

**SKRIPSI**



**PENYELESAIAN MODEL PENELUSURAN BANJIR GELOMBANG  
DIFUSI DENGAN METODE *LAX-FRIEDRICHS***

**MUHAMMAD IKHSAN**

**NPM F1A017057**

**PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS BENGKULU**

**2022**

# SKRIPSI



## **PENYELESAIAN MODEL PENELUSURAN BANJIR GELOMBANG DIFUSI DENGAN METODE *LAX-FRIEDRICHS***

**Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Memperoleh Gelar Sarjana  
pada Program Studi S1**

**MUHAMMAD IKHSAN**

**NPM F1A017057**

**PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS BENGKULU**

**2022**

**HALAMAN PENGESAHAN**

**SKRIPSI**

**PENYELESAIAN MODEL PENELUSURAN BANJIR GELOMBANG  
DIFUSI DENGAN METODE *LAX-FRIEDRICHS***

**MUHAMMAD IKHSAN**

**NPM F1A017057**

**Telah disetujui, diuji, dan disahkan untuk memenuhi salah satu syarat  
memeroleh gelar Sarjana Program Studi SI Matematika Fakultas  
Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Bengkulu**

**Bengkulu, 4 November 2022**

**Pembimbing Utama**

**Pembimbing Pendamping**

**Dr. Yulian Fauzi, S.Si., M.Si**  
**NIP 197207271998021001**

**Rahmat Nursalim, S.Pd., M.Si**  
**NIP 198505162019031007**

**Penguji**

**Dr. Lizalidiawati S.Si., M.Si**  
**NIP 197710072002122002**

**Zulfia Memi Mayasari, S.Si, M.Si**  
**NIP 197312021998022001**

**Mengesahkan**

**Dekan FMIPA**

**Ketua Program Studi**

**Dr. Jarulis, S.Si., M.Si**  
**NIP 197511252005011013**

**Siska Yosmar, S.Si., M.Sc**  
**NIP 198202182014042001**

## MOTTO DAN PERSEMBAHAN

### Motto:

- Tidak ada kata terlambat akan selalu ada jalan menuju sebuah kesuksesan bagi siapapun yang mau berusaha dan bekerja keras.
- Perlahan tapi pasti dan terus melangkah kedepan untuk masa depan yang lebih baik.
- Takut akan kegagalan itu adalah penghalang untuk mencapai keberhasilan.

### Persembahan:

Puji dan syukur kupersembahkan kepada Allah SWT atas segala berkat dan karunia yang telah dicurahkan sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini. Penulis mempersembahkan karya kecil ini kepada:

- Kedua orang tua, ayahanda (Winarto) dan ibunda (Nurhasanah). Terimakasih atas cinta dan kasih sayang yang selalu diberikan. Terimakasih atas nasehat, semangat, doa, pengorbanan, serta tetes keringat yang dikeluarkan demi memenuhi kebutuhan hidupku.
- Adik perempuanku satu-satunya (Desy Fadilla). Terimakasih sudah menjadi adik yang baik dan selalu memberikan semangat dan dukungan selama ini.
- Dosen pembimbing akademik Zulfia Memi Mayasari, S.Si, M.Si, Pembimbing utama Dr. Yulian Fauzi, S.Si, M.Si dan Dosen pembimbing pendamping Rahmat Nursalim, S.Pd., M.Si. Terima kasih yang tak terhingga untuk semua bimbingan, ilmu dan kebaikan dari bapak ibu.
- Ibu Dr. Lizalidiawati S.Si, M.Si. dan Ibu Zulfia Memi Mayasari, S.Si, M.Si selaku dosen penguji. Terimakasih atas semua masukan dan saran yang diberikan untuk kebaikan penulisan skripsi ini.
- Terimakasih kepada seluruh dosen matematika yang sudah mengajari kami selama masa perkuliahan.
- Terimakasih kepada teman-teman seperjuangan terkhususnya untuk Agus Susanto, Idarwanto, Edi Alamsyah, Yoga Rifaldo, Indah Islam Miranti, Beti septiani, Tria Nuril Aliah, Winda Nur Annisa, Esa Nur Fadillah Sidik, Aisyah Rahma Putri Welly, Hera Anggi Indrawati, Ayu Natalia, Amel

Santri Leova dan semua pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan Skripsi ini yang tidak bisa disebutkan satu persatu

➤ Terimakasih kepada keluarga besar Matematika 2017.



## PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Muhammad Ikhsan  
NIM : F1A017057  
Fakultas : MIPA  
Program Studi : S1 Matematika

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa Skripsi ini disusun sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains dari Program Studi S1 Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Bengkulu seluruhnya merupakan hasil karya saya sendiri.

Bagian tertentu dalam penulisan Skripsi dikutip dari hasil karya orang lain yang telah dicantumkan sumbernya secara jelas sesuai norma, etika, dan kaidah penulisan ilmiah.

Apabila dikemudian hari ditemukan seluruh atau sebagian Skripsi ini adanya plagiat dalam bagian-bagian tertentu, saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan perundangan yang berlaku.

Bengkulu, 4 November 2022



Muhammad Ikhsan

## ABSTRAK

### PENYELESAIAN MODEL PENELUSURAN BANJIR GELOMBANG DIFUSI DENGAN METODE *LAX-FRIEDRICHS*

MUHAMMAD IKHSAN  
NPM F1A017057

Banjir merupakan suatu kondisi ketika debit air yang masuk ke saluran sungai melebihi batas daya tampung sehingga mengakibatkan luapan air yang berlebihan dan merendam daratan. Penelitian ini dilakukan untuk mengetahui apakah model penelusuran banjir gelombang difusi dapat diselesaikan dengan menggunakan metode *Lax-Friedrichs*. Gelombang banjir dimodelkan dengan menggunakan persamaan difusi yang terdiri dari persamaan konservasi massa dan persamaan momentum. Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini bersifat kuantitatif. Langkah yang dilakukan yaitu mendiskritisasikan persamaan penelusuran banjir gelombang difusi menggunakan skema *Lax-Friedrichs*. Simulasi dilakukan dengan menginputkan suatu contoh kasus dan memasukkan data ke dalam program matlab yang telah dibuat. Penyelesaian menggunakan metode beda hingga mempunyai trend yang sama yaitu bentuk dari grafik pengaruh kecepatan aliran berbeda terhadap debit aliran yang dihasilkan lebih cekung dengan kecepatan aliran yang bertambah dan debit aliran berbanding lurus dengan kecepatan aliran rata-ratanya. Penyelesaian model penelusuran banjir gelombang difusi menggunakan metode *Lax-Friedrichs* dengan simulasi kecepatan aliran rata-rata kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar  $2\text{ m/s}$ ,  $4\text{ m/s}$ , dan  $6\text{ m/s}$  memiliki hasil debit aliran berbanding lurus dengan kecepatan aliran rata-rata. Metode *Lax-Friedrichs* dapat menyelesaikan model penelusuran banjir gelombang difusi bentuk konservatif akan tetapi dari validasi yang telah dilakukan grafik yang dihasilkan dengan menggunakan metode *Lax-Friedrichs* memiliki kecekungan yang rendah dan selisih antara pengaruh debit aliran terhadap waktunya sangat sedikit sedangkan hasil yang telah dilakukan oleh peneliti sebelumnya dengan metode yang berbeda memiliki tingkat kecekungan yang tinggi dan memiliki selisih pengaruh debit aliran terhadap waktunya cukup besar, hal ini dikarenakan metode *Lax-Friedrichs* termasuk metode eksplisit dimana metode ini memiliki kelemahan terhadap langkah waktu yang panjang.

**Kata kunci :** banjir, debit aliran, konservasi massa, konservasi momentum,  
*Lax-Friedrichs*.

## **ABSTRACT**

### **SOLUTION OF THE FLOOD WAVE DIFFUSION TRACKING MODEL WITH THE LAX-FRIEDRICHS METHOD**

**MUHAMMAD IKHSAN  
NPM F1A017057**

*Flooding is a condition when the discharge of water entering the river channel exceeds the capacity limit, resulting in excessive water overflow and submerging the land. This research was conducted to find out whether the diffusion wave flood tracing model can be solved using the Lax-Friedrichs method. The flood wave is modeled using the diffusion equation which consists of the mass conservation equation and the momentum equation. The approach used in this research is quantitative. The step taken is to discretize the diffusion wave flood tracing equation using the Lax-Friedrichs scheme. The simulation is done by inputting an example case and entering the data into the matlab program that has been created. The solution using the finite difference method has the same trend, namely the shape of the graph of the influence of different flow rates on the resulting flow rate is more concave with increasing flow velocity and flow rate is directly proportional to the average flow velocity. Completion of the diffusion wave flood tracking model using the Lax-Friedrichs method by simulating the average flow velocity of the average flow velocity ( $v$ ) of 2 m/s, 4 m/s, dan 6 m/s has the result that the flow rate is directly proportional to average flow velocity. The Lax-Friedrichs method can complete a conservative form of diffusion wave flood tracing model, but from the validation that has been carried out the graph produced using the Lax-Friedrichs method has a low concavity and the difference between the effect of flow discharge on time is very small while the results that have been carried out by previous researchers with a different method had a high level of concavity and had a large difference in the effect of flow discharge on time, this is because the Lax-Friedrichs method is an explicit method where this method has a weakness for long time steps.*

**Keywords : flood, flow discharge, mass conservation, momentum conservation,  
Lax-Friedrichs.**



## KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah atas segala limpahan rahmat, taufiq, hidayah dan segala karunia-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi yang berjudul “Penyelesaian Model Penelusuran Banjir Gelombang Difusi dengan Metode *Lax-Friedrichs*”, guna memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Program Studi S1 Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Bengkulu.

Selama proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan, bantuan dan dorongan dari berbagai pihak baik secara langsung maupun tidak langsung. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terimakasih banyak kepada:

1. Bapak **Dr. Jarulis, S.Si, M.Si** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
2. Ibu **Dr. Mulia Astuti, S.Si, M.Si** selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Bengkulu.
3. Ibu **Siska Yosmar, S.Si, M.Sc** selaku Ketua Program Studi Matematika Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Bengkulu.
4. Ibu **Zulfia Memi Mayasari, S.Si., M.Si.** selaku Pembimbing Akademik yang telah memberikan arahan dan saran, semangat, serta motivasi selama penulis menempuh pendidikan di Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu.
5. Bapak **Dr. Yulian Fauzi, S.Si., M.Si.** selaku Pembimbing Utama dan Bapak **Rahmat Nursalim, S.Pd., M.Si** selaku pembimbing pendamping yang telah banyak meluangkan waktu dalam membantu, membimbing, mengarahkan, dan memberi petunjuk penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
6. Ibu **Dr. Lizalidiawati S.Si., M.Si.** dan Ibu **Zulfia Memi Mayasari, S.Si., M.Si** selaku dosen penguji yang telah banyak memberikan arahan, petunjuk dan bimbingan.

7. Bapak dan Ibu Dosen Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Bengkulu yang telah memberi ilmu pengetahuan kepada penulis selama menempuh pendidikan di Jurusan Matematika.
8. Seluruh Staf Administrasi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Bengkulu.
9. Kedua orang tuaku tersayang Bapak **Winarto** dan Ibu **Nurhasanah** yang telah memberikan doa, semangat dan dukungan secara materi untuk menyelesaikan skripsi ini.
10. Teman-teman satu angkatan yang telah kebersamai dalam perjuangan meraih gelar S1 di Jurusan Matematika.
11. Segenap keluarga besar Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Bengkulu.
12. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu, yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa sepenuhnya penyusunan skripsi ini jauh dari kata sempurna karena masih banyaknya keterbatasan pengetahuan dan pengalaman yang dimiliki penulis, oleh karena itu penulis mengharapkan perbaikan-perbaikan di masa yang akan datang agar skripsi ini dapat lebih baik lagi, dan semoga skripsi ini dapat menambah wawasan dan bermanfaat terkhusus bagi penulis sendiri dan bagi pembaca pada umumnya.

Bengkulu, 4 November 2022

Muhammad Ikhsan

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	<b>iii</b>
<b>MOTTO DAN PERSEMBAHAN</b> .....	<b>iv</b>
<b>PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN</b> .....	<b>vi</b>
<b>ABSTRAK</b> .....	<b>vii</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>viii</b>
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	<b>ix</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>xi</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	<b>xiv</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	<b>xv</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Batasan Masalah .....	3
1.4 Tujuan Penelitian .....	3
1.5 Manfaat Penelitian .....	3
1.6 Sistematika Penelitian.....	3
<b>BAB II LANDASAN TEORI</b>	
2.1 Persamaan Diferensial Parsial.....	5
2.2 Metode Beda Hingga .....	5
2.3 Penelusuran Banjir .....	9
2.4 Pendekatan Model Penelusuran Banjir .....	10
2.4.1 Pendekatan Model Penelusuran Banjir Gelombang Difusi .....	10
2.4.2 Pendekatan Model Penelusuran Banjir Gelombang Kinematik.....	12
2.4.3 Pendekatan Model Penelusuran Banjir Gelombang Dinamik .....	12
2.5 Metode Penyelesaian Model Penelusuran Banjir .....	13
2.5.1 Teknik Diskretisasi <i>Quadratic Upwind Interpolation</i> <i>Convective Kinematics</i> (QUICK).....	13
2.5.2 Metode Dufort-Frankel .....	14
2.5.3 Metode <i>Forward Time Center Space</i> (FTCS) .....	16
2.5.4 Metode <i>Lax-Friedrichs</i> .....	17
2.6 Peneliti Sebelumnya.....	18
2.6.1 M.Siing (2011).....	18
2.6.2 Rima Lutviana.....	20
<b>BAB III METODE PENELITIAN</b>	
3.1 Jenis penelitian.....	24
3.2 Waktu dan Tempat.....	24
3.3 Tahapan Penelitian.....	24
3.4 Diagram Alir Penelitian .....	26
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	
4.1 Diskritisasi model dengan metode <i>Lax-Friedrichs</i> .....	27
4.1.1 Kestabilan dan Konvergen.....	29

4.2	Pembuatan Program .....	30
4.2.1	<i>Input</i> .....	30
4.2.2	Penulisan <i>Input</i> .....	31
4.2.3	Penulisan Diskritisasi.....	31
4.2.4	Penulisan Perhitungan Matriks .....	31
4.2.5	Penulisan Pembagian Waktu.....	32
4.3	<i>Output</i> .....	32
4.4	Hasil dan Validasi .....	37
4.2.5	Hasil .....	37
4.2.6	Validasi .....	41
4.5	Pembahasan.....	44

**BAB V KESIMPULAN DAN SARAN**

5.1	Kesimpulann.....	46
5.2	Saran .....	46

**DAFTAR PUSTAKA**

**LAMPIRAN**

## DAFTAR TABEL

Tabel 4.1	Tabel Debit Aliran dengan Kecepatan 2 <i>m/s</i> Pias Sebanyak 20 .....	37
Tabel 4.2	Tabel Debit Aliran dengan Kecepatan 4 <i>m/s</i> Pias Sebanyak 20 .....	38
Tabel 4.3	Tabel Debit Aliran dengan Kecepatan 6 <i>m/s</i> Pias Sebanyak 20 .....	38
Tabel 4.4	Tabel Debit Aliran dengan Kecepatan 2 <i>m/s</i> Pias Sebanyak 300 ....	39
Tabel 4.5	Tabel Debit Aliran dengan Kecepatan 4 <i>m/s</i> Pias Sebanyak 300 ....	40
Tabel 4.6	Tabel Debit Aliran dengan Kecepatan 6 <i>m/s</i> Pias Sebanyak 300 ....	41
Tabel 4.7	Tabel Debit Aliran dengan Kecepatan 2 <i>m/s</i> , 4 <i>m/s</i> dan 6 <i>m/s</i> Pias 20 .....	43

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Skema Beda Hingga Maju .....	6
Gambar 2.2 Skema Beda Hingga Mundur .....	7
Gambar 2.3 Skema Beda Hingga Pusat .....	9
Gambar 2.4 Kontrol <i>face</i> volume kendali satu dimensi .....	13
Gambar 2.5 Kontrol <i>node</i> volume kendali satu dimensi .....	14
Gambar 2.6 Skema Dufort-Frankel .....	15
Gambar 2.7 Skema FTCS .....	16
Gambar 2.8 Aplikasi bentuk dari $Q_i^{i+1}$ .....	17
Gambar 2.9 Skema <i>Lax-Friedrichs</i> .....	18
Gambar 2.10 Perbandingan ketinggian muka air dengan kecepatan yang berbeda .....	19
Gambar 2.11 Perbandingan ketinggian muka air dengan kemiringan dasar saluran yang berbeda .....	19
Gambar 2.12 Grafik debit aliran sungai dengan kecepatan aliran 2m/s dan pias sebanyak 20 .....	20
Gambar 2.13 Grafik debit aliran sungai dengan kecepatan aliran 4m/s dan pias sebanyak 20 .....	21
Gambar 2.14 Grafik debit aliran sungai dengan kecepatan 6m/s dan pias sebanyak 20 .....	21
Gambar 2.15 Grafik debit aliran sungai dengan kecepatan 2m/s dan pias sebanyak 300 .....	22
Gambar 2.16 Grafik debit aliran sungai dengan kecepatan 4m/s dan pias sebanyak 300 .....	22
Gambar 2.17 Grafik debit aliran sungai dengan kecepatan 6m/s dan pias sebanyak 300 .....	23
Gambar 2.18 Grafik debit aliran (a) Metode Dufort-Frankel Rima (2015) (b) Metode Volume Hingga Siing (2011) .....	23
Gambar 3.1. Diagram Alir Penelitian .....	26
Gambar 4.1 Debit Aliran dengan Kecepatan Aliran Sebesar 2 m/s dan pias 20 .....	33
Gambar 4.2 Debit Aliran dengan Kecepatan Aliran Sebesar 4 m/s dan pias 20 .....	33
Gambar 4.3 Debit Aliran dengan Kecepatan Aliran Sebesar 6 m/s dan pias 20 .....	34
Gambar 4.4 Debit Aliran dengan Kecepatan Aliran sebesar 2 m/s dan pias 300 .....	35
Gambar 4.5 Debit Aliran dengan Kecepatan Aliran sebesar 4 m/s dan pias 300 .....	35
Gambar 4.6 Debit Aliran dengan Kecepatan Aliran sebesar 6 m/s dan pias 300 .....	36
Gambar 4.7 Grafik debit aliran (a) Metode Dufort-Frankel Rima (2015) (b) Metode Volume Hingga Siing (2011) .....	42
Gambar 4.8 Grafik debit aliran (c) Metode <i>Lax-Friedrichs</i> dengan ( $v$ ) sebesar 2 m/s (d) Metode <i>Lax-Friedrichs</i> dengan ( $v$ ) sebesar 4 m/s ...	42
Gambar 4.9 Grafik debit aliran (e) Metode <i>Lax-Friedrichs</i> dengan ( $v$ ) sebesar 6 m/s .....	43

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Scrip Program Penelusuran Banjir Gelombang Difusi.....	50
Lampiran 2. Lembar Hasil Uji <i>Similarity</i> atau <i>Plagiarisme</i> .....	53
Lampiran 3. Daftar Riwayat Hidup.....	54

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Model penelusuran banjir berguna untuk memprediksi kapan terjadinya banjir. Menurut Tikno (2002) banjir dapat diprediksi dengan menerapkan metode penelusuran banjir agar dapat memberikan peringatan dini, sehingga dapat mengurangi dampak yang merugikan dari bencana banjir, diantaranya korban jiwa, kerugian materi, dapat memicu penyakit menular, akses air bersih, serta melumpuhkan aktivitas masyarakat.

