya pada tahun 2009 terdapat empat pasien penderita leukemia yang saling independen dan diasumsikan hanya menderita penyakit leukemia. Pada masing-masing pasien dilakukan pemeriksaan sel leukosit dan sel trombosit pada periode tertentu yang akan dianalisis dengan menggunakan model spline *truncated*. Penelitian difokuskan untuk menyelidiki pola hubungan jumlah leukosit penderita leukemia (y) terhadap jumlah trombosit (x) dan waktu pemeriksaan (t), dimana jumlah trombosit secara medis diasumsikan sebagai variabel penjelas komponen parametrik pada model linear parsial. Untuk mendapatkan estimasi model yang sesuai dengan pola data, digunakan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Membuat plot data (t_{ij}, x_{ij}, y_{ij}) , $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, n_i$,
2. Memodelkan data dengan pendekatan spline,
3. Memilih titik knot optimal dengan metode GCV,
4. Mencari nilai GCV terkecil,
5. Estimasi model pola hubungan jumlah leukosit penderita leukemia,
6. Menghitung nilai koefisien determinasi dan *mean square error*.

3.2 Estimasi Model Jumlah Leukosit Penderita Leukimia dengan Pendekatan Regresi Spline *Truncated*

Pada proses analisis ini akan dilakukan tiga estimasi model linear parsial secara simultan untuk mendapatkan model linear parsial yang optimal, dimana pada masing-masing model diasumsikan komponen parametriknya diasumsikan linear, kuadratik, dan kubik. Selain itu, kriteria model terbaik dengan pendekatan spline *truncated* diukur berdasarkan nilai GCV terkecil pada titik knot optimum [8]. Namun demikian, kriteria lain dari kebaikan model tetap diperhatikan yaitu melalui nilai MSE dan koefisien determinasi R^2 . Dalam proses estimasi model, perhitungan nilai GCV dibatasi sampai 2 knot dengan derajat polinomial $m = 1$, $m = 2$, dan $m = 3$ yang masing-masing disebut spline linear, spline kuadratik, dan spline kubik. Jadi, nilai GCV terkecil diperoleh melalui kombinasi antara jumlah knot dan derajat polinomial yang digunakan.

Pemeriksaan yang dilakukan secara berulang pada setiap pasien, menyebabkan adanya korelasi antar pengamatan dalam subyek yang sama. Indikasi adanya korelasi dapat terlihat pada variabel respon yang berpengaruh terhadap waktu. Sehingga estimasi model spline yang optimal diperoleh melalui suatu pembobotan. Pada kasus ini, analisis dilakukan dengan menggunakan pembobot matriks diagonal jumlah seluruh pengamatan, yaitu

$$\mathbf{W}_i = N^{-1}\mathbf{I}_{n_i}, N = \sum_{i=1}^4 n_i \quad i = 1, \dots, 4. \quad (10)$$

Selanjutnya, nilai GCV dengan kombinasi jumlah knot dan derajat polinomial spline untuk estimasi model linear parsial dengan masing-masing komponen parametriknya diasumsikan linear, kuadratik, dan kubik selengkapnya ditunjukkan pada Tabel 1, Tabel 2, dan Tabel 3 berikut.

Tabel 1. Nilai GCV untuk Model dengan Komponen Parametrik Linear

Jumlah Knot	Derajat Polinomial Spline	GCV
1	1	0,00001978855
1	2	0,00003192946
1	3	0,00014239592
2	1	0,00001521534*
2	2	0,00001639829
2	3	0,00025702298

Berdasarkan Tabel 1, untuk model dengan asumsi komponen parametrik linear diperoleh nilai GCV terkecil yaitu 0,00001521534 dengan dua titik knot dan satu derajat polinomial spline.

Tabel 2. Nilai GCV untuk Model dengan Komponen Parametrik Kuadratik

Jumlah Knot	Derajat Polinomial Spline	GCV
1	1	0,00001977133
1	2	0,00003192941
1	3	0,00014239592
2	1	0,00001519600*
2	2	0,00001639823
2	3	0,00025702298

Pada Tabel 2. terlihat bahwa nilai GCV terkecil untuk model dengan asumsi komponen parametrik kuadratik diperoleh dari kombinasi spline linear dengan dua titik knot yaitu sebesar 0,000015196.

Tabel 3. Nilai GCV untuk Model dengan Komponen Parametrik Kubik

Jumlah Knot	Derajat Polinomial Spline	GCV
1	1	0,00001977059
1	2	0,00003192941
1	3	0,00014239592
2	1	0,00001519512*
2	2	0,00001639822
2	3	0,00025702298

Tabel 3. menunjukkan nilai GCV terkecil untuk model dengan asumsi komponen parametrik kubik diperoleh dari kombinasi spline linear dengan dua titik knot yaitu sebesar 0,00001519512.