Model penelusuran banjir umumnya dibangun dengan 3 pendekatan. Menurut kodoatie (2002) model penelusuran banjir dapat dibangun dengan pendekatan model gelombang difusi, model gelombang dinamik dan model gelombang kinematik. Model gelombang difusi mempertimbangkan pengaruh *backwater* tetapi tidak menunjukkan distribusi secara langsung terhadap waktu sepanjang penelusuran keakurasiannya rendah untuk debit aliran air meningkat cepat (Achmad, 2011). Model gelombang dinamik dalam analisisnya semua parameter dan variabel dari persamaan Saint Venant berlaku tingkat keakurasiannya juga rendah untuk debit aliran air meningkat cepat (Kodoatie, 2002). Model gelombang kinematik didasarkan pada bentuk sederhana dimana model ini hanya direkomendasikan untuk debit aliran air meningkat sangat lambat (Achmad, 2011).

Pendekatan gelombang difusi pada model penelusuran banjir ini cukup populer hingga sekarang. Banyak peneliti sebelumnya yang telah membangun dan menganalisis model penelusuran banjir gelombang difusi diantaranya Gosiorowski dan Szymkiewichz (2007) dibahas dalam penelitiannya analisis bentuk konservatif persamaan massa dan momentum model penelusuran banjir (*flood routing*). Novak (2010) membangun model matematika penelusuran banjir gelombang difusi bentuk konservatif. Siing (2011) membangun model matematika penelusuran banjir gelombang difusi bentuk nonkonservatif serta menganalisisnya dengan menggunakan metode volume hingga. Chagas (2010) menganalisis model matematika gelombang banjir dengan menggunakan metode beda hingga,



algoritma penyelesaian sistem persamaan aljabar non-liniernya dengan iterasi Newton-Raphson.

Model penelusuran banjir gelombang difusi dapat diselesaikan dengan beberapa metode. Siing (2011) menyelesaikan model matematika penelusuran banjir gelombang difusi dengan metode QUICK. Rima (2015) menyelesaikan penelusuran banjir gelombang difusi dengan metode Dufort-Frankel. Metode-metode lain mungkin saja telah digunakan dalam penyelesaian model penelusuran banjir gelombang difusi. Metode *Lax-Friedrichs* memiliki skema yang diduga dapat menyelesaikan model penelusuran banjir gelombang difusi. Menurut LeVeque (2004) skema *Lax-Friedrichs* dapat menyelesaikan fungsi aliran dengan menerapkan metode beda hingga yang memiliki keakuratan tingkat satu.

Metode *Lax-Friedrichs* dapat digunakan untuk menyelesaikan model matematika yang berbentuk persamaan diferensial parsial. Anriko dan Ritonga (2014) telah menyelesaikan model bendungan runtuh dengan menggunakan metode *Lax-Friedrichs*. Sari (2016) telah menyelesaikan persamaan gelombang air dangkal dengan metode *Lax-Friedrichs*. Model penelusuran banjir gelombang difusi berbentuk persamaan diferensial parsial sehingga metode *Lax-Friedrichs* dapat digunakan untuk penyelesaian numeris dari model penelusuran banjir gelombang difusi. Menurut LeVeque (2004) metode *Lax-Friedrichs* dapat digunakan untuk penyelesaian numeris dari persamaan diferensial parsial. Agus (2021) telah menyelesaikan persamaan diferensial gelombang tsunami dengan menggunakan metode *Lax-Friedrichs*.

Berdasarkan uraian latar belakang penulis tertarik untuk menyelesaikan model penelusuran banjir gelombang difusi dengan menggunakan metode *Lax-Friedrichs* yang dituangkan dalam bentuk skripsi dengan judul “PENYELESAIAN MODEL PENELUSURAN BANJIR GELOMBANG DIFUSI DENGAN METODE *LAX-FRIEDRICHS*”.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah apakah metode *Lax-Friedrichs* dapat digunakan untuk menyelesaikan model penelusuran banjir gelombang difusi?

## 1.3 Batasan Masalah

Model penelusuran banjir gelombang difusi yang dianalisis dalam penelitian ini dibatasi oleh model penelusuran banjir gelombang difusi bentuk konservatif untuk mendapatkan debit aliran banjir sebagai variabel terikat.

## 1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah disebutkan, maka tujuan dari penelitian ini adalah menyelesaikan model penelusuran banjir gelombang difusi menggunakan metode *Lax-Friedrichs* untuk mendapatkan solusi numeriknya.

## 1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dalam penelitian ini adalah :

1. Mendapatkan solusi numerik dari model penelusuran banjir gelombang difusi menggunakan metode *Lax-Friedrichs*.
2. Menambah pemahaman dalam penelusuran banjir gelombang difusi dengan menggunakan metode *Lax-Friedrichs* bagi peneliti maupun pembaca.

## 1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan berisi tentang gambaran secara garis besar hal-hal yang akan dibahas pada setiap bab. Sistematika penulisan pada skripsi ini yaitu :

### BAB I : PENDAHULUAN

Bab ini menjelaskan secara umum mengenai latar belakang, rumusan masalah, tujuan, manfaat dan sistematika penelitian.

### BAB II : LANDASAN TEORI

Bab ini membahas beberapa teori yang terkait dengan topik penelitian, di antaranya mengenai penelusuran banjir gelombang difusi dan metode *Lax-Friedrichs*.

### BAB III : METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan tentang jenis penelitian, waktu dan tempat penelitian, diagram alir penelitian dan tahapan penelitian.

### BAB IV : HASIL DAN PEMBAHASAN

Bab ini membahas tentang hasil dan pembahasan yang diperoleh dari penelitian yang dilakukan

## **BAB V : KESIMPULAN DAN SARAN**

Bab ini membahas tentang kesimpulan dari penelitian yang dilakukan dan saran bagi penelitian selanjutnya.

## BAB II

### LANDASAN TEORI

#### 2.1 Persamaan Diferensial Parsial

Menurut Dafik (2009), persamaan diferensial merupakan persamaan yang memiliki turunan fungsi dari satu atau lebih variabel terikat terhadap satu atau lebih variabel bebas. Persamaan diferensial dibagi menjadi dua yaitu persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial. Persamaan diferensial biasa (PDB) turunan fungsinya hanya tergantung pada satu variabel bebas sedangkan persamaan diferensial parsial (PDP) mengandung satu atau lebih turunan parsial suatu fungsi dengan dua atau lebih peubah bebas. Peubah-peubah bebas tersebut dapat berupa waktu serta satu atau lebih koordinat tertinggi yang terdapat dalam persamaan tersebut. Turunan parsial dapat dituliskan dalam notasi sebagai berikut

$$u_x = \frac{\partial u}{\partial x}, u_{xx} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, u_{xy} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \quad (2.1)$$

Bentuk sederhana dari persamaan diferensial parsial dapat dituliskan dalam persamaan sebagai berikut

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = cu \quad (2.2)$$

Dimana

$c$  adalah suatu konstanta

pada persamaan di atas  $u = u(x, y)$  merupakan suatu fungsi dengan dua peubah  $x$  dan  $y$ , dan  $c$  adalah suatu konstanta (Hidayat, 2006).

#### 2.2 Metode Beda Hingga

Metode beda hingga adalah salah satu metode yang paling terkenal untuk pemecahan masalah persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial yang terutama didasarkan sepenuhnya pada ekspansi deret *Taylor* (Strauss, 2007). Metode beda hingga adalah metode yang menggunakan deret *Taylor* yang dapat digunakan untuk memprediksi nilai pada suatu titik sebagai turunan dari titik yang lain (Sasongko, 2010). Metode beda hingga adalah salah satu teknik yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial secara numerik dengan memanfaatkan deret *Taylor* dan mengaproksimasi turunan-turunan yang ada pada persamaan diferensial parsial menjadi bentuk persamaan linier.

Pendekatan turunan-turunan pada persamaan diferensial parsial dengan menggunakan metode ini dapat dilakukan dari kanan, kiri atau titik tengah sehingga didapatkan nilai suatu fungsi pada titik tertentu. Pendekatan ini lebih sering disebut beda maju, beda mundur dan beda pusat (Rohman, 2013).

### 1). Beda Hingga Maju

Dengan menggunakan diferensial turunan pertama pada deret *Taylor* dapat diperoleh

$$Q(x_{i+1}) = Q(x_i) + Q'(x_i) \frac{\Delta x}{1!} + O(x^2). \quad (2.3)$$

Dimana  $Q$  merupakan suatu nilai konsentrasi pada ruang ke  $i$  dan waktu ke  $n$

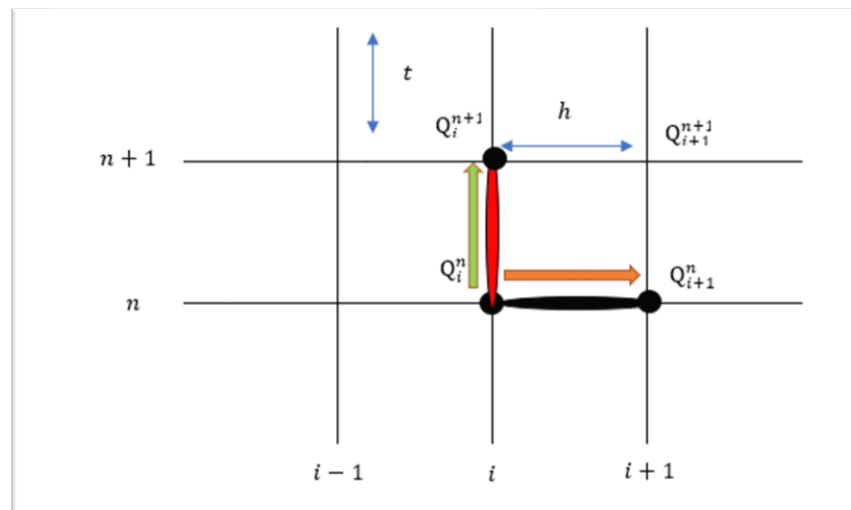
Persamaan (2.3) juga dapat ditulis menjadi

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = Q'(x_i) = \frac{Q(x_{i+1}) - Q(x_i)}{\Delta x} - O(\Delta x). \quad (2.4)$$

Jika  $h = \Delta x$  dan interval  $\Delta x$  bernilai kecil maka persamaan (2.4) menjadi

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = Q'(x_i) = \frac{Q(x_{i+1}) - Q(x_i)}{h} \quad (2.5)$$

Pada skema maju, titik hitung  $i$  dihubungkan dengan titik hitung  $(i + 1)$ . Dengan *grid*  $i$  untuk variabel  $x$  dan *grid*  $n$  untuk variabel  $t$  (Candra, 2011), dapat dilihat lebih jelas pada Gambar 2.1.



**Gambar 2.1 Skema Beda Hingga Maju**

Gambar 2.1 skema maju ruang untuk turunan pertama dengan kesalahan pemotongan  $\Delta x$  dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_{i+1}^n - Q_i^n}{h} \quad (2.6)$$

skema maju waktu untuk turunan pertama adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_i^{n+1} - Q_i^n}{t} \quad (2.7)$$

## 2). Beda Hingga Mundur

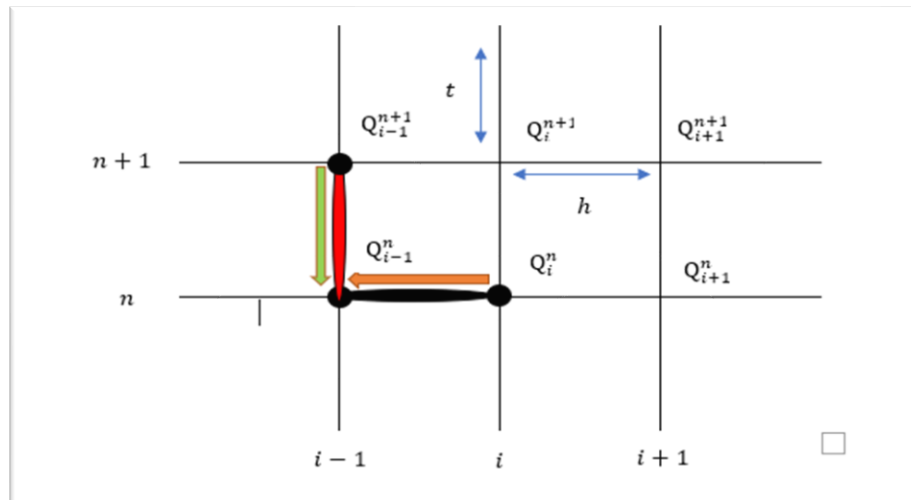
Pendekatan beda hingga mundur dilakukan ekspansi deret *Taylor* pada titik  $x_i$  dan  $x_{i+1}$ , sehingga deret *Taylor* dari fungsi  $u$  menjadi,

$$Q(x_{i-1}) = Q(x_i) + Q'(x_i) \frac{\Delta x}{1!} + O(x^2) \quad (2.8)$$

Jika  $h = \Delta x$  dan interval  $\Delta x$  bernilai kecil maka persamaan (2.8) dapat ditulis menjadi

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = Q'(x_i) = \frac{Q(x_i) - Q(x_{i-1})}{h} \quad (2.9)$$

Karena pendekatan ini dilakukan dititik  $x_i$  dan  $x_{i-1}$ , maka informasi titik hitung  $i$  dihubungkan dengan titik hitung  $(i - 1)$  atau mengarah ke kiri. Seperti skema maju, *grid*  $i$  untuk variabel  $x$  dan *grid*  $n$  untuk variabel  $t$  yang dapat dilihat lebih jelas pada Gambar 2.2



**Gambar 2.2 Skema Beda Hingga Mundur**

Gambar 2.2 skema beda hingga mundur untuk turunan pertama dengan kesalahan pemotongan  $\Delta x$  dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_i^n - Q_{i-1}^n}{h} \quad (2.10)$$

Skema beda hingga mundur untuk turunan pertama dengan kesalahan pemotongan  $\Delta t$  dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_{i-1}^{n+1} - Q_{i-1}^n}{t} \quad (2.11)$$

### 3). Beda Hingga Pusat

Pendekatan beda hingga pusat untuk turunan pertama dilakukan pada titik  $x_{i-1}$  dan titik  $x_{i+1}$ , maka pendekatan ini dilakukan dengan cara mengurangi persamaan (2.3) dengan persamaan (2.8),

$$Q(x_{i+1}) - Q(x_{i-1}) = 2Q'(x_i) \frac{\Delta x}{1!} + O(\Delta x^3) \quad (2.12)$$

Dapat ditulis menjadi

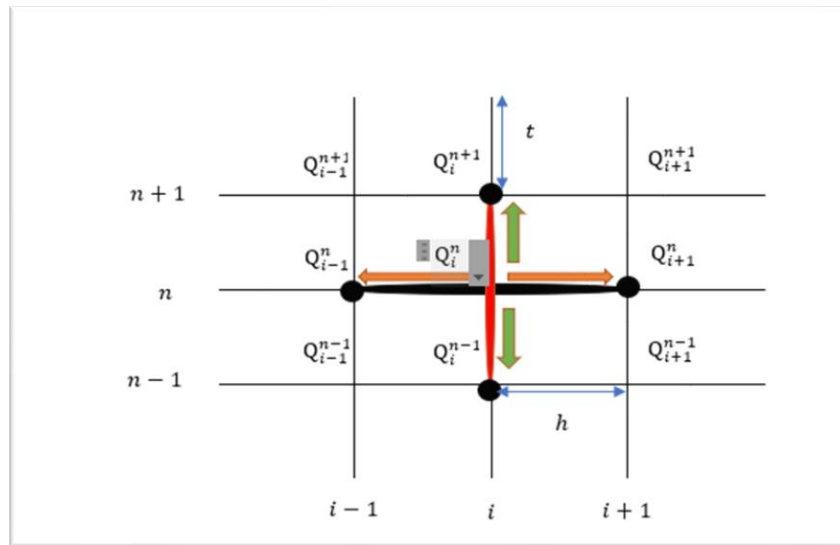
$$\frac{\partial Q}{\partial x} = Q'(x_i) = \frac{Q(x_{i+1}) - Q(x_{i-1})}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (2.13)$$

Jika  $h = \Delta x$  dan kesalahan pemotongan bernilai kecil maka persamaan (2.13) menjadi

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = Q'(x_i) = \frac{Q(x_{i+1}) - Q(x_{i-1})}{2h} \quad (2.14)$$

Dari persamaan (2.13), diketahui bahwa kesalahan pemotongan berorde  $\Delta x^2$ , sedangkan pada beda hingga mundur dan beda hingga maju kesalahan pemotongan berorde  $\Delta x$ . Untuk interval  $\Delta x$  kecil, nilai kesalahan pemotongan yang berorde 2 ( $\Delta x^2$ ) lebih kecil dari orde 1 ( $\Delta x$ ). Hal ini menunjukkan bahwa beda hingga pusat lebih teliti dibandingkan beda hingga lainnya (Triatmodjo, 2002).

Dikarenakan beda hingga pusat dilakukan pada titik  $x_{i-1}$  dan  $x_{i+1}$ , serta *grid*  $i$  untuk variabel  $x$  *grid*  $n$  untuk variabel  $t$ , gambar skema dari beda hingga pusat dapat dilihat pada Gambar 2.3



**Gambar 2.3 Skema Beda Hingga Pusat**

Dari Gambar 2.3 dengan menggunakan beda hingga pusat untuk turunan pertama terhadap ruang dapat diperoleh persamaan sebagai berikut

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n}{2h} \quad (2.15)$$

Untuk turunan keduanya terhadap ruang dapat diperoleh sebagai berikut

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = \frac{\partial(\frac{\partial Q}{\partial x})}{\partial x} = \frac{\frac{Q_{i+1}^n - Q_i^n}{h} - \frac{Q_i^n - Q_{i-1}^n}{h}}{h} = \frac{Q_{i+1}^n - 2Q_i^n + Q_{i-1}^n}{h^2} \quad (2.16)$$

Skema beda pusat terhadap waktu diperoleh

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{Q_i^{n+1} - Q_i^{n-1}}{2t} \quad (2.17)$$

### 2.3 Penelusuran Banjir

Menurut Soemarto (1987) penelusuran banjir adalah peramalan hidrograf di suatu titik pada suatu aliran atau bagian sungai yang didasarkan atas pengamatan hidrograf di titik lain. Selain itu menurut Tikno (2002) penelusuran banjir juga dapat diartikan sebagai penyelidikan banjir (*flood tracing*) yang didefinisikan sebagai upaya memperkirakan bentuk banjir pada bagian hilir berdasarkan banjir pada daerah hulu (sumbernya). Dalam kajian hidrologi penelusuran banjir (*flood routing*) dan penyelidikan banjir (*flood tracing*) digunakan untuk memprediksi banjir dan pengendalian banjir.



## 2.4 Pendekatan Model Penelusuran Banjir

Aliran saluran terbuka adalah aliran yang memiliki permukaan bebas yang dipengaruhi oleh tekanan udara. Banjir dan gelombang merupakan aliran tidak tunak dengan taraf aliran berubah segera setelah gelombang berlaku (Chow, 1992). Model matematika dari permasalahan ini memenuhi hukum kekekalan massa dan dan hukum kekekalan momentum (Siing, 2011).

Perilaku pada suatu sistem saluran dapat ditentukan dengan menggunakan penelusuran aliran terdistribusi berdasarkan persamaan differensial aliran tidak tunak satu dimensi (Persamaan Saint-Venant). Persamaan ini menghitung secara komputasi debit aliran dan kedalaman air sebagai fungsi ruang dan waktu. Persamaan asal Saint-Venant adalah persamaan konservasi massa dan persamaan konservasi momentum :

$$\frac{\partial(Av)}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} - q = 0 \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \left( \frac{\partial h}{\partial x} + S_f \right) = 0 \quad (2.19)$$

Dimana :

$t$  : waktu (  $s$  )

$x$  : jarak sepanjang aliran air (  $m$  )

$A$  : luas penampang (  $m^2$  )

$v$  : kecepatan (  $m/s$  )

$q$  : *inflow* atau *outflow* sepanjang  $x$  aliran

$h$  : kedalaman (  $m$  )

$S_f$  : kemiringan gesekan yang dapat dievaluasi secara seragam

(Achmad, 2011).

### 2.4.1 Pendekatan Model Penelusuran Banjir Gelombang Difusi

Gelombang difusi adalah suatu proses meningkatnya kecepatan pertukaran atau pemindahan sifat dari suatu massa air ke massa air lainnya melalui molekul-molekulnya. Model ini mempertimbangkan pengaruh *backwater* tetapi tidak menunjukkan distribusi secara langsung terhadap waktu sepanjang penelusuran,

keakurasiannya juga rendah untuk *hydrograph* naik cepat, seperti terjadinya kerusakan bendungan, hujan badai, pelepasan air secara cepat dari bendungan dan terputus-putus (Achmad, 2011).

a. Model penelusuran banjir gelombang difusi bentuk konservatif

Model penelusuran banjir gelombang difusi bentuk konservatif digunakan untuk mendapatkan debit aliran banjir sebagai variabel terikat. Berikut persamaan penelusuran banjir gelombang difusi bentuk konservatif

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \lambda \frac{\partial Q}{\partial x} - D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = 0 \quad (2.20)$$

Persamaan (2.10) adalah persamaan difusi konveksi penelusuran banjir gelombang difusi, dengan kecepatan gelombang banjir ( $\lambda$ ) dan koefisien difusi ( $D$ ), yaitu

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{3}{2}v & v &= \frac{Q}{A} \\ D &= \frac{c^2 b h^3}{2|Q|} & Q &= Av \end{aligned}$$

(Novak, 2010)

b. Model penelusuran banjir gelombang difusi bentuk nonkonservatif

Model penelusuran banjir gelombang difusi bentuk nonkonservatif digunakan untuk mendapatkan ketinggian muka air banjir sebagai variabel terikat. Berikut persamaan penelusuran banjir gelombang difusi bentuk nonkonservatif

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + C \frac{\partial Q}{\partial x} - S \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = 0 \quad (2.21)$$

Dimana

$$\begin{aligned} C &= \frac{3}{2}v \\ S &= \frac{Av}{2bS_f} \end{aligned}$$

(Siing, 2011)

Nilai awal yang digunakan pada kasus ini yaitu debit aliran yang ditentukan dari aliran tunak yang seragam ( $Q_0$ ), jadi nilai awal dari penelusuran banjir gelombang difusi ini adalah

$$Q(x, 0) = Q_0, 0 \leq x \leq L \quad (2.22)$$

Untuk syarat batas yang terdapat dalam persamaan ini adalah syarat batas hulu dengan  $x = 0$  dan syarat batas hilir dengan  $x = L$ . Maka syarat batasnya adalah

$$Q(0, t) = Q_A, t > 0 \quad (2.23)$$

$$Q(L, t) = Q_B, t > 0 \quad (2.24)$$

Dapat dilihat bahwa syarat awal dari persamaan ini stabil dan seragam sepanjang jangkauan aliran. Maka persamaan (2.23) dan persamaan (2.24) berlaku untuk gangguan aliran dan juga aliran sesaat (Novak, 2010).

#### 2.4.2 Pendekatan Model Penelusuran Banjir Gelombang Kinematik

Gelombang kinematik pertama kali diperkenalkan oleh Lighthill dan Whitham pada tahun 1995. Model ini didasarkan pada bentuk sederhana dari persamaan momentum sebagai berikut

$$S_f - S_0 = 0 \quad (2.25)$$

Dengan

$S_f$ : kemiringan dasar aliran

$S_0$ : kemiringan gesekan yang dapat dievaluasi secara seragam

bentuk persamaan klasik gelombang kinematik adalah

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} - cQ = 0 \quad (2.26)$$

dalam hal ini kecepatan gelombang kinematik atau *celerity* ( $c$ ) didefinisikan sebagai

$c = k'V$ , dimana  $k'$  adalah rasio kinematik.

(Achmad, 2011)

#### 2.4.3 Pendekatan Model Penelusuran Banjir Gelombang Dinamik

Semua variabel dari persamaan Saint Venant berlaku sehingga persamaan untuk gelombang dinamik menjadi

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial vy}{\partial x} = 0 \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} = g(S_0 - S_f) \quad (2.28)$$

persamaan diatas merupakan persamaan kontinuitas gelombang dinamik dan persamaan momentum gelombang dinamik. Gelombang dinamik tidak penuh terjadi bila persamaan momentum tidak mengikutkan unsur waktu disebut aliran tidak tunak berubah lambat laun. Untuk persamaan kontinuitas gelombang dinamik tidak penuh dan persamaan momentum gelombang dinamik tidak penuh adalah

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial vy}{\partial x} = 0 \quad (2.29)$$

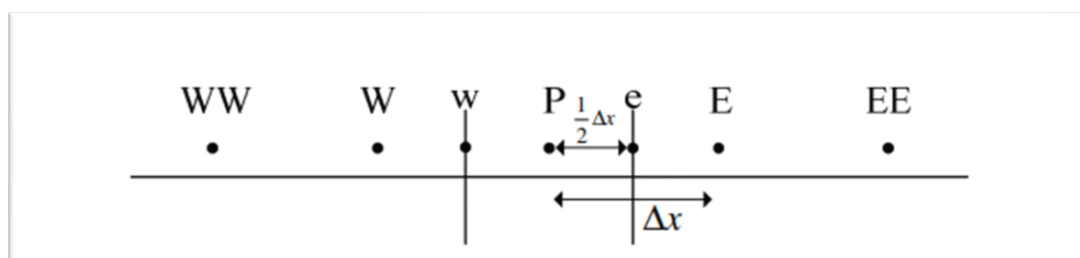
$$v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} = g(S_0 - S_f) \quad (2.30)$$

(Kodoatie, 2002).

## 2.5 Metode Penyelesaian Model Penelusuran Banjir

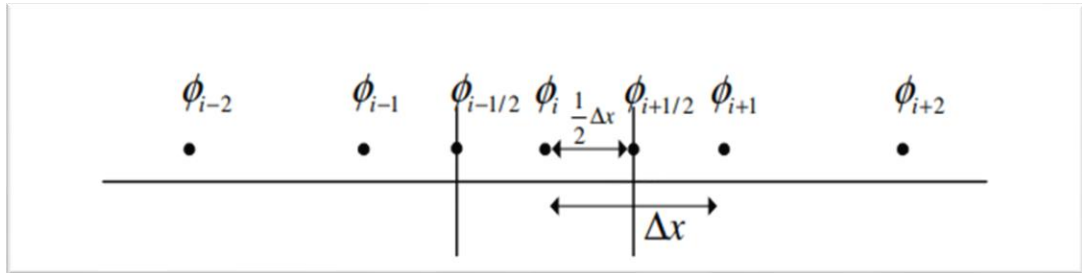
### 2.5.1 Teknik Diskretisasi *Quadratic Upwind Interpolation Convective Kinematics* (QUICK)

Menurut Apsley (2007) bentuk geometris dari aliran fluida pada masing-masing domain dibuat dalam bentuk grid. Grid dari domain terdapat grid yang terstruktur atau yang tidak terstruktur, ataupun grid dalam koordinat kartesius atau grid yang non kartesius. Masing-masing grid memiliki kontrol *face* dan kontrol *node*. Penyelesaian numerik dengan teknik diskritisasi QUICK merupakan penyelesaian yang stabil dan akurat, dengan tingkat akurasi sampai orde ketiga. Pendiskritan dengan menggunakan metode QUICK untuk mengubah nilai pada *face* menjadi nilai pada *node*, diilustrasikan pada Gambar 2.4 berikut:



Gambar 2.4 Kontrol *face* volume kendali satu dimensi

Selanjutnya kontrol *face* di atas dilakukan pendiskritan QUICK seperti pada Gambar 2.5 berikut:



**Gambar 2.5 Kontrol node volume kendali satu dimensi**

Diskritisasi QUICK dilakukan berdasarkan besarnya kecepatan  $V$

$$\phi_e = \begin{cases} \phi_i + g_1(\phi_{i+1} - \phi_i) + g_2(\phi_i - \phi_{i-1}); & V > 0 \\ \phi_{i+1} + g_3(\phi_i - \phi_{i+1}) + g_4(\phi_{i+1} - \phi_{i+2}); & V < 0 \end{cases}$$

Dengan:

$$g_1 = \frac{(x_e - x_P)(x_e - x_W)}{(x_E - x_P)(x_E - x_W)} \quad g_2 = \frac{(x_e - x_P)(x_E - x_e)}{(x_P - x_W)(x_E - x_W)}$$

$$g_3 = \frac{(x_e - x_E)(x_e - x_{EE})}{(x_P - x_E)(x_P - x_{EE})} \quad g_4 = \frac{(x_e - x_E)(x_P - x_e)}{(x_E - x_{EE})(x_P - x_{EE})}$$

Sehingga didapatkan Formulasi QUICK untuk menentukan nilai pada kontrol *face* dan kontrol *node* adalah sebagai berikut:

$$\phi_e = \frac{-\phi_{i-1} + 6\phi_i + 3\phi_{i+1}}{8} \text{ dan } \phi_w = \frac{-\phi_{i-2} + 6\phi_{i-1} + 3\phi_i}{8}, \text{ untuk } V > 0 \quad (2.31)$$

$$\phi_e = \frac{-\phi_{i+2} + 6\phi_{i+1} + 3\phi_i}{8} \text{ dan } \phi_w = \frac{3\phi_{i-1} + 6\phi_i + 3\phi_{i+1}}{8}, \text{ untuk } V < 0 \quad (2.32)$$

### 2.5.2 Metode Dufort-Frankel

Menurut Caretto (2002), penyelesaian model matematika dalam metode Dufort-Frankel ini menggunakan dua indeks yaitu  $x$  yang merupakan ruang yang ditunjukkan dengan  $i$  dan  $t$  merupakan waktu yang ditunjukkan dengan  $n$ . Untuk mendapatkan turunan metode beda hingga Dufort-Frankel ini dapat digunakan beda hingga pusat seperti berikut

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{Q_i^{n+1} - Q_i^{n-1}}{2\Delta t} \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = \frac{Q_{i+1}^n + Q_{i-1}^n - 2Q_i^n}{\Delta x^2} \quad (2.34)$$

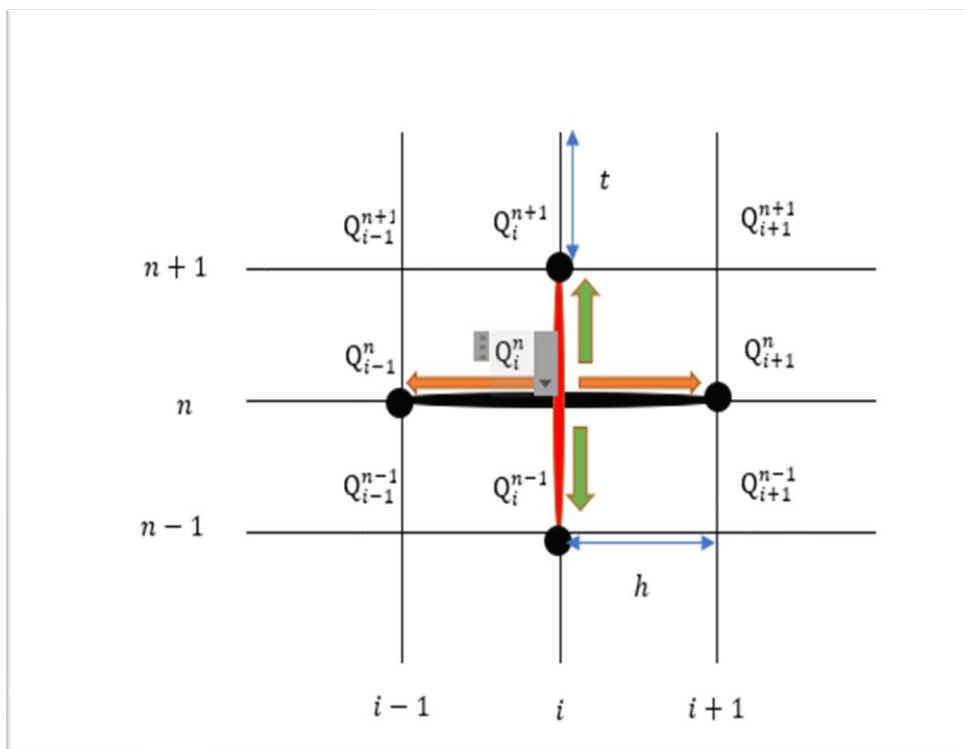
Dan untuk suku yang berbentuk  $u_i^n$  akan diubah dengan rata-rata dari keadaan sebelum dan sesudahnya, rata-rata dari  $u_i^n$  tersebut adalah

$$Q_i^n = \frac{Q_i^{n+1} - Q_i^{n-1}}{2} \quad (2.35)$$

Sehingga pendekatan beda hingga Dufort-Frankel untuk waktu dan ruangnya adalah

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{Q_i^{n+1} - Q_i^{n-1}}{2\Delta t} \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = \frac{Q_{i+1}^n + Q_{i-1}^n - Q_i^{n+1} - Q_i^{n-1}}{\Delta x^2} \quad (2.37)$$



**Gambar 2.6 Skema Dufort-Frankel**

Dapat dilihat pada Gambar 2.6 bahwa untuk mencari solusi  $Q_i^{n+1}$  harus mengetahui nilai dari  $Q_{i-1}^n$ ,  $Q_{i+1}^n$  dan  $Q_i^{n-1}$ .

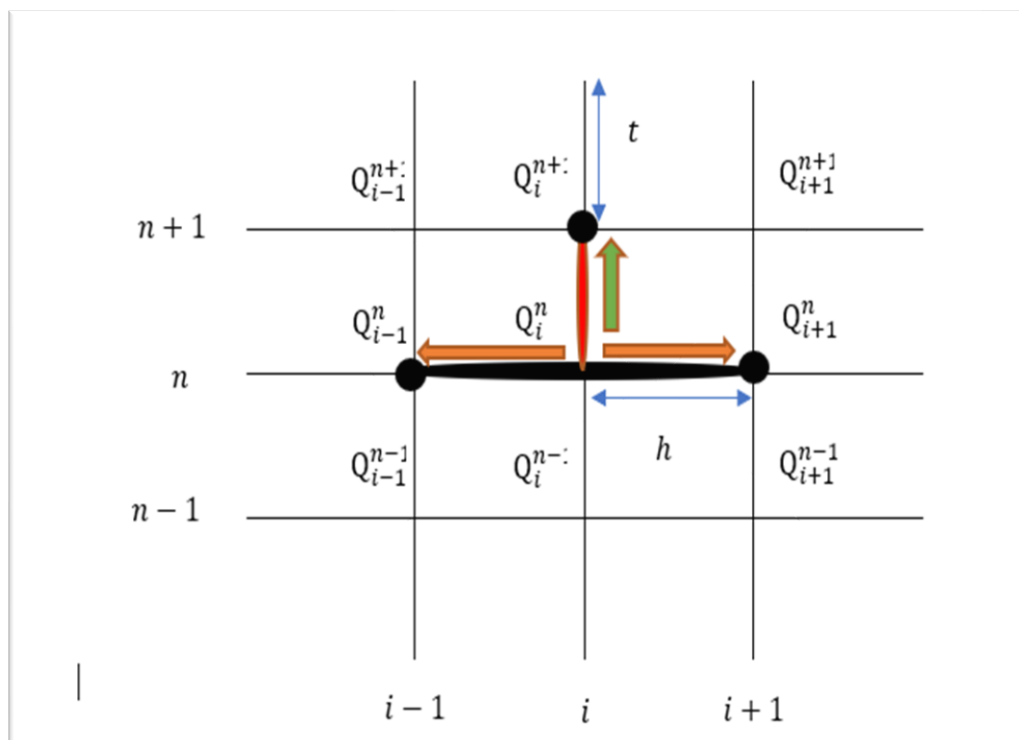
### 2.5.3 Metode *Forward Time Center Space* (FTCS)

Pada analisis numerik, metode FTCS merupakan salah satu dari sekian banyak metode beda hingga yang dapat digunakan pada pemecahan numerik persamaan diferensial. Metode FTCS menggunakan beda hingga maju untuk variabel waktu dan beda hingga pusat untuk variabel ruang. Skema metode FTCS adalah

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{Q_i^{n+1} - Q_i^n}{t} \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n}{2h} \quad (2.39)$$

Jika diaplikasikan dalam bentuk grafik dapat dilihat pada Gambar 2.7

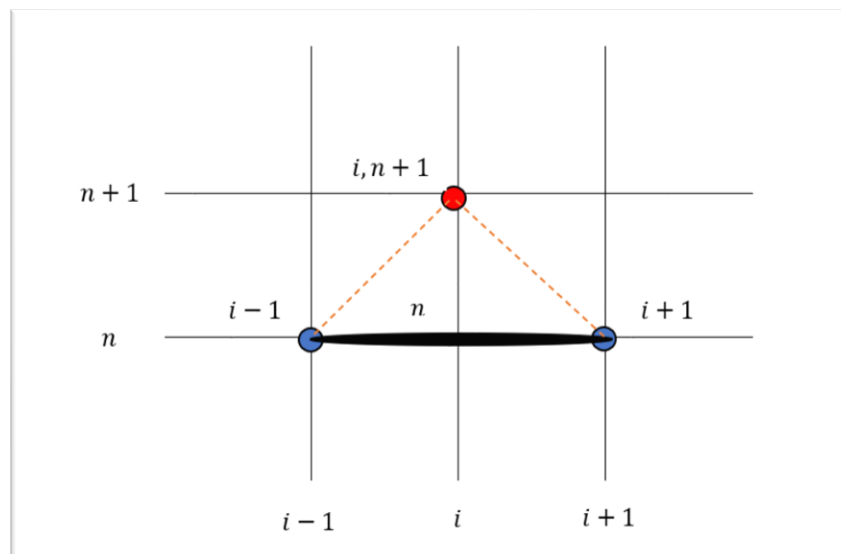


**Gambar 2.7 Skema FTCS**

(Hoffman, 2001)

### 2.5.4 Metode *Lax-Friedrichs*

Metode *Lax-Friedrichs* merupakan salah satu dari pendekatan numerik dari beda hingga yang dapat digunakan pada pemecahan persamaan gelombang. Prosedur dalam metode *Lax-Friedrichs* untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial menerapkan metode beda hingga maju pada turunan variabel waktunya dan metode beda hingga pusat pada turunan variabel ruang. Metode *Lax-Friedrichs* merupakan bentuk metode perkembangan dari metode FTCS, dimana dalam penyelesaian persamaan diferensial parsial dengan menggunakan metode FTCS hanya stabil pada *time step* tertentu. Metode *Lax-Friedrichs* stabil dan akurat tingkat satu. Dalam hal tersebut metode *Lax-Friedrichs* dalam menyelesaikan persamaan diferensial parsial yaitu dengan menggantikan suatu suku yang diakibatkan oleh turunan pada waktunya yang berbentuk  $u_i^n$  dengan mensubstitusikan rata-rata ruangnya. Bentuk  $Q_i^{n+1}$  jika diaplikasikan dalam bentuk grafik dapat dilihat lebih jelas pada Gambar 2.8.