Berdasarkan nilai GCV terkecil dari setiap estimasi model linear parsial dengan masing-masing komponen parametriknya diasumsikan linear, kuadratik, dan kubik yang diperoleh dari Tabel 1, Tabel 2, dan Tabel 3, maka nilai GCV optimum diperoleh pada estimasi model linear parsial dengan asumsi komponen parametrik kubik yaitu sebesar 0,00001519512 dengan 2 titik knot

dan 1 derajat polinomial spline. Titik knot untuk masing-masing pasien dapat dilihat pada Tabel 4 berikut:

Tabel 4 Titik Knot dengan Nilai GCV Optimum

Subyek	Titik Knot	
	1	2
Pasien 1	138	154
Pasien 2	106	162
Pasien 3	102	153
Pasien 4	120	174

Sehingga estimasi model linear parsial yang optimal mengenai pola hubungan antara jumlah leukosit penderita leukemia terhadap jumlah trombosit dan waktu pemeriksaan diberikan oleh:

$$\hat{y}_{1j} = 0,24775 + 0,04285x_{1j} + 0,00737x_{1j}^2 + 0,00126x_{1j}^3 + 0,00065t_{1j} + 0,00237(t_{1j} - 138)_+^1 - 0,0394(t_{1j} - 154)_+^1, \quad j = 1, 2, \dots, 7 \quad (11)$$

$$\hat{y}_{2j} = 0,02549 + 0,00026x_{2j} + 2,65 \cdot 10^{-6}x_{2j}^2 + 2,68 \cdot 10^{-8}x_{2j}^3 - 0,00004t_{2j} + 0,00097(t_{2j} - 106)_+^1 - 0,00079(t_{2j} - 162)_+^1, \quad j = 1, 2, \dots, 8 \quad (12)$$

$$\hat{y}_{3j} = 0,01353 + 0,00042x_{3j} + 1,29 \cdot 10^{-5}x_{3j}^2 + 3,69 \cdot 10^{-7}x_{3j}^3 + 0,00008t_{3j} - 0,00009(t_{3j} - 102)_+^1 - 0,00006(t_{3j} - 153)_+^1, \quad j = 1, 2, \dots, 9 \quad (13)$$

$$\hat{y}_{4j} = 0,01503 + 0,00038x_{4j} + 9,75 \cdot 10^{-6}x_{4j}^2 + 2,56 \cdot 10^{-7}x_{4j}^3 + 0,00004t_{4j} + 0,00031(t_{4j} - 120)_+^1 - 0,00137(t_{4j} - 174)_+^1, \quad j = 1, 2, \dots, 5 \quad (14)$$

Model ini mempunyai nilai MSE sebesar 0,0001975 dan koefisien determinasi R^2 sebesar 0,9882.

Berdasarkan persamaan (11), (12), (13), dan (14) terlihat bahwa estimasi jumlah leukosit untuk masing-masing penderita leukemia (y_{ij}) adalah sebagai berikut:

- (i) Berpola kubik dengan jumlah trombosit (x_{ij}), dan
- (ii) Berpola mengikuti spline linear dua knot dengan waktu pemeriksaan (t_{ij}).

4. KESIMPULAN

Pola hubungan antara jumlah leukosit penderita leukemia terhadap jumlah trombosit dan waktu pemeriksaan secara bersama-sama dapat dibentuk dalam model linear parsial, dengan jumlah trombosit sebagai komponen parametrik dan waktu pemeriksaan sebagai komponen nonparametrik. Hasil estimasi model menunjukkan jumlah leukosit penderita leukemia berpola kubik terhadap jumlah trombosit dan berpola mengikuti spline polinomial derajat satu dengan dua titik knot terhadap waktu pemeriksaan. Model ini mempunyai nilai GCV sebesar 0,00001519512 dengan nilai MSE sebesar 0,0001975 dan koefisien determinasi R^2 sebesar 0,9882.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anonim. *Penyakit Kanker Leukimia*, diakses dari <http://kankerleukimia.com/> (Jumat, 19 Juni 2015; 22.52 WIB).
- [2] Tehuteru, E.S. (2010). *Leukimia Pada Anak: Selalu Ada Harapan*, diakses dari Tyazz, absurdialismo.blogspot.com.

- [3] Khomsah, (2008). *Penyakit Leukimia (Kanker Darah)*, diakses dari Khomsah@infopenyakit.com.
- [4] Wu, H. and Zhang, J.T. (2006). *Nonparametric Regression Method for Longitudinal Data Analysis : Mixed Effects Modeling Approaches*, John Wiley and Sons, New York.
- [5] Eubank, R.L. (1988). *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*, Marcel Dekker, New York.
- [6] Sriliana, I. and Budiantara, N.I. (2012). Truncated Spline Regression in Linear Partial Model for Longitudinal Data, *Prosiding 2nd Basic Science International Conference 2012*; **2**; 23-26.
- [7] Sriliana, I. (2012). Regresi Semiparametrik untuk Data Longitudinal dengan Pendekatan Spline Truncated. *Prosiding Seminar Nasional Matematika 2012*; **1**; 389-393.
- [8] Wahba, G. (1990). *Spline Models For Observation Data*, SIAM Pennsylvania.
- [9] Oktiriani, M. 2010. Estimator Penalized Spline Dalam Model Regresi Semiparametrik Pada Data Longitudinal, *Tugas Akhir Jurusan Statistika*, UNAIR, Surabaya.

ISSN 1907-3909



Alamat Redaksi:
Jurusan Matematika, FTIS - UNPAR
Gedung 9, Lantai 1
Jl. Ciumbuleuit No. 94, Bandung - 40141