**Gambar 2.8** Aplikasi bentuk dari  $Q_i^{n+1}$

Pada Gambar 2.8 dapat dilihat bahwa nilai  $Q_i^{n+1}$  dapat diketahui setelah mendapatkan informasi nilai pada titik  $i-1$  dan  $i+1$  pada saat  $n$ . Bentuk persamaan dari  $u_i^n$  dalam rata-rata ruangnya adalah:

$$Q_i^n = \frac{1}{2}(Q_{i+1}^n + Q_{i-1}^n) \quad (2.40)$$



Skema *Lax-Friedrichs* secara umum dapat ditulis sebagai berikut :

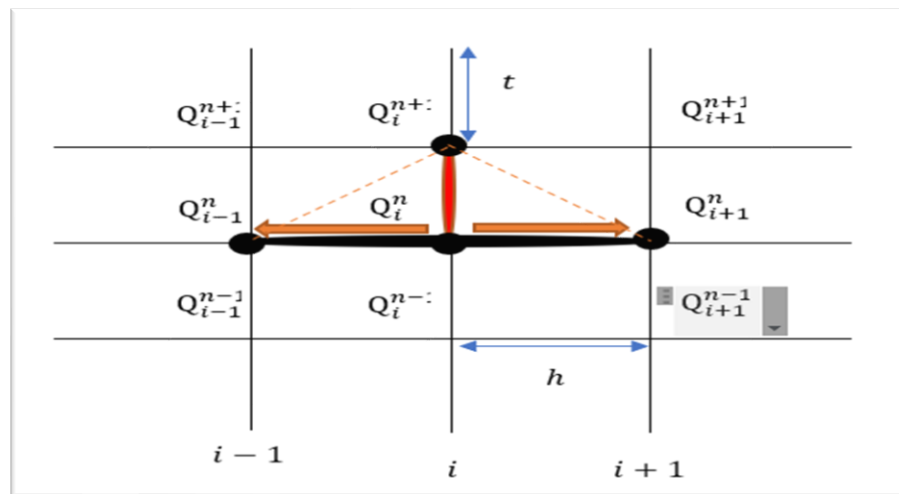
$$Q_i^{n+1} = \frac{1}{2}(Q_{i+1}^n + Q_{i-1}^n) - \frac{\Delta t}{2\Delta x}((Q_{i+1}^n) - (Q_{i-1}^n)) \quad (2.41)$$

Atau dapat ditulis

$$Q_i^{n+1} = \frac{1}{2}(Q_{i+1}^n + Q_{i-1}^n) - \frac{t}{2h}((Q_{i+1}^n) - (Q_{i-1}^n)) \quad (2.42)$$

Skema *Lax-Friedrichs* stabil untuk  $\Delta t$  yang cukup kecil. (Leveque, 2004).

Gambar skema *Lax-Friedrichs* dapat dilihat sebagai berikut:



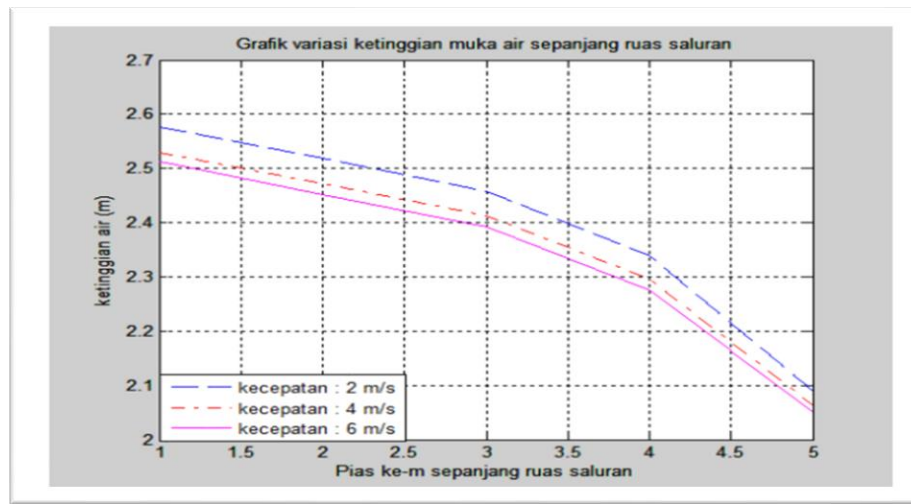
**Gambar 2.9 Skema *Lax-Friedrichs***

## 2.6 Peneliti Sebelumnya

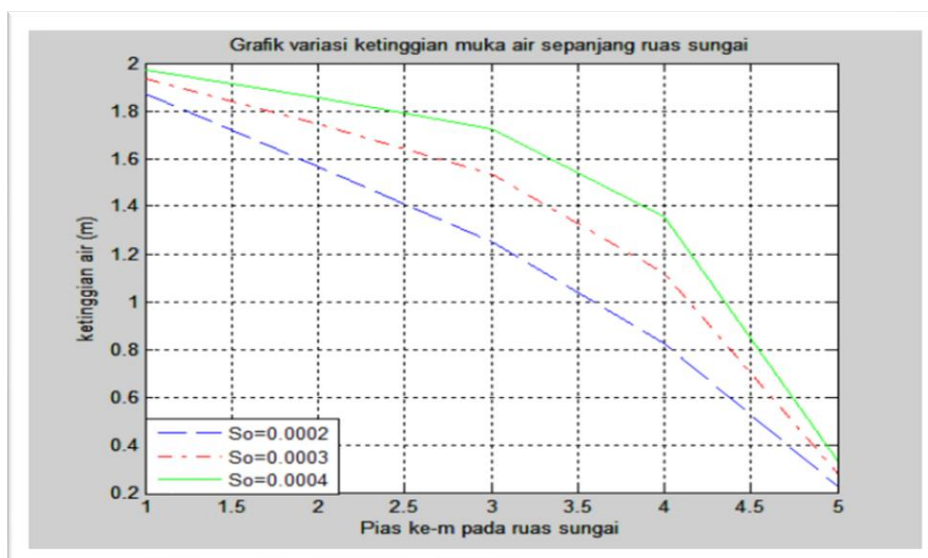
### 2.6.1 M.Siing (2011)

Siing (2011) telah menyelesaikan model matematika penelusuran banjir gelombang difusi bentuk nonkonservatif untuk mendapatkan ketinggian muka air, dimana model tersebut nantinya akan didiskritisasikan dengan menggunakan teknik diskritisasi QUICK. Untuk mengetahui pengaruh perubahan kecepatan terhadap ketinggian muka air sepanjang ruas saluran Siing (2011) memberikan parameter-parameter yang ditetapkan yaitu, panjang ruas saluran ( $L$ ) = 15000 meter, saluran berpenampang segiempat dengan lebar saluran ( $b$ ) = 50 meter, kemiringan dasar saluran ( $S_0$ ) = 0.0002, 0.0003, dan 0.0004. ketinggian muka air rata-rata ( $h$ ) = 2 meter, sebagai syarat awal diberikan kedalaman tetap yaitu ( $h_0$ ) = 2 meter sedangkan syarat batas hulu ditetapkan kedalaman tetap ( $h_a$ ) = 2.5 meter dan

sebelah hilir ditetapkan ( $h_b$ ) = 0.2 meter. Simulasi dalam penelitiannya dilakukan dengan jumlah total diskritisasi sebanyak 5 pias, sehingga saluran terbagi dalam beberapa ruas dengan ruas  $\Delta x = 3000$  meter dan selang waktu  $\Delta t = 60$  menit. Dengan memberikan input kecepatan yang berbeda yakni ( $v$ ) = 2m/s, 4m/s dan 6m/s. dalam perbandingan ketinggian muka air terhadap kecepatan yang berbeda dan kemiringan dasar saluran yang berbeda Siing (2011) mendapatkan grafik sebagai berikut



**Gambar 2.10** Perbandingan ketinggian muka air dengan kecepatan yang berbeda



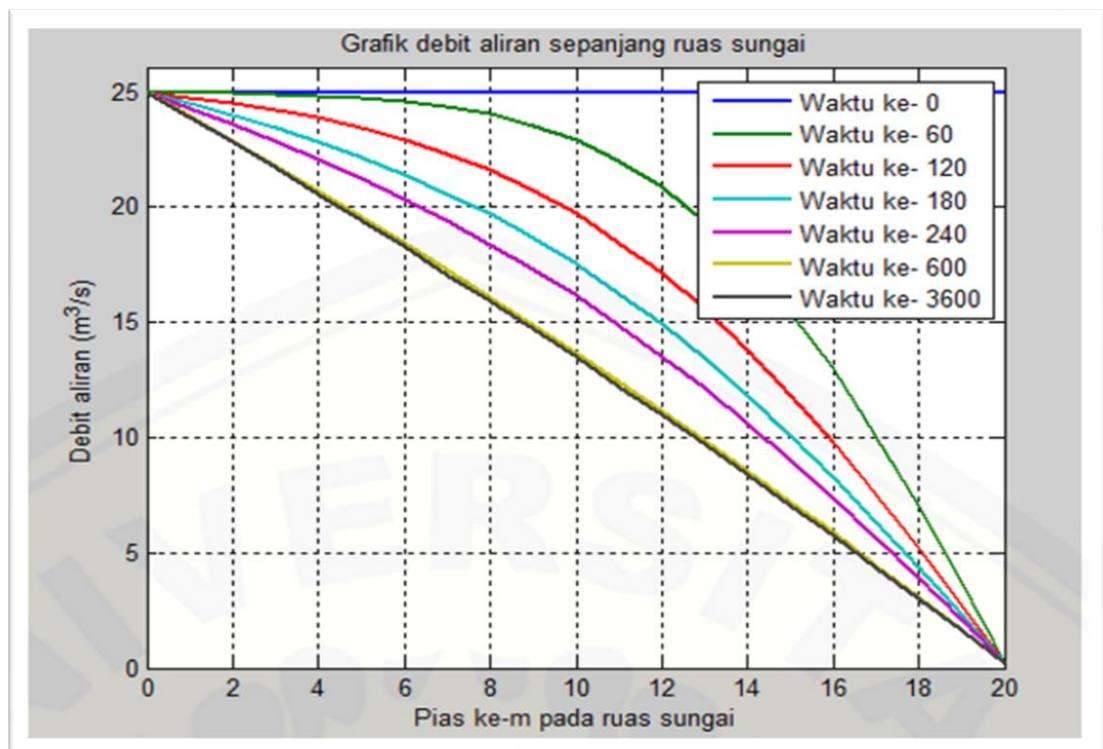
**Gambar 2.11** Perbandingan ketinggian muka air dengan kemiringan dasar saluran yang berbeda

Dari kedua grafik tersebut Siing (2011) berkesimpulan

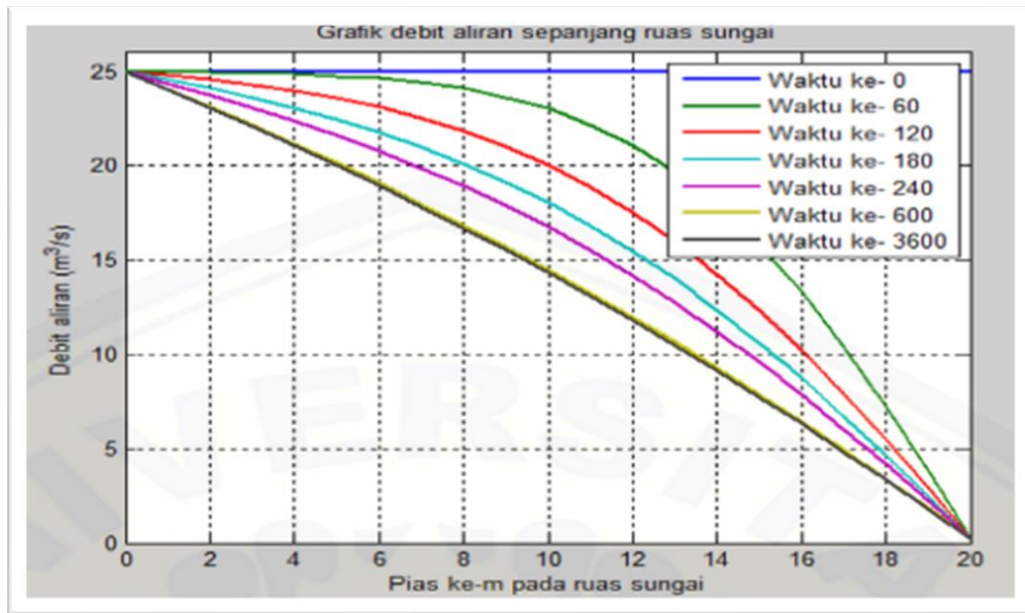
1. Kecepatan aliran rata-rata pada sungai/saluran berbanding terbalik dengan ketinggian muka air yang dihasilkan sepanjang ruas sungai/saluran.
2. Kemiringan dasar sungai/saluran berbanding terbalik dengan ketinggian muka air yang dihasilkan sepanjang ruas sungai/saluran (Siing, 2011).

### 2.6.2 Rima Lutviyana (2015)

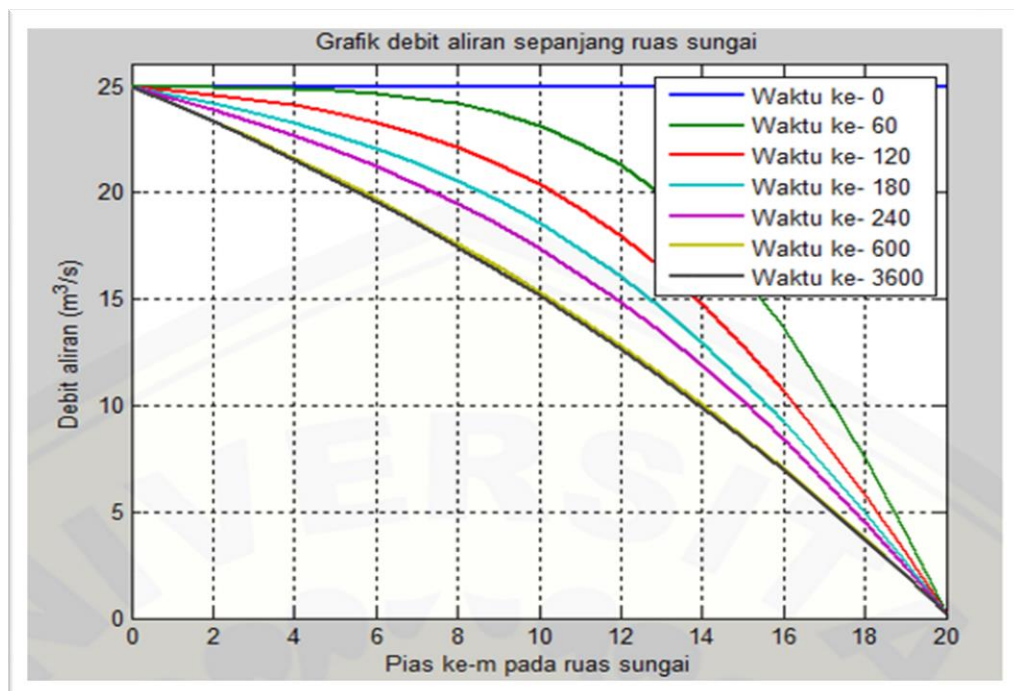
Rima (2015) telah menyelesaikan model penelusuran banjir gelombang difusi bentuk konservatif yang diskritisasikan dengan metode Dufort-Frankel. Dalam penelitiannya Rima (2015) menginput beberapa parameter dan kondisi kecepatan yang juga digunakan pada penelitian Siing (2011) dengan pembagian pias sebanyak 20 pias dan 300 pias. Berikut hasil dalam bentuk grafik dalam penelitian Rima



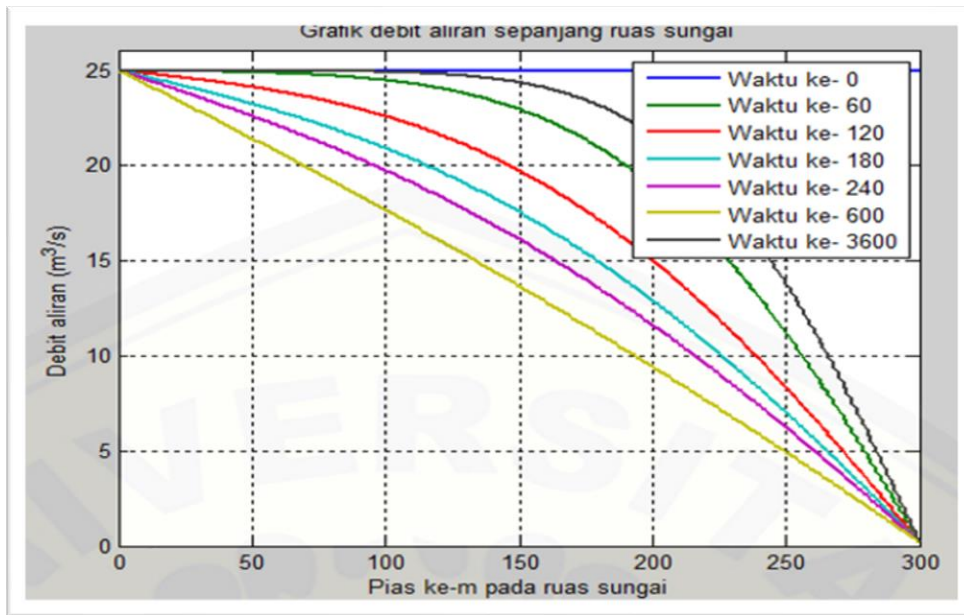
**Gambar 2.12 Grafik debit aliran sungai dengan kecepatan aliran 2m/s dan pias sebanyak 20**



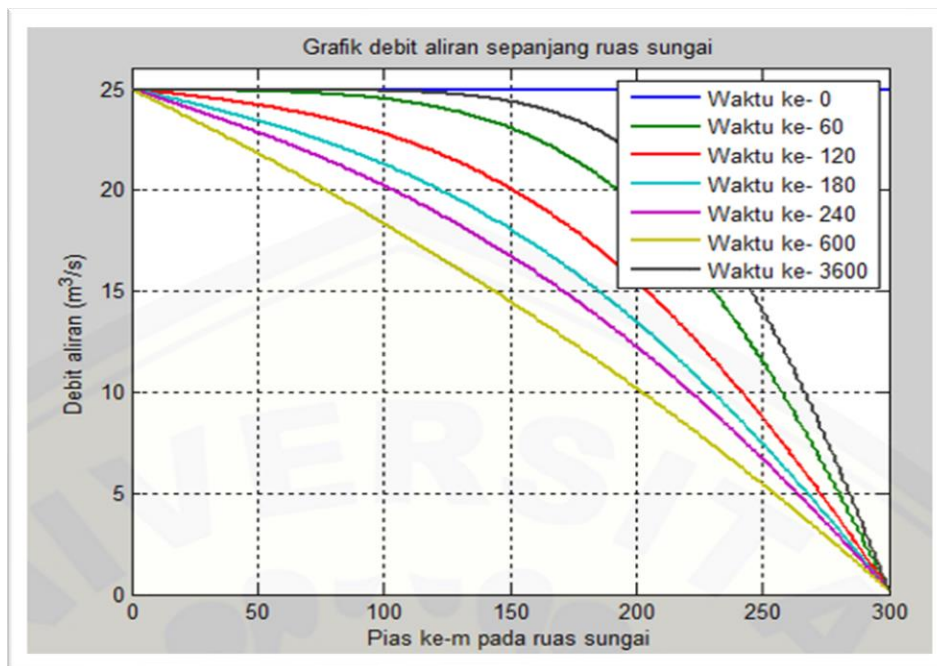
**Gambar 2.13 Grafik debit aliran sungai dengan kecepatan aliran 4m/s dan pias sebanyak 20**



**Gambar 2.14 Grafik debit aliran sunagi dengan kecepatan 6m/s dan pias sebanyak 20**



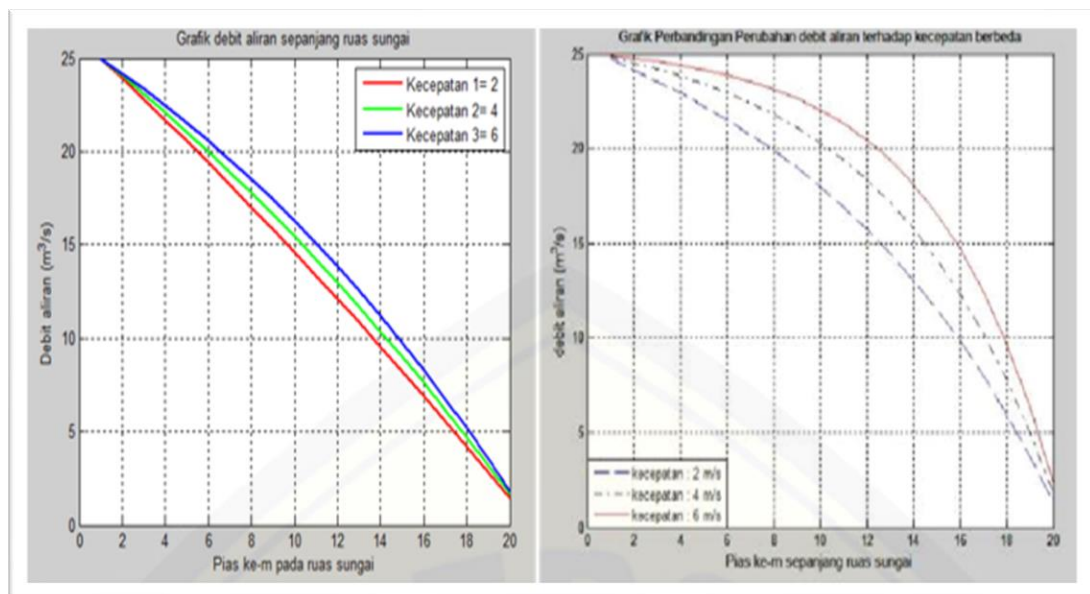
**Gambar 2.15** Grafik debit aliran sungai dengan kecepatan 2m/s dan pias sebanyak 300



**Gambar 2.16** Grafik debit aliran sungai dengan kecepatan 4m/s dan pias sebanyak 300



**Gambar 2.17 Grafik debit aliran sungai dengan kecepatan 6m/s dan pias sebanyak 300**



(a)

(b)

**Gambar 2.18 Grafik debit aliran (a) Metode Dufort-Frankel Rima (2015) (b) Metode Volume Hingga Siing (2011)**

Berdasarkan Gambar 2.18 dapat dilihat bahwa grafik simulasi program dengan penyelesaian model penelusuran banjir gelombang difusi dengan metode Dufort-Frankel mempunyai bentuk yang hampir sama yakni dengan kecepatan semakin bertambah maka grafik debit aliran akan semakin cekung (Rima, 2015).

## **BAB III**

### **METODE PENELITIAN**

Penelitian ini bertujuan untuk menyelesaikan model penelusuran banjir gelombang difusi menggunakan metode *Lax-Friedrichs*, dengan melakukan analisis dan pendekatan numerik pada persamaan gelombang difusi.

#### **3.1 Jenis Penelitian**

Penelitian ini termasuk penelitian kuantitatif. Hasil penelitian berupa solusi numerik dengan menggunakan metode *Lax-Friedrichs* diharapkan mampu menjadi alternatif dalam penyelesaian numeris dalam simulasi penelusuran banjir gelombang difusi.

#### **3.2 Waktu dan Tempat**

Penelitian ini dilaksanakan pada bulan Juni sampai bulan Oktober dan bertempat di Laboratorium Matematika, Universitas Bengkulu, Provinsi Bengkulu.

#### **3.3 Tahapan Penelitian**

Penelitian ini dibagi menjadi beberapa tahapan penelitian, diantaranya sebagai berikut:

##### **1. Diskritisasi**

Diskritisasi dilakukan pada model penelusuran gelombang banjir berdasarkan persamaan (2.20) dengan menggunakan metode *Lax-Friedrichs*. Hasil diskritisasi dengan menggunakan metode *Lax-Friedrichs* akan dilakukan analisis kestabilan dan konvergen dengan menggunakan metode analisis *von neumann*.

##### **2. Pembuatan program**

Program penelusuran banjir gelombang difusi dari metode *Lax-Friedrichs* dibuat dengan menggunakan *software* Matlab. Langkah-langkah dalam pembuatan program sebagai simulasi pengaruh perubahan kecepatan aliran terhadap debit aliran penelusuran banjir:

- a. *Input* nilai-nilai parameter yang ditetapkan yaitu Panjang ruas saluran ( $L$ ), waktu ( $t$ ), lebar saluran ( $b$ ), koefisien Chezy ( $C$ ), kedalaman air ( $h$ ), debit

air awal ( $Q_0$ ), debit air pada hulu ( $Q_A$ ), debit air pada hilir ( $Q_B$ ), panjang ruas ( $\Delta x$ ), selang waktu ( $\Delta t$ ), jari-jari hidraulic  $R$ , luas penampang saluran  $A$ , selang jarak  $dX$ , kecepatan gelombang banjir  $c_1$  dan koefisien difusi  $D$ . yang dirujuk dari penelitian Siing (2011).

- b. Masukkan nilai parameter yaitu kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) dan pias yang berbeda;
- c. Program ini menggunakan syarat awal yaitu debit air awal ( $Q_0$ ), debit air pada hulu ( $Q_A$ ) dan debit air pada hilir ( $Q_B$ );
- d. Masukkan panjang ruas ( $\Delta x$ ) dan selang waktu ( $\Delta t$ );
- e. Masukkan hasil diskritisasi yang dilakukan dengan menggunakan metode *Lax-Friedrichs*.

### 3. Menjalankan program

Program dijalankan menggunakan program Matlab dengan pias sebanyak 20 dan 300.

### 4. Output

*Output* yang dihasilkan yaitu berupa grafik kurva pengaruh perubahan kecepatan aliran rata-rata terhadap debit aliran penelusuran banjir.

### 5. Validasi

Model penelusuran banjir gelombang difusi dengan menggunakan metode *Lax-Friedrichs* ini akan dibandingkan dengan penyelesaian numerik penelusuran banjir gelombang difusi menggunakan metode beda hingga yang telah diteliti oleh Siing (2011) untuk diverifikasi kebenarannya. Volume hingga mempunyai bentuk dari grafik pengaruh kecepatan aliran berbeda terhadap debit aliran yang dihasilkan lebih cekung dengan kecepatan aliran yang bertambah dan debit aliran akan semakin besar jika kecepatan aliran juga semakin besar.

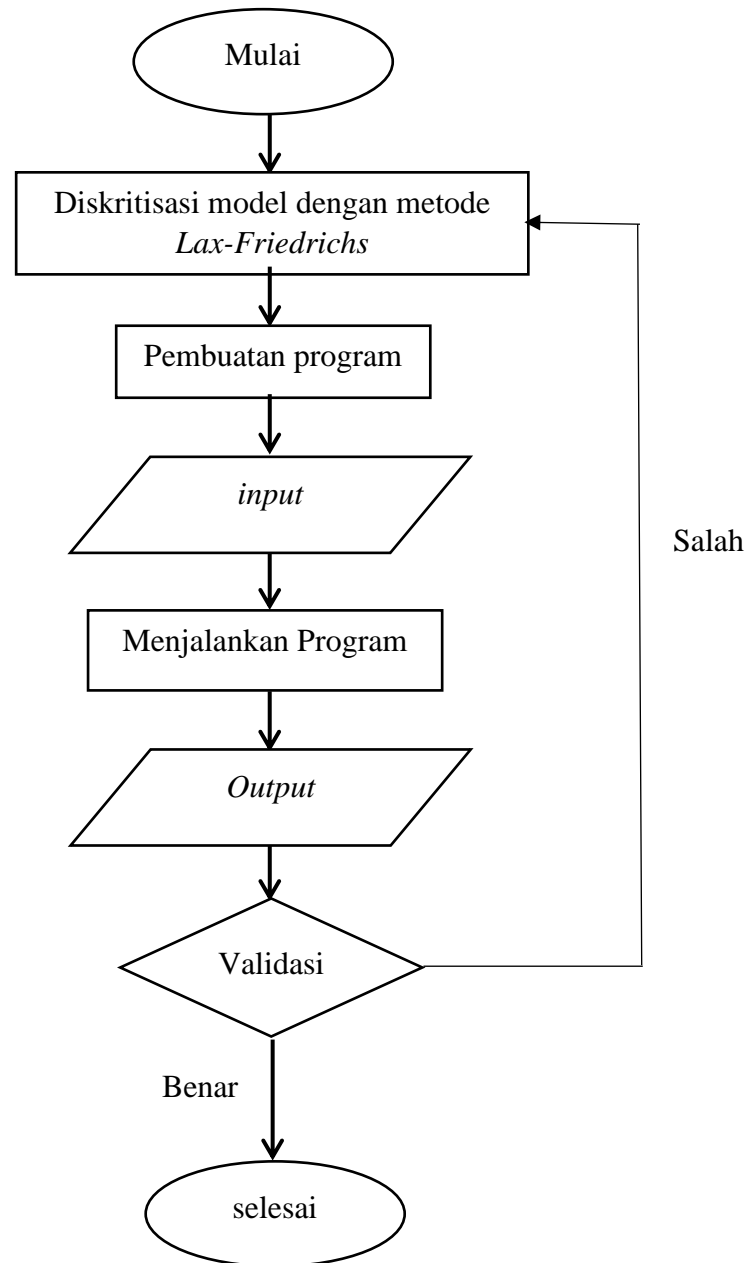
### 6. Kesimpulan

Pada bagian ini akan dibuat kesimpulan berdasarkan hasil penelusuran banjir gelombang difusi yang telah didapat.



### 3.4 Diagram Alir Penelitian

Berikut diagram alir langkah-langkah yang telah disebutkan diatas :



**Gambar 3.1. Diagram Alir Penelitian**

## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas mengenai hasil penelitian dalam menyelesaikan model penelusuran banjir gelombang difusi bentuk konservatif yaitu persamaan (2.20) dengan menggunakan metode *Lax-Friedrichs*. Pada model tersebut dilakukan diskritisasi menggunakan metode *Lax-Friedrichs* dimana hasil diskritisasi tersebut dijalankan menggunakan program Matlab dengan input parameter-parameter yang telah ditetapkan dan melakukan validasi hasil yang telah didapatkan.

#### 4.1 Diskritisasi model dengan metode *Lax-Friedrichs*

Model penelusuran banjir gelombang difusi bentuk konservatif (Persamaan 2.20) didiskritisasikan dengan menggunakan metode *Lax-Friedrichs* dimana dalam skemanya menggunakan beda hingga maju pada turunan variabel waktunya dan beda hingga pusat pada turunan variabel ruangnya. Metode *Lax-Friedrichs* dalam skemanya menggantikan suku yang diakibatkan oleh turunan pada variabel waktunya yang berbentuk  $Q_i^n$  dengan mensubstitusikan rata-rata ruangnya seperti pada persamaan (2.43).

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{Q_i^{n+1} - Q_i^n}{\Delta t} = \frac{Q_i^{n+1} - 1/2(Q_{i+1}^n + Q_{i-1}^n)}{\Delta t} \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n}{2\Delta x} \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = \frac{Q_{i+1}^n - 2Q_i^n + Q_{i-1}^n}{\Delta x^2} \quad (4.3)$$

Persamaan (4.1), (4.2) dan (4.3) disubstitusikan kedalam persamaan 2.20 sehingga dapat ditulis sebagai berikut.

$$\frac{Q_i^{n+1} - 1/2(Q_{i+1}^n + Q_{i-1}^n)}{\Delta t} + \lambda \frac{Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n}{2\Delta x} - D \frac{Q_{i+1}^n - 2Q_i^n + Q_{i-1}^n}{\Delta x^2} = 0 \quad (4.4)$$

Persamaan (4.4) dapat ditulis.

$$\frac{Q_i^{n+1}}{\Delta t} - \frac{Q_{i+1}^n}{2\Delta t} - \frac{Q_{i-1}^n}{2\Delta t} + \frac{\lambda Q_{i+1}^n}{2\Delta x} - \frac{\lambda Q_{i-1}^n}{2\Delta x} - \frac{D Q_{i+1}^n}{\Delta x^2} + \frac{2D Q_i^n}{\Delta x^2} - \frac{D Q_{i-1}^n}{\Delta x^2} = 0 \quad (4.5)$$

Selanjutnya persamaan (4.5) dikalikan dengan  $\Delta t$ .

$$Q_i^{n+1} - \frac{Q_{i+1}^n}{2} - \frac{Q_{i-1}^n}{2} + \frac{\lambda \cdot Q_{i+1}^n \cdot \Delta t}{2\Delta x} - \frac{\lambda \cdot Q_{i-1}^n \cdot \Delta t}{2\Delta x} - \frac{D \cdot Q_{i+1}^n \cdot \Delta t}{\Delta x^2} + \frac{2 \cdot D \cdot Q_i^n \cdot \Delta t}{\Delta x^2} - \frac{D \cdot Q_{i-1}^n \cdot \Delta t}{\Delta x^2} = 0 \quad (4.6)$$

Persamaan (4.6) dapat ditulis sebagai berikut

$$Q_i^{n+1} - Q_{i+1}^n \left( \frac{1}{2} - \frac{\lambda \cdot \Delta t}{2\Delta x} + \frac{D \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \right) - Q_{i-1}^n \left( \frac{1}{2} + \frac{\lambda \cdot \Delta t}{2\Delta x} + \frac{D \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \right) + Q_i^n \left( \frac{2 \cdot D \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \right) = 0 \quad (4.7)$$

Selanjutnya dimisalkan

$$\alpha_i = \left( \frac{1}{2} - \frac{\lambda \cdot \Delta t}{2\Delta x} + \frac{D \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \right)$$

$$\beta_i = \left( \frac{2 \cdot D \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \right)$$

$$\gamma_i = \left( \frac{1}{2} + \frac{\lambda \cdot \Delta t}{2\Delta x} + \frac{D \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \right)$$

Maka persamaan (4.7) menjadi

$$Q_i^{n+1} - \alpha_i \cdot Q_{i+1}^n - \gamma_i \cdot Q_{i-1}^n + \beta_i \cdot Q_i^n = 0 \quad (4.8)$$

Persamaan (4.8) untuk  $1 \leq i \leq I - 1$  maka diperoleh sistem persamaan sebagai berikut.

$$\text{Untuk } i = 1 \quad Q_1^{n+1} - \alpha_1 \cdot Q_2^n - \gamma_1 \cdot Q_0^n + \beta_1 \cdot Q_1^n = 0$$

$$\text{Untuk } i = 2 \quad Q_2^{n+1} - \alpha_2 \cdot Q_3^n - \gamma_2 \cdot Q_1^n + \beta_2 \cdot Q_2^n = 0$$

$$\text{Untuk } i = 3 \quad Q_3^{n+1} - \alpha_3 \cdot Q_4^n - \gamma_3 \cdot Q_2^n + \beta_3 \cdot Q_3^n = 0$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\text{Untuk } i = I - 1 \quad Q_{I-1}^{n+1} - \alpha_{I-1} \cdot Q_I^n - \gamma_{I-1} \cdot Q_{I-2}^n + \beta_{I-1} \cdot Q_{I-1}^n = 0$$

Jika disajikan dalam bentuk matriks, sistem persamaan tersebut adalah sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} Q_1^{n+1} \\ Q_2^{n+1} \\ Q_3^{n+1} \\ \vdots \\ Q_{I-1}^{n+1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \alpha_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \gamma_2 & 0 & \alpha_2 & \cdots & 0 \\ 0 & \gamma_3 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{I-1} & \cdots & \alpha_{I-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^n \\ Q_2^n \\ Q_3^n \\ \vdots \\ Q_{I-1}^n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \beta_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \beta_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \beta_{I-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^n \\ Q_2^n \\ Q_3^n \\ \vdots \\ Q_{I-1}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Maka bentuk diskritisasi persamaan 2.20 dengan skema metode *Lax-Friedrichs* dapat disederhanakan menjadi

$$\begin{aligned} Q^{n+1} - AQ^n + BQ^n &= 0 \\ Q^{n+1} &= AQ^n - BQ^n \end{aligned} \quad (4.9)$$

#### 4.1.1 Kestabilan dan Konvergen

Analisis kestabilan perlu dilakukan untuk mengetahui penggunaan metode *Lax-Friedrichs* dalam menyelesaikan model penelusuran banjir stabil atau tidak. Pengujian kestabilan dilakukan dengan menggunakan metode analisis *von neumann* yaitu dengan mengganti nilai konsentrasi dengan komponen fourier kemudian mensubstitusikan kedalam persamaan (4.10).

$$\begin{aligned} Q_i^{n+1} - Q_{i+1}^n \left( \frac{1}{2} - \frac{\lambda \cdot \Delta t}{2\Delta x} + \frac{D \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \right) - Q_{i-1}^n \left( \frac{1}{2} + \frac{\lambda \cdot \Delta t}{2\Delta x} + \frac{D \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \right) + Q_i^n \left( \frac{2 \cdot D \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \right) &= 0 \\ Q_i^{n+1} &= Q_{i+1}^n \left( \frac{1}{2} - \frac{\lambda \cdot \Delta t}{2\Delta x} + \frac{D \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \right) + Q_{i-1}^n \left( \frac{1}{2} + \frac{\lambda \cdot \Delta t}{2\Delta x} + \frac{D \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \right) - Q_i^n \left( \frac{2 \cdot D \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Nilai konsentrasi yang akan diubah sebagai berikut

$$\begin{aligned} Q_i^{n+1} &= B^{(n+1)\Delta t} e^{ikm\Delta x} \\ Q_i^n &= B^{(n)\Delta t} e^{ikm\Delta x} \\ Q_{i-1}^n &= B^{(n)\Delta t} e^{ik(m-1)\Delta x} \\ Q_{i+1}^n &= B^{(n)\Delta t} e^{ik(m+1)\Delta x} \end{aligned}$$

Maka, persamaan 4.10 menjadi

$$B^{(n+1)\Delta t} e^{ikm\Delta x} = B^{(n)\Delta t} e^{ik(m+1)\Delta x} + B^{(n)\Delta t} e^{ik(m-1)\Delta x} - B^{(n)\Delta t} e^{ikm\Delta x}$$

$$B^{(n)\Delta t} B^{\Delta t} e^{ikm\Delta x} = B^{(n)\Delta t} e^{ik(m+1)\Delta x} + B^{(n)\Delta t} e^{ik(m-1)\Delta x} - B^{(n)\Delta t} e^{ikm\Delta x}$$

$$B^{\Delta t} e^{ikm\Delta x} = e^{ikm\Delta x} e^{ik\Delta x} + e^{ikm\Delta x} e^{-ik\Delta x} - e^{ikm\Delta x}$$

$$B^{\Delta t} = e^{ik\Delta x} + e^{-ik\Delta x} - 1$$

Dimana

$$e^{ik\Delta x} = \cos k(\Delta x) + i \sin(\Delta x)$$

$$e^{-ik\Delta x} = \cos k(-\Delta x) + i \sin(-\Delta x) = \cos k(\Delta x) - i \sin(\Delta x)$$

$$e^{ik\Delta x} + e^{-ik\Delta x} = 2 \cos k(\Delta x)$$

Maka

$$B^{\Delta t} = 2 \cos k (\Delta x) - 1 \text{ dan } B^{\Delta t} = 1 - 2 \cos k (\Delta x)$$

Nilai maksimum dari  $\cos k (\Delta x)$  adalah 1 maka

$$B^{\Delta t} = 2(1) - 1 = 1 \text{ dan } B^{\Delta t} = 1 - 2(1) = -1$$

Jadi,  $|B^{\Delta t}| \leq 1$

Berdasarkan syarat kestabilan dan konvergen metode beda hingga  $|B^{\Delta t}| \leq 1$  maka pada penyelesaian model penelusuran banjir gelombang difusi dengan menggunakan metode *Lax-Friedrichs* memenuhi syarat kestabilan dan konvergen yaitu  $|B^{\Delta t}| \leq 1$ , sehingga dapat dikatakan stabil dan konvergen.

## 4.2 Pembuatan Program

Matlab merupakan software yang digunakan dalam menyelesaikan model penelusuran banjir gelombang difusi yang akan diteliti dengan kecepatan aliran rata-rata yang berbeda dan menggunakan pias sebanyak 20 dan 300 untuk mengetahui debit aliran banjir.

Pembuatan program ini menggunakan metode *Lax-Friedrichs* dengan *input* yang akan dimasukkan dalam program ini berupa kedalaman air rata-rata, lebar saluran, panjang ruas saluran, kondisi batas hulu, kondisi batas hilir serta debit awal. Sehingga, *output* yang dihasilkan akan berupa grafik hasil penyelesaian model penelusuran banjir gelombang difusi dengan menggunakan metode *Lax-Friedrichs*.

### 4.2.1 Input

*Input* parameter yang digunakan adalah kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar 2 m/s, 4 m/s dan 6 m/s. Selain itu diinputkan nilai-nilai yang telah ditetapkan yaitu panjang ruas saluran ( $L$ ) = 15.000 m, lebar saluran ( $b$ ) = 50 m, koefisien Chezy ( $C$ ) = 50.2 m<sup>0,5</sup>/s, kedalaman air rata-rata ( $h$ ) = 4 m, kondisi batas hulu ( $Q_a$ ) = 25 m<sup>3</sup>/s, kondisi batas hilir ( $Q_b$ ) = 20 m<sup>3</sup>/s, debit awal ( $Q_0$ ) = 25 m<sup>3</sup>/s, jari-jari hidraulic  $R = h$ , luas penampang saluran  $A = b \times h$ , selang jarak  $dX = L/m$ , kecepatan gelombang banjir  $c1 = \frac{3}{2} \times v1$  dan koefisien difusi  $D = C^2 \times A^2 \times R / (2 \times b \times Q_0)$ .

### 4.2.2 Penulisan *Input*

Pada pembuatan program terdapat parameter-parameter yang harus di *input*.

Penulisan programnya adalah sebagai berikut

```
clear all; close all
clc;
disp('-----');
disp('| SIMULASI MODEL PENELUSURAN BANJIR (FLOOD ROUTING) |');
disp('| MENGGUNAKAN METODE Lax-Friedrichs |');
disp('|-----|');
%Nilai-nilai parameter yang diinput:
v1=2;
dt=1; %Selang waktu (s)
detik=60/dt;
waktu=3600/dt; %3600
%Nilai-nilai parameter yang ditentukan:
m =20;% input ('Banyaknya pias pada Ruas saluran/sungai: ');
L=15000; %Panjang ruas saluran/sungai (m;ft)
b=50; %lebar saluran/sungai (m;ft)
C=50.2; %koefisien Chezy (m0.5/s)
h=4; %kedalaman air rata-rata (m;ft)
R=h; %jari-jari hidraulic (m;ft)
A=b*h; %Luas penampang saluran (m2;ft2)
Qa=25; %kondisi batas hulu Debit (m3/s; cfs)
Qb=0.2; %kondisi batas hilir Debit (m3/s; cfs)
Q0=25; %debit awal (m3/s; cfs)
Q=20; %debit rata-rata (m3/s; cfs)
dX=L/m; %selang jarak (m;ft)
c1 = 3/2*v1; %kecepatan gelombang banjir (celerity) (m/s)
D=C2*A2*R/(2*b*Q0); %koefisien difusi ( m2/s)
```

### 4.2.3 Penulisan Diskritisasi

Penulisan program untuk diskritisasi yang telah dilakukan adalah sebagai berikut

```
B(i,i)=(2*D*dt)/(dx^2);%(2*D*dt)/(dx^2);
if i<m
A(i,i+1)=(1/(2))-((c1*dt)/(2*dx))+((D*dt)/(dx^2));%((dx^2)-
(c1*dt*dx^2)+(2*D*dt))/(2*dx^2);
A(i+1,i)=(1/(2))+((c1*dt)/(2*dx))+((D*dt)/(dx^2));%((dx^2)+(c1*dt*
dx^2)+(2*D*dt))/(2*dx^2);
```

### 4.2.4 Penulisan Perhitungan Matriks

Perhitungan matriks yang telah dilakukan akan dimasukkan dalam program dengan penulisan program sebagai berikut

```
if i==1
P1=R3'; %Qn=Qn-1
Pn=A*P1-B*P0;
```

```

Pn(1)=Qa; Pn(m)=Qb;
end
end
if i~=1
P0=P1;
P1=Pn;
Pn=A*P1-B*P0;
Pn(1)=Q0;
Pn(m)=Qb;

```

#### 4.2.5 Penulisan Pembagian Waktu

Penulisan program pembagian waktu untuk memperhatikan pengaruh perubahan debit aliran sungai terhadap waktu adalah sebagai berikut

```

data(1,:)=P0;
ket(1)={'Waktu ke- 0'};
elseif i==60/dt
data(2,:)=Pn;
ket(2)={'Waktu ke- 60'};
elseif i==120/dt
data(3,:)=Pn;
ket(3)={'Waktu ke- 120'};
elseif i==180/dt
data(4,:)=Pn;
ket(4)={'Waktu ke- 180'};
elseif i==240/dt
data(5,:)=Pn;
ket(5)={'Waktu ke- 240'};
elseif i==600/dt
data(6,:)=Pn;
ket(6)={'Waktu ke- 600'};
elseif i==3600/dt
data(7,:)=Pn;
ket(7)={'Waktu ke- 3600'};

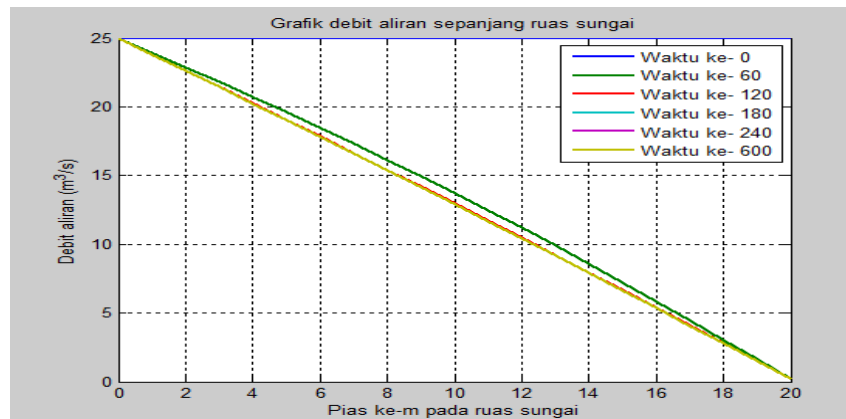
```

#### 4.3 Output

Pada subbab ini dibahas *output* dari program yang telah dibuat dan dijalankan dengan *input*, diskritisasi dan perhitungan matriks yang telah dilakukan sebelumnya menggunakan program matlab dengan membagi pias sebanyak 20 pias dilakukan dengan cara membagi  $x = 15.000 \text{ m}$  dengan 20 pias sehingga didapatkan  $\Delta x = 750 \text{ m}$  dengan  $\Delta t = 1$  detik dan membagi pias sebanyak 300 pias dilakukan dengan cara membagi  $x = 15.000 \text{ m}$  dengan 300 pias sehingga didapatkan  $\Delta x = 50 \text{ m}$  dengan  $\Delta t = 0,001$  detik. Berikut merupakan simulasi dengan kecepatan sebesar  $2 \text{ m/s}$ ,  $4 \text{ m/s}$  dan  $6 \text{ m/s}$ .

## 1. 20 pias

*Output* dari menjalankan program yang pertama dengan pias sebanyak 20 pias dan menggunakan kecepatan aliran rata-rata sebesar  $2\text{ m/s}$ . sehingga didapatkan grafik pengaruh kecepatan aliran rata-rata terhadap debit aliran sungai sebagai berikut.

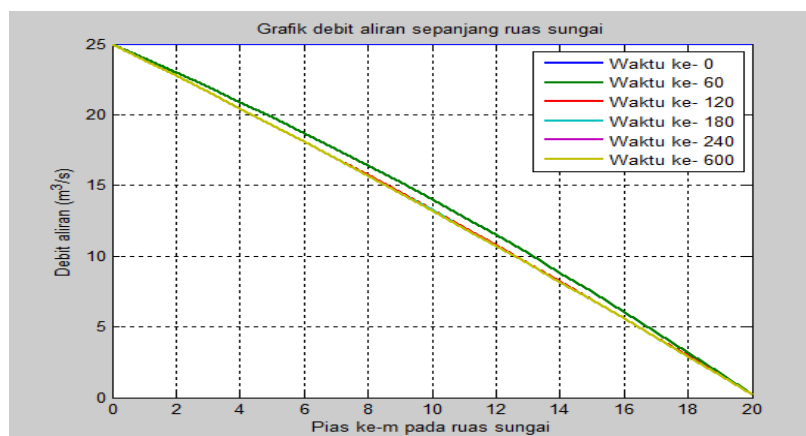


**Gambar 4.1 Debit Aliran dengan Kecepatan Aliran Sebesar  $2\text{ m/s}$  dan pias**

**20**

Gambar 4.1 merupakan grafik aliran dengan kecepatan sebesar  $2\text{ m/s}$  dan pias 20 selama 3600 detik atau 1 jam, dari grafik dapat dilihat bahwa debit aliran turun secara terus menerus dari waktu 60 detik hingga 3600 detik dan juga terus menerus menurun dari  $x = 0$  sampai  $x = 15.000$ .

*Output* dari menjalankan program yang kedua dengan pias sebanyak 20 dan menggunakan kecepatan aliran rata-rata sebesar  $4\text{ m/s}$ . sehingga didapatkan grafik pengaruh kecepatan aliran rata-rata terhadap debit aliran sungai sebagai berikut.



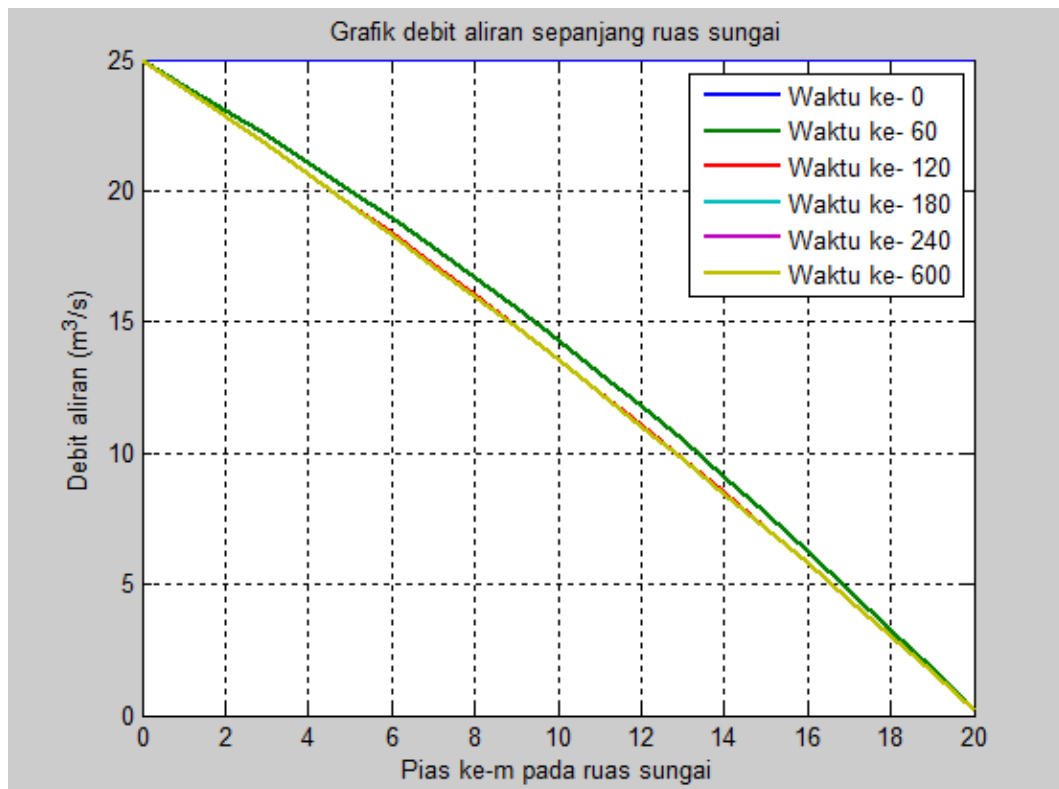
**Gambar 4.2 Debit Aliran dengan Kecepatan Aliran Sebesar  $4\text{ m/s}$  dan pias**

**20**



Gambar 4.2 merupakan grafik aliran dengan kecepatan sebesar  $4 \text{ m/s}$  dan pias 20 selama 3600 detik atau 1 jam, dari grafik dapat dilihat bahwa debit aliran turun secara terus menerus dari waktu 60 detik hingga 3600 detik dan juga terus menerus menurun dari  $x = 0$  sampai  $x = 15.000$ .

*Output* dari menjalankan program yang ketiga dengan pias sebanyak 20 pias dan menggunakan kecepatan aliran rata-rata sebesar  $6 \text{ m/s}$ . sehingga didapatkan grafik pengaruh kecepatan aliran rata-rata terhadap debit aliran sungai sebagai berikut.



**Gambar 4.3 Debit Aliran dengan Kecepatan Aliran Sebesar  $6 \text{ m/s}$  dan pias**

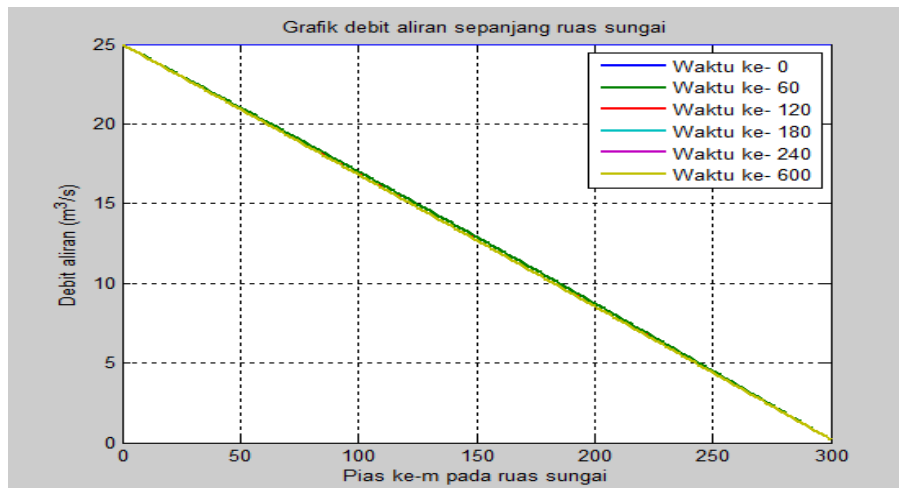
**20**

Gambar 4.3 merupakan grafik aliran dengan kecepatan sebesar  $6 \text{ m/s}$  dan pias 20 selama 3600 detik atau 1 jam, dari grafik dapat dilihat bahwa debit aliran turun secara terus menerus dari waktu 60 detik hingga 3600 detik dan juga terus menerus menurun dari  $x = 0$  sampai  $x = 15.000$ .

Dari ketiga gambar simulasi aliran dengan kecepatan rata-rata yang berbeda dan pias sebanyak 20 pias menggunakan metode *Lax-Friedrichs* memiliki selisih yang sangat tipis terhadap kurun waktu yang berbeda.

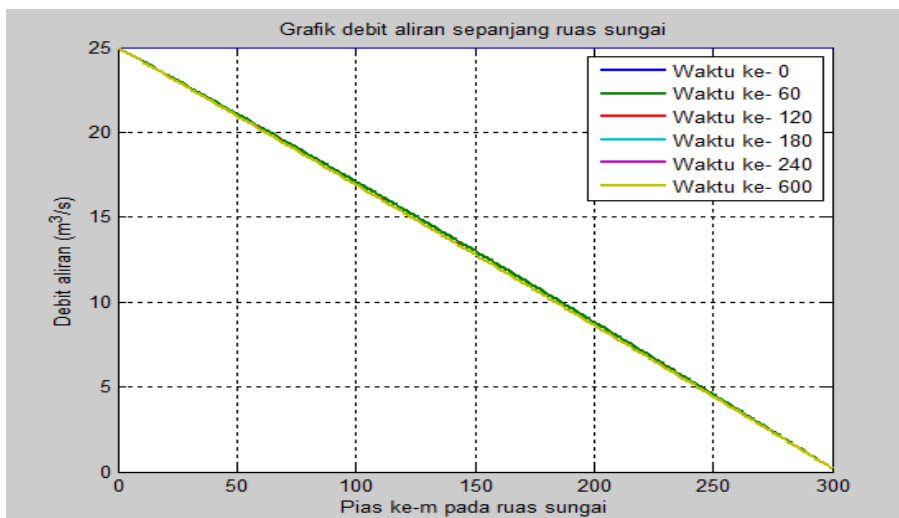
## 2. 300 pias

*Output* dari menjalankan program yang pertama dengan pias sebanyak 300 pias dan menggunakan kecepatan aliran rata-rata sebesar  $2\text{ m/s}$ . sehingga didapatkan grafik pengaruh kecepatan aliran rata-rata terhadap debit aliran sungai sebagai berikut.



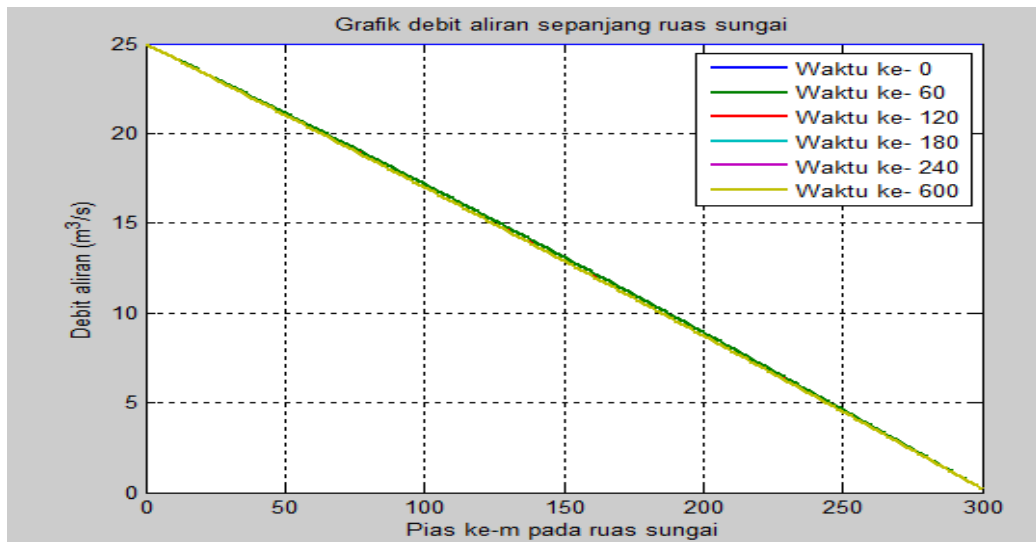
**Gambar 4.4 Debit Aliran dengan Kecepatan Aliran sebesar  $2\text{ m/s}$  dan pias 300**

*Output* dari menjalankan program yang kedua dengan pias sebanyak 300 pias dan menggunakan kecepatan aliran rata-rata sebesar  $4\text{ m/s}$ . sehingga didapatkan grafik pengaruh kecepatan aliran rata-rata terhadap debit aliran sungai pada Gambar 4.5.



**Gambar 4.5 Debit Aliran dengan Kecepatan Aliran sebesar  $4\text{ m/s}$  dan pias 300**

*Output* dari menjalankan program yang ketiga dengan pias sebanyak 300 pias dan menggunakan kecepatan aliran rata-rata sebesar  $6\text{ m/s}$ . sehingga didapatkan grafik pengaruh kecepatan aliran rata-rata terhadap debit aliran sungai sebagai berikut.



**Gambar 4.6 Debit Aliran dengan Kecepatan Aliran sebesar  $6\text{ m/s}$  dan pias 300**

Gambar 4.4, Gambar 4.5, dan Gambar 4.6 merupakan grafik aliran dengan kecepatan sebesar  $2\text{ m/s}$ ,  $4\text{ m/s}$ ,  $6\text{ m/s}$  dan pias 300 selama 3600 detik atau 1 jam, dari grafik dapat dilihat bahwa debit aliran turun secara terus menerus dari waktu 60 detik hingga 3600 detik dan juga terus menerus menurun dari  $x = 0$  sampai  $x = 15.000$ , dari Gambar 4.4, Gambar 4.5 dan Gambar 4.6 sebenarnya memiliki selisih untuk setiap waktunya akan tetapi perbedaan dari setiap perubahan waktunya sangat sedikit sehingga grafik terlihat seperti hanya memiliki satu garis. Ketiga gambar Grafik tersebut sebenarnya juga memiliki bentuk yang sedikit cekung hanya saja tingkat kecekungannya sangat sedikit sehingga terlihat seperti garis lurus.

#### 4.4 Hasil dan Validasi

Pada subbab ini dibahas hasil program yang telah dijalankan dan validasi hasil yang telah didapatkan. Dapat dilihat dari grafik pada gambar 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5 dan 4.6 memiliki besaran debit aliran yang berbeda untuk setiap kecepatan aliran rata-rata yang berbeda.

##### 4.4.1 Hasil

1. Debit aliran dengan kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar  $2\text{ m/s}$  dan pias sebanyak 20

**Tabel 4.1 Tabel Debit Aliran dengan Kecepatan  $2\text{ m/s}$  Pias Sebanyak 20**

$t$	Debit aliran ( $m^3/s$ )		
	$x = 750m$	$x = 7.500m$	$x = 15.000$
0	25.0000	25.0000	25.0000
60	23.9443	13.7225	0.2000
120	23.8252	12.9553	0.2000
180	23.8193	12.9172	0.2000
240	23.8190	12.9153	0.2000
600	23.8190	12.9152	0.2000
3600	23.8190	12.9152	0.2000

Dari Tabel 4.1 dapat dilihat bahwa debit aliran dengan kecepatan  $2\text{ m/s}$  dan pias sebanyak 20 pada panjang sungai  $x = 750\text{ m}$  dengan waktu 0 detik adalah sebesar  $25.0000\text{ m}^3/s$  sedangkan pada waktu 60 menurun menjadi  $23.9443\text{ m}^3/s$  dan menurun hingga pada waktu 3600 detik debit aliran menjadi  $23.8190\text{ m}^3/s$ . Debit aliran menurun terus menerus hingga  $x = 15.000\text{ m}$  dimana debit alirannya berubah menjadi  $0.2000\text{ m}^3/s$  tetapi untuk posisi awal atau pada waktu 0 detik debitnya tidak berubah sebesar  $25.0000\text{ m}^3/s$  di semua titik  $x$ . sehingga untuk pengaruh kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar  $2\text{ m/s}$  terhadap debit aliran, pada posisi akhir atau pada waktu 3600 detik aliran menurun dari  $23.8190\text{ m}^3/s$  menjadi  $0.2000\text{ m}^3/s$  dengan panjang aliran sungai  $15.000\text{ m}$ .

2. Debit aliran dengan kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar  $4 \text{ m/s}$  dan pias sebanyak 20

**Tabel 4.2 Tabel Debit Aliran dengan Kecepatan  $4 \text{ m/s}$  Pias Sebanyak 20**

$t$	Debit aliran ( $\text{m}^3/\text{s}$ )		
	$x = 750\text{m}$	$x = 7.500\text{m}$	$x = 15.000$
0	25.0000	25.0000	25.0000
60	23.9952	14.0144	0.2000
120	23.8820	13.2688	0.2000
180	23.8764	13.2319	0.2000
240	23.8761	13.2300	0.2000
600	23.8761	13.2299	0.2000
3600	23.8761	13.2299	0.2000

Dari Tabel 4.2 dapat dilihat bahwa debit aliran dengan kecepatan  $4 \text{ m/s}$  dan pias sebanyak 20 pada panjang sungai  $x = 750 \text{ m}$  dengan waktu 0 detik adalah sebesar  $25.0000 \text{ m}^3/\text{s}$  sedangkan pada waktu 60 menurun menjadi  $23.9952 \text{ m}^3/\text{s}$  dan menurun hingga pada waktu 3600 detik debit aliran menjadi  $23.8761 \text{ m}^3/\text{s}$ . Debit aliran menurun terus menerus hingga  $x = 15.000 \text{ m}$  dimana debit alirannya berubah menjadi  $0.2000 \text{ m}^3/\text{s}$  tetapi untuk posisi awal atau pada waktu 0 detik debitnya tidak berubah sebesar  $25.0000 \text{ m}^3/\text{s}$  di semua titik  $x$ . sehingga untuk pengaruh kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar  $4 \text{ m/s}$  terhadap debit aliran, pada posisi akhir atau pada waktu 3600 detik aliran menurun dari  $23.8761 \text{ m}^3/\text{s}$  menjadi  $0.2000 \text{ m}^3/\text{s}$  dengan panjang aliran sungai  $15.000 \text{ m}$ .

3. Debit aliran dengan kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar  $6 \text{ m/s}$  dan pias sebanyak 20

**Tabel 4.3 Tabel Debit Aliran dengan Kecepatan  $6 \text{ m/s}$  Pias Sebanyak 20**

$t$	Debit aliran ( $\text{m}^3/\text{s}$ )		
	$x = 750\text{m}$	$x = 7.500\text{m}$	$x = 15.000$
0	25.0000	25.0000	25.0000
60	24.0443	14.3044	0.2000

120	23.9370	13.5814	0.2000
180	23.9317	13.5457	0.2000
240	23.9314	13.5440	0.2000
600	23.9314	13.5439	0.2000
3600	23.9314	13.5439	0.2000

Dari Tabel 4.3 dapat dilihat bahwa debit aliran dengan kecepatan  $6 \text{ m/s}$  dan pias sebanyak 20 pada panjang sungai  $x = 750 \text{ m}$  dengan waktu 0 detik adalah sebesar  $25.0000 \text{ m}^3/\text{s}$  sedangkan pada waktu 60 menurun menjadi  $24.0443 \text{ m}^3/\text{s}$  dan menurun hingga pada waktu 3600 detik debit aliran menjadi  $23.9314 \text{ m}^3/\text{s}$ . Debit aliran menurun terus menerus hingga  $x = 15.000 \text{ m}$  dimana debit alirannya berubah menjadi  $0.2000 \text{ m}^3/\text{s}$  tetapi untuk posisi awal atau pada waktu 0 detik debitnya tidak berubah sebesar  $25.0000 \text{ m}^3/\text{s}$  di semua titik  $x$ . sehingga untuk pengaruh kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar  $6 \text{ m/s}$  terhadap debit aliran, pada posisi akhir atau pada waktu 3600 detik aliran menurun dari  $23.9314 \text{ m}^3/\text{s}$  menjadi  $0.2000 \text{ m}^3/\text{s}$  dengan panjang aliran sungai  $15.000 \text{ m}$ .

4. Debit aliran dengan kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar  $2 \text{ m/s}$  dan pias sebanyak 300

**Tabel 4.4 Tabel Debit Aliran dengan Kecepatan  $2 \text{ m/s}$  Pias Sebanyak 300**

$t$	Debit aliran ( $\text{m}^3/\text{s}$ )		
	$x = 50\text{m}$	$x = 7.500\text{m}$	$x = 15.000$
0	25.0000	25.0000	25.0000
60	24.9209	12.9190	0.2000
120	24.9187	12.7019	0.2000
180	24.9186	12.6989	0.2000
240	24.9186	12.6988	0.2000
600	24.9186	12.6988	0.2000
3600	24.9186	12.6988	0.2000

Dari Tabel 4.4 dapat dilihat bahwa debit aliran dengan kecepatan  $2 \text{ m/s}$  dan pias sebanyak 300 pada panjang sungai  $x = 50 \text{ m}$  dengan waktu 0 detik adalah sebesar  $25.0000 \text{ m}^3/\text{s}$  sedangkan pada waktu 60 menurun menjadi  $24.9209 \text{ m}^3/\text{s}$  dan menurun hingga pada waktu 3600 detik debit aliran menjadi  $24.9186 \text{ m}^3/\text{s}$ . Debit aliran menurun terus menerus hingga  $x = 15.000 \text{ m}$  dimana debit alirannya berubah menjadi  $0.2000 \text{ m}^3/\text{s}$  tetapi untuk posisi awal atau pada waktu 0 detik debitnya tidak berubah sebesar  $25.0000 \text{ m}^3/\text{s}$  di semua titik  $x$ . sehingga untuk pengaruh kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar  $2 \text{ m/s}$  terhadap debit aliran, pada posisi akhir atau pada waktu 3600 detik aliran menurun dari  $24.9186 \text{ m}^3/\text{s}$  menjadi  $0.2000 \text{ m}^3/\text{s}$  dengan panjang aliran sungai  $15.000 \text{ m}$ .

5. Debit aliran dengan kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar  $4 \text{ m/s}$  dan pias sebanyak 300

**Tabel 4.5 Tabel Debit Aliran dengan Kecepatan  $4 \text{ m/s}$  Pias Sebanyak 300**

$t$	Debit aliran ( $\text{m}^3/\text{s}$ )		
	$x = 50\text{m}$	$x = 7.500\text{m}$	$x = 15.000$
0	25.0000	25.0000	25.0000
60	24.9222	13.0159	0.2000
120	24.9200	12.8007	0.2000
180	24.9199	12.7977	0.2000
240	24.9199	12.7977	0.2000
600	24.9199	12.7977	0.2000
3600	24.9199	12.7977	0.2000

Dari Tabel 4.5 dapat dilihat bahwa debit aliran dengan kecepatan  $4 \text{ m/s}$  dan pias sebanyak 300 pada panjang sungai  $x = 50 \text{ m}$  dengan waktu 0 detik adalah sebesar  $25.0000 \text{ m}^3/\text{s}$  sedangkan pada waktu 60 menurun menjadi  $24.9222 \text{ m}^3/\text{s}$  dan menurun hingga pada waktu 3600 detik debit aliran menjadi  $24.9199 \text{ m}^3/\text{s}$ . Debit aliran menurun terus menerus hingga  $x = 15.000 \text{ m}$  dimana debit alirannya berubah menjadi  $0.2000 \text{ m}^3/\text{s}$  tetapi untuk posisi awal atau pada waktu 0 detik debitnya tidak berubah sebesar  $25.0000 \text{ m}^3/\text{s}$  di semua titik  $x$ . sehingga untuk pengaruh kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar  $4 \text{ m/s}$  terhadap debit aliran, pada

posisi akhir atau pada waktu 3600 detik aliran menurun dari  $24.9199 \text{ m}^3/\text{s}$  menjadi  $0.2000 \text{ m}^3/\text{s}$  dengan panjang aliran sungai  $15.000 \text{ m}$ .

6. Debit aliran dengan kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar  $6 \text{ m/s}$  dan pias sebanyak 300

**Tabel 4.6 Tabel Debit Aliran dengan Kecepatan  $6 \text{ m/s}$  Pias Sebanyak 300**

$t$	Debit aliran ( $\text{m}^3/\text{s}$ )		
	$x = 50\text{m}$	$x = 7.500\text{m}$	$x = 15.000$
0	25.0000	25.0000	25.0000
60	24.9234	13.1129	0.2000
120	24.9212	12.8995	0.2000
180	24.9212	12.8965	0.2000
240	24.9212	12.8965	0.2000
600	24.9212	12.8965	0.2000
3600	24.9212	12.8965	0.2000

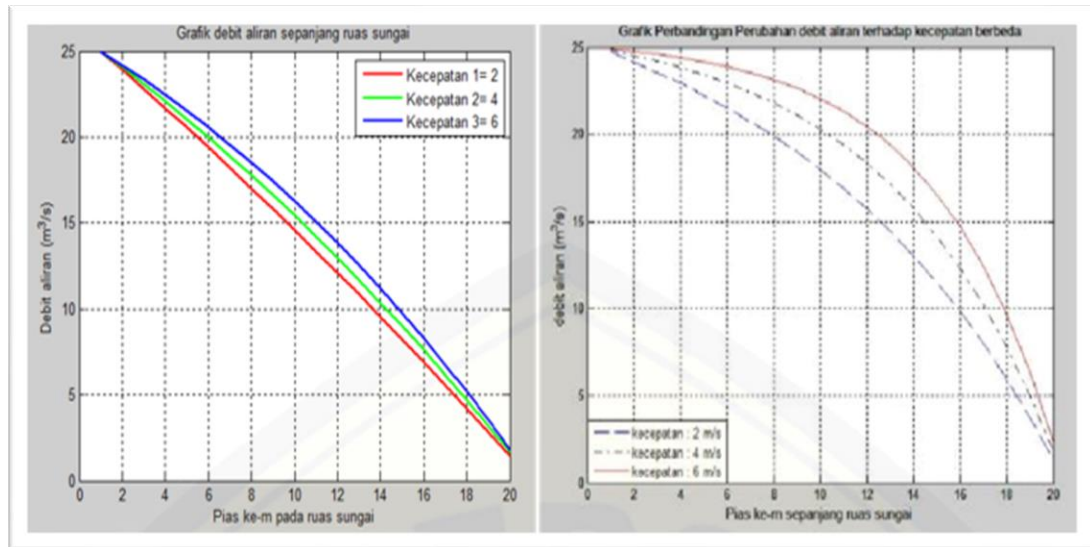
Dari Tabel 4.6 dapat dilihat bahwa debit aliran dengan kecepatan  $6 \text{ m/s}$  dan pias sebanyak 300 pada panjang sungai  $x = 50 \text{ m}$  dengan waktu 0 detik adalah sebesar  $25.0000 \text{ m}^3/\text{s}$  sedangkan pada waktu 60 menurun menjadi  $24.9234 \text{ m}^3/\text{s}$  dan menurun hingga pada waktu 3600 detik debit aliran menjadi  $24.9212 \text{ m}^3/\text{s}$ . Debit aliran menurun terus menerus hingga  $x = 15.000 \text{ m}$  dimana debit alirannya berubah menjadi  $0.2000 \text{ m}^3/\text{s}$  tetapi untuk posisi awal atau pada waktu 0 detik debitnya tidak berubah sebesar  $25.0000 \text{ m}^3/\text{s}$  di semua titik  $x$ . sehingga untuk pengaruh kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar  $6 \text{ m/s}$  terhadap debit aliran, pada posisi akhir atau pada waktu 3600 detik aliran menurun dari  $24.9212 \text{ m}^3/\text{s}$  menjadi  $0.2000 \text{ m}^3/\text{s}$  dengan panjang aliran sungai  $15.000 \text{ m}$ .

#### 4.4.2 Validasi

Pada subbab ini *output* yang dihasilkan dari menjalankan program penelusuran banjir gelombang difusi bentuk menggunakan metode *Lax-Friedrichs* diverifikasi kebenarannya dengan membandingkan grafik hasil penyelesaian menggunakan metode *Lax-Friedrichs* dengan grafik penyelesaian menggunakan



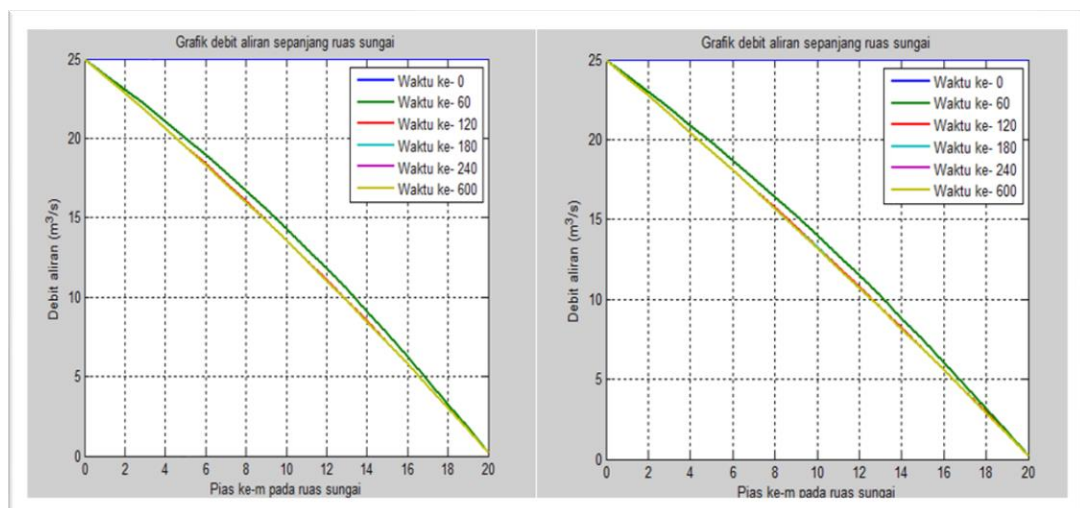
metode *Dufort-Frankel* yang dilakukan oleh Rima (2015) dan grafik penyelesaian metode volume hingga dengan diskritisasi menggunakan metode QUICK yang dilakukan oleh Siing (2011). Perbandingan grafik hasil dari ketiga metode tersebut dapat dilihat pada Gambar 4.7



(a)

(b)

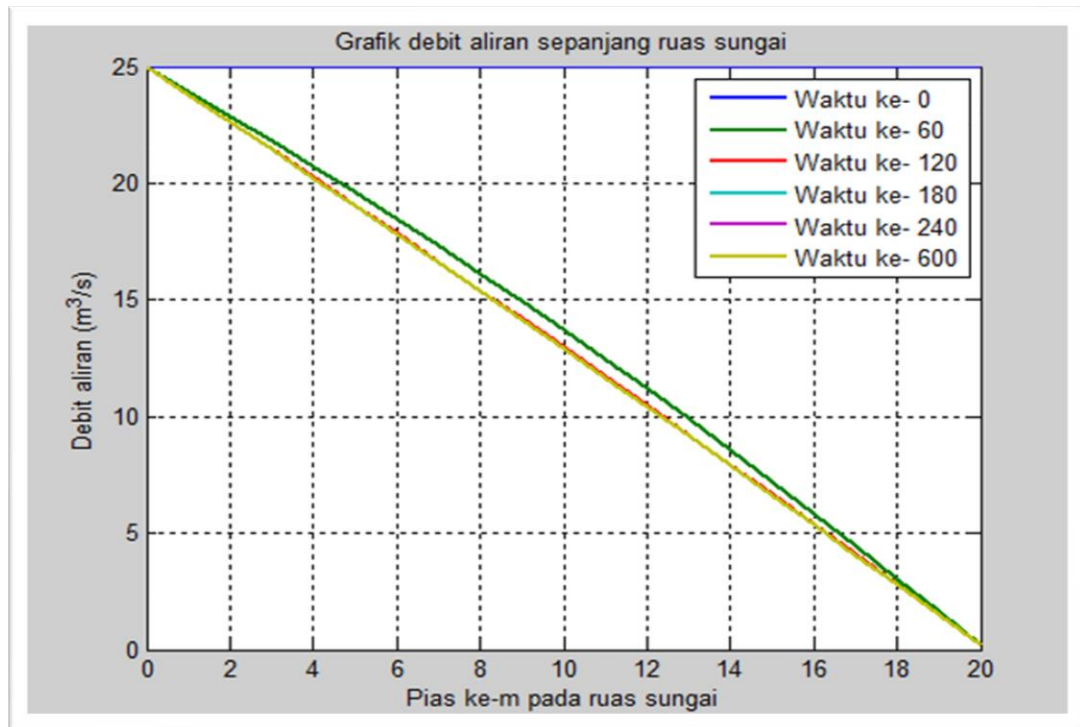
**Gambar 4.7 Grafik debit aliran (a) Metode Dufort-Frankel Rima (2015) (b) Metode Volume Hingga Siing (2011)**



(c)

(d)

**Gambar 4.8 Grafik debit aliran (c) Metode *Lax-Friedrichs* dengan ( $v$ ) sebesar 2  $m/s$  (d) Metode *Lax-Friedrichs* dengan ( $v$ ) sebesar 4  $m/s$**



**Gambar 4.9 Grafik debit aliran (e) Metode *Lax-Friedrichs* dengan ( $v$ ) sebesar  $6\text{ m/s}$**

Selanjutnya akan dibahas pengaruh kecepatan aliran rata-rata terhadap debit aliran pada waktu simulasi sebesar 3600 detik pada pias sebanyak 20, besar debit aliran yang dihasilkan dapat dilihat pada Tabel 4.7

**Tabel 4.7 Tabel Debit Aliran dengan Kecepatan  $2\text{ m/s}$ ,  $4\text{ m/s}$ , dan  $6\text{ m/s}$  Pias 20**

Pias	Panjang Saluran	Debit aliran( $\text{m}^3/\text{s}$ )		
		$v = 2\text{ m/s}$	$v = 4\text{ m/s}$	$v = 6\text{ m/s}$
1	750	23.8190	23.8761	23.9314
2	1.500	22.6319	22.7407	22.8464
3	2.250	21.4388	21.5938	21.7447
4	3.000	20.2397	20.4351	20.6261
5	3.750	19.0344	19.2645	19.4903
6	4.500	17.8230	18.0820	18.3370
7	5.250	16.6053	16.8874	17.1660
8	6.000	15.3815	15.6807	15.9770
9	6.750	14.1515	14.4615	14.7697

10	7.500	12.9152	13.2299	13.5439
11	8.250	11.6725	11.9857	12.2992
12	9.000	10.4236	10.7288	11.0354
13	9.750	9.1683	9.4591	9.7522
14	10.500	7.9065	8.1764	8.4492
15	11.250	6.6384	6.8806	7.1262
16	12.000	5.3638	5.5715	5.7829
17	12.750	4.0827	4.2490	4.4190
18	13.500	2.7950	2.9130	3.0340
19	14.250	1.5008	1.5634	1.6278
20	15.000	0.2000	0.2000	0.2000

Pada Tabel 4.7 menunjukkan bahwa dengan kecepatan aliran yang berbeda dapat diketahui semakin besar kecepatan aliran rata-rata maka semakin besar pula debit aliran air yang dihasilkan. Hal ini sesuai dengan hukum fisika  $Q = AV$ , yang berarti bahwa debit aliran berbanding lurus dengan kecepatan aliran. Sehingga dapat diverifikasi bahwa metode *Lax-Friedrichs* mempunyai bentuk yang hampir sama dengan metode beda hingga yang telah diteliti oleh Siing (2011), yaitu dengan kecepatan semakin bertambah maka grafik aliran akan semakin cekung.

#### 4.5 Pembahasan

Berdasarkan hasil menggunakan metode *Lax-Friedrichs* dengan kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar  $2\text{ m/s}$ ,  $4\text{ m/s}$ , dan  $6\text{ m/s}$ . Waktu selama 1 jam dan panjang saluran  $15.000\text{ m}$  dengan dibagi sebanyak 20 pias, didapatkan bahwa semakin menjauhi hulu sungai maka semakin kecil debit aliran yang ditimbulkan aliran sungai tersebut. Selanjutnya semakin besar waktu aliran di  $x = 7.500\text{ m}$  dan  $x = 15.000\text{ m}$  pada pias sebanyak 20 maka debit aliran semakin kecil tetapi untuk debit  $x = 750\text{ m}$  debit aliran akan terus menurun hingga waktu ke-240 detik, untuk pias sebanyak 300 pias dengan kecepatan aliran rata-rata sebesar  $2\text{ m/s}$  dan  $4\text{ m/s}$  terus menurun hingga waktu ke-180 detik dan mendapatkan hasil yang sama untuk waktu ke-180 hingga waktu ke-3600 detik yang mengakibatkan garis pada grafik bertumpuk sedangkan untuk pias sebanyak 300 pias kecepatan sebesar  $6\text{ m/s}$

menurun hanya pada waktu ke-60 dan mendapatkan hasil yang sama untuk waktu ke-120 detik hingga waktu ke-3600 detik . Pengaruh debit aliran terhadap waktu yang dihasilkan menggunakan metode *Lax-Friedrichs* memiliki hasil yang hampir sama sehingga memiliki grafik dengan garis yang hampir setiap titiknya bertumpuk, dapat juga dilihat dari tabel 4.4, 4.5 dan 4.6 juga dapat dilihat bahwa debit aliran yang dihasilkan untuk keadaan waktu yang berbeda dan kecepatan rata-rata aliran ( $v$ ) sebesar  $2\text{ m/s}$ ,  $4\text{ m/s}$ , dan  $6\text{ m/s}$  memiliki hasil yang sama pada beberapa waktu, dimana seharusnya debit aliran dalam satu pias yang sama akan terus menurun seiring berjalannya waktu yang dimana air akan selalu menyesuaikan bentuknya dengan bentuk salurannya, dalam hal ini dapat diasumsikan bahwa metode *Lax-Friedrichs* kurang cocok untuk kasus ini. Metode *Lax-Friedrichs* didalam buku *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems* (Leveque, 2004) stabil dan akurat untuk  $\Delta t$  yang cukup kecil dan memiliki keakuratan tingkat satu dimana persamaan model penelusuran banjir gelombang difusi menggunakan persamaan diferensial parsial orde dua. Validasi yang telah dilakukan dapat dilihat bahwa grafik yang dihasilkan dengan menggunakan metode *Lax-Friedrichs* memiliki kecekungan yang rendah dan selisih antara pengaruh debit aliran terhadap waktunya sangat sedikit sedangkan hasil yang telah dilakukan oleh peneliti sebelumnya dengan metode yang berbeda memiliki tingkat kecekungan yang tinggi dan memiliki selisih pengaruh debit aliran terhadap waktunya cukup besar, hal ini dikarenakan metode *Lax-Friedrichs* termasuk metode eksplisit dimana metode ini memiliki kelemahan terhadap langkah waktu yang panjang.

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada bab 4 kesimpulan yang dapat diambil dari hasil penyelesaian model penelusuran banjir gelombang difusi bentuk konservatif dengan menggunakan metode *Lax-Friedrichs* yaitu sebagai berikut:

1. Berdasarkan hasil yang didapat dengan membagi pias sebanyak 20 pias menghasilkan grafik pengaruh debit aliran terhadap waktu memiliki hasil yang stabil akan tetapi untuk beberapa waktunya memiliki hasil yang sama dan menghasilkan grafik dengan garis yang hampir setiap titiknya bertumpuk sehingga metode *Lax-Friedrichs* dapat menyelesaikan model penelusuran banjir gelombang difusi bentuk konservatif.
2. Berdasarkan hasil yang didapat dengan membagi pias sebanyak 300 pias dalam kasus ini metode *Lax-Friedrichs* mendapatkan hasil dengan titik yang banyak bertumpuk dan tingkat kecekungan yang sangat rendah sehingga grafik yang dihasilkan terlihat lurus dan bertumpuk.
3. Berdasarkan hasil yang didapat dengan kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar 2  $m/s$ , 4  $m/s$ , dan 6  $m/s$  dengan pias sebanyak 20 pada Tabel 4.7 dapat dilihat bahwa debit aliran yang dihasilkan berbanding lurus dengan kecepatan aliran rata-rata hal ini memenuhi hukum fisika yaitu  $Q = AV$

Berdasarkan dari ketiga kesimpulan diatas dapat disimpulkan bahwa Metode *Lax-Friedrichs* dapat menyelesaikan model penelusuran banjir gelombang difusi bentuk konservatif, akan tetapi dari validasi dan pembahasan hasil yang didapat menggunakan metode *Lax-Friedrichs* kurang cocok untuk kasus ini.

#### 5.2 Saran

Metode *Lax-Friedrichs* kurang cocok untuk permasalahan pada penelitian ini, maka untuk penelitian berikutnya penulis menyarankan untuk menggunakan metode numerik lainya dengan metode implisit sehingga memperoleh hasil yang lebih baik dan optimal.

## DAFTAR PUSTAKA

- Achmad, M., 2011. Hidrologi Teknik. Makasar: Universitas Hasanuddin.
- Agus, S., 2021. Penyelesaian Persamaan Diferensial Gelombang Tsunami dengan menggunakan Metode *Lax-Friedrichs*, *skripsi*, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Bengkulu, Bengkulu.
- Apsley David., 2007. *Computational Fluid Dynamic*, Lecture Handout, University of Manchester, Manchester.
- Caretto , L., 2002. *Computational Fluid Dynamics*. California.
- Chagas, P. F., 2010. *Aplication of Mathematical Modeling to Study Flood Wave Beahvior in Natural Rivers as Function of Hydraulic and Hydrological Parameters of the Basin*, Hydrology Days, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, Ceará, Brazil.
- Chow, V. T., 1992. Hidrolika Saluran Terbuka. Jakarta: Erlangga.
- Gosiorowski, D., dan Szymkiewicz, R., 2007. *Mass And Momentum Conservation In The Simplified Flood Routing Models*, *Jurnal of Hydrology*, 346: 51-58.
- Hidayat, R. 2006. Persamaan Diferensial Parsial. Jember: Jember University Press
- Hoffman, J. D., 2001. *Numerical Methods for Engineers and Scientists*. New York.
- Kodoatie, R., 2002. Hidrolika Terapan Aliran Pada Saluran Terbuka dan Pipa. Yogyakarta: Andi.
- Leveque, R.J., 2004. *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*, Cambridge University Press, New York.
- Novak, P., Guinot, V., Jeffrey, A. and Reeve, D.E., 2010. *Hydraulic Modeling an Introduction. Principles, Methods and Application*. New York: Spon Press.
- Rima, L., 2015. Analisis Model Penelusuran Banjir Gelombang Difusi Dengan Metode Dufort-Frankel, *skripsi*, Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember, Jember.
- Sari, I.P., 2016, Penyelesaian Persamaan Gelombang Air Dangkal dengan Beberapa Metode Numeris, *Skripsi*, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Sanata Dharma Yogyakarta, Yogyakarta.
- Siing.M., & Widodo. B., (2011). Penyelesaian Model Matematika Penelusuran Banjir Gelombang Difusi (*Diffusion Wave Flood Routing*). *Prosiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA*, Universitas Yogyakarta, Yogyakarta.

Soemarto, C. D. (1987). Hidrologi teknik. Surabaya, Indonesia.

Tikno, S., 2002. Penerapan Metode Penelusuran Banjir (*Flood Routing*) untuk Program Pengendalian dan Sistem Peringatan Dini Banjir Kasus : Sungai Ciliwung. Jurnal sains dan Teknologi Modfikasi Cuaca, Universitas Diponegoro. 53-60.

# LAMPIRAN



## Lampiran 1. Scrip Program Penelusuran Banjir Gelombang Difusi

```

clear all; close all
clc;
disp('-----');
disp('| SIMULASI MODEL PENELUSURAN BANJIR (FLOOD ROUTING) |');
disp('| MENGGUNAKAN METODE Lax-Friedrichs |');
disp('-----|');
%Nilai-nilai parameter yang diinput:
v1=2;%kecepatan rata-rata (m/s)
dt=1; %Selang waktu (s)
detik=60/dt;
waktu=3600/dt; %3600
%Nilai-nilai parameter yang ditentukan:
m =20;% input ('Banyaknya pias pada Ruas saluran/sungai: ');
L=15000; %Panjang ruas saluran/sungai (m;ft)
b=50; %lebar saluran/sungai (m;ft)
C=50.2; %koefisien Chezy (m0.5/s)
h=4; %kedalaman air rata-rata (m;ft)
R=h; %jari-jari hidraulic (m;ft)
A=b*h; %Luas penampang saluran (m2;ft2)
Qa=25; %kondisi batas hulu Debit (m3/s; cfs)
Qb=0.2; %kondisi batas hilir Debit (m3/s; cfs)
Q0=25; %debit awal (m3/s; cfs)
Q=20; %debit rata-rata (m3/s; cfs)
dX=L/m; %selang jarak (m;ft)
c1=3/2*v1; %kecepatan gelombang banjir (celerity) (m/s)
D=C^2*A^2*R/(2*b*Q0); %koefisien difusi ( m2/s)
%=====

m=m+1;
dx=dX; R0=ones(m+1,1)*Q0;
% R0=ones(m+1,1)*Qb;
R0(1)=Qa;
%R0(m)=Qb;
for j=1:3
for i=2:m
if i<m
R(i)=R0(i)+dt*(-c1/dx*(R0(i+1)-R0(i))+D/dx^2*(R0(i-1)-
2*R0(i)+R0(i+1)));
else
R(i)=R0(i)+dt*(-c1/dx*(0-R0(i))+D/dx^2*(R0(i-1)-2*R0(i)+0));
end
end
R(1)=Q0;
R(m)=Qb;
R0=R;
if j==2
R3=R;
end
end
%=====

%Proses Perhitungan Persamaan Matriksnya
A1=zeros(m,m);
% P0=ones(m,1)*Qb;
P0=ones(m,1)*Q0;

```

```

%P0 (m)=Qb;
P1=P0;
Pn=P0;
A=zeros (m,m);
B=zeros (m,1);
for i=1:m
B(i,i)=(2*D*dt)/(dx^2);%(2*D*dt)/(dx^2);
if i<m
A(i,i+1)=(1/(2))-((c1*dt)/(2*dx))+((D*dt)/(dx^2));%((dx^2)-
(c1*dt*dx^2)+(2*D*dt))/(2*dx^2);
A(i+1,i)=(1/(2))+((c1*dt)/(2*dx))+((D*dt)/(dx^2));%((dx^2)+(c1*dt*
dx^2)+(2*D*dt))/(2*dx^2);
end
end
%=====
data=[];ket=cell(1);
for i=1:waktu-2 % waktu simulasi
Pn(1)=Q0;
if i==1
% P0=ones(m,1)*Qb;
P0=ones(m,1)*Q0;
P0(1)=Qa;
% P0 (m)=Qb;
%=====
if i==1
P1=R3'; %Qn=Qn-1
Pn=A*P1-B*P0;
Pn(1)=Qa; Pn(m)=Qb;
end
end
if i~=1
P0=P1;
P1=Pn;
Pn=A*P1-B*P0;
Pn(1)=Q0;
Pn(m)=Qb;
end
if mod(i+2, detik)==0
% pause(0.1)
% plot(1:m,Pn,'r');
end
if i==1
data(1,:)=P0;
ket(1)={'Waktu ke- 0'};
elseif i==60/dt
data(2,:)=Pn;
ket(2)={'Waktu ke- 60'};
elseif i==120/dt
data(3,:)=Pn;
ket(3)={'Waktu ke- 120'};
elseif i==180/dt
data(4,:)=Pn;
ket(4)={'Waktu ke- 180'};
elseif i==240/dt
data(5,:)=Pn;
ket(5)={'Waktu ke- 240'};
elseif i==600/dt
data(6,:)=Pn;
ket(6)={'Waktu ke- 600'};

```

```

elseif i==3600/dt
data(7,:)=Pn;
ket(7)={'Waktu ke- 3600'};
end
end
% hold off
% plot(1:m,Pn,'r');
% legend('Metode Lax-Friedrichs');
plot(0:m-1,data,'linewidth',2);
legend(ket)
title('Grafik debit aliran sepanjang ruas sungai');
xlabel('Pias ke-m pada ruas sungai');
ylabel('Debit aliran (m^3/s)');
grid on;
hold on;
fprintf('Waktu 1 \t Waktu 60 \t Waktu 120\n')
fprintf('%1.4f %12.4f %12.4f \n',data(1:3,:))
disp(' ')
fprintf('Waktu 180 \t Waktu 240 \t Waktu 600\n')
fprintf('%1.4f %12.4f %12.4f \n',data(4:6,:))
disp(' ')
fprintf('Debit 1\n')
fprintf('%1.4f \n',Pn)
disp(' ')
%=====

```



KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN  
 UNIVERSITAS BENGKULU  
 FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
 Jalan W.R. Supratman Kandang Limun Bengkulu 38571  
 Telepon / Faksimile : (0736) 342585  
 Laman : <http://www.unib.ac.id>, Email : [dekanat\\_fmipa@unib.ac.id](mailto:dekanat_fmipa@unib.ac.id)

### LEMBAR HASIL TES SIMILARITY

#### Identitas Dokumen

Nama Dokumen : SKRIPSI  
 Format Dokumen : PDF  
 Nama Mahasiswa : MUHAMMAD IKHSAN  
 NPM : F1A017057  
 Judul : PENYELESAIAN MODEL PENELUSURAN BANJIR  
 GELOMBANG DIFUSI DENGAN METODE LAX-  
 FRIEDRICHS

#### Hasil Tes Similarity

Software : *Plagiarism Checker X Originality Report*  
 Jenis Tes : *Online*  
 Hari/ Tanggal Tes : 4 November 2022  
 Statistic :

Total Kata	Terdeteksi Plagiarisme	Persentase Plagiarisme
11666	1666	14%

\*=Ringkasan Tes Terlampir

Bengkulu, 4 November 2022  
 a.n. Ketua Jurusan  
 Sekretaris Jurusan,

Zulfia Memi Mayasari, S.Si., M.Si  
 NIP 19731202 199802 2 001

#### Catatan:

- Hasil Tes Similarity/ Plagiasi yang diperbolehkan maksimal 30%.
- Untuk Program Studi vokasi ditanda tangani langsung Wakil Dekan Bidang Akademik

### Lampiran 3. Daftar Riwayat Hidup

## DAFTAR RIWAYAT HIDUP

### *Curriculum Vitae*



#### I. Data Pribadi

1. Nama : Muhammad Ikhsan
2. Tempat dan Tanggal Lahir : Kepahiang, 23 Agustus 1999
3. Jenis Kelamin : Laki-laki
4. Agama : Islam
5. Status Pernikahan : Belum Menikah
6. Warga Negara : Indonesia
7. Alamat KTP : Desa Bogor Baru
8. Alamat Sekarang : Desa Bogor Baru
9. Nomor Telepon/HP : 082269019179
10. E-mail : m.ikhsan2224@gmail.com
11. Kode Pos : 39372

#### II. Pendidikan Formal

Periode (Tahun)	Sekolah/Institusi/ Universitas	Jurusan	Jenjang pendidikan	IPK/UAN/ RAPOR
2005-2011	SD N 01 Kepahiang	-	SD	
2011-2014	SMP N 01 Kepahiang	-	SMP	
2014-2017	SMA N 01 Kepahiang	IPA	SMA	
2017-2021	Universitas Bengkulu	Matematika	S1	

#### III. Pendidikan Non Formal/ Training-Seminar

Tahun	Lembaga/Instansi	Keterampilan
-	-	-
-	-	-
-	-	-

**IV. Riwayat Prestasi**

No	Uraian/ Nama Kegiatan, Tingkat, Tempat, Tanggal	Posisi
1	-	-
2	-	-
3	-	-

**V. Penguasaan Bahasa**

No	Bahasa	Kemampuan			
		Membaca	Menulis	Berbicara	Mendengar

Demikian CV ini saya buat dengan sebenarnya.  
Bengkulu, November 2022

(Muhammad Ikhsan